

# Prove parziali per il corso di Analisi Matematica 1+2

---

## Decima Prova Scritta 31/05/2001

---

Si consideri l'equazione

$$y''(x) - 3y'(x) + 2y(x) = e^{3x} + \cos(x)$$

- A<sub>2</sub>○ Determinare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata.
- B<sub>2</sub>○ Determinare tutte le soluzioni dell'equazione completa
- C<sub>2</sub>○ Determinare tutte le soluzioni dell'equazione completa tali che  $y(0) = 0$
- D<sub>2</sub>○ Scrivere un sistema differenziale lineare di primo ordine equivalente all'equazione data:
- E<sub>2</sub>○ Risolvere il sistema trovato al punto precedente

---

## Nona Prova Scritta 24/05/2001

---

Si consideri il problema di Cauchy

$$f(x) = \begin{cases} y'(x) = (y(x) - 1)\sqrt{y(x) + 1} \\ y(0) = y_0 \end{cases}$$

- A<sub>2</sub>○ Determinare per quali valori di  $y_0$  il problema ammette soluzioni costanti
- B<sub>2</sub>○ Disegnare il grafico dell'inversa della soluzione del problema per  $y_0 = 0$
- C<sub>2</sub>○ Disegnare il grafico dell'inversa della soluzione del problema per  $y_0 = 2$
- D<sub>2</sub>○ Disegnare il grafico delle soluzioni del problema al variare di  $y_0$

---

## Ottava Prova Scritta 17/05/2001

---

Si consideri la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} e^x & x < -1 \\ 2 & -1 \leq x \leq 0 \\ 2 - x - x^2 & x > 0 \end{cases}$$

- A<sub>2</sub>○ Disegnare il grafico di  $f$
- B<sub>2</sub>○ Calcolare  $f'$  e disegnare il grafico di  $f'$
- C<sub>2</sub>○ Disegnare il grafico di

$$F(x) = \int_0^x f(t)dt$$

$D_2$ ○ Calcolare una primitiva di  $f$ , precisando dove è definita

$D_2$ ○ Calcolare tutte le primitive di  $f$ .

---

### Settima Prova Scritta 10/05/2001

---

Si consideri la funzione definita da

$$f(x) = \arctan(x) - \ln(1 + x^2)$$

$A_2$ ○ Disegnare il grafico di  $f$

$B_2$ ○ Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di  $f$  in  $x_0 = 0$ .

$C_2$ ○ Scrivere il polinomio di McLaurin di  $f$  di ordine 4 di  $f$  (Polinomio di Taylor centrato nel punto  $x_0 = 0$ )

$D_2$ ○ Scrivere il resto di Peano relativo al polinomio di McLaurin trovato al punto precedente

$D_2$ ○ Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - x}{x^2}$$

---

### Sesta Prova Scritta 03/05/2001

---

Si consideri la funzione definita da

$$\begin{cases} \cos(x) & x < 0 \\ ax^2 + b & 0 \leq x \leq 1 \\ 1 - \sqrt{x} & x > 1 \end{cases}$$

$A_2$ ○ Determinare, se possibile,  $a, b$  in modo che  $f$  sia continua in 0.  
 $f$  è continua in 0 per

$B_3$ ○ Determinare, se possibile,  $a, b$  in modo che  $f$  sia continua in 0 ed in 1.  
 $f$  è continua in 0 ed in 1 per

$C_2$ ○ Determinare, se possibile,  $a, b$  in modo che  $f$  sia derivabile in 0.  
 $f$  è derivabile in 0 per

$D_3$ ○ Determinare, se possibile,  $a, b$  in modo che  $f$  sia derivabile in 0 ed in 1.  
 $f$  è derivabile in 0 ed in 1 per

---

### Quinta Prova Scritta 26/04/2001

---

Si consideri la successione definita da

$$\begin{cases} a_{n+1} = \frac{(a_n - a_n^2)}{2} \\ a_0 = a \end{cases}$$

- $A_1 \circ$  Disegnare il grafico di  $f(x) = \frac{x-x^2}{2}$  e di  $g(x) = x$  precisandone i punti di intersezione
- $B_1 \circ$  Per  $0 \leq a \leq 1$ , provare che  $0 \leq a_n \leq 1$ .
- $C_1 \circ$  Per  $0 \leq a \leq 1$ , provare che  $a_n$  è decrescente.
- $D_2 \circ$  Stabilire se  $a_n$  ammette limite ed in caso affermativo calcolarlo
- $E_3 \circ$  Con l'aiuto del grafico di  $f(x)$  e di  $g(x)$ , determinare, se esiste, il limite di  $a_n$  per i valori di  $a \leq 0$

### Quarta Prova Scritta 05/04/2001

Si consideri

$$f(x) = \frac{\sin(ax) - \cos(bx) + 1}{x}$$

- $A_1 \circ$  Per  $a = 0, b = 1$ , calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$$

- $B_1 \circ$  Per  $a = 1, b = 0$  calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$$

- $C_1 \circ$  Per  $a = 1, b = 1$  calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$$

- $D_2 \circ$  Calcolare al variare di  $a, b$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$$

Si consideri

$$g(x) = \frac{\sin(x-1)}{\sqrt{x}-1}$$

- $A_3 \circ$  Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 1} g(x) =$$

- $B_3 \circ$  Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) =$$

### Terza Prova Scritta 29/03/2001

Si consideri la funzione

$$f(x) = e^{-|x^2-a|}$$

al variare di  $a \in \mathbb{R}$

$A_3 \circ$  Disegnare il grafico di  $f$  per  $a = 0$  per  $a < 0$  e per  $a > 0$

$B_2 \circ$  Determinare, per  $a = 1$ , un intervallo in cui  $f$  sia invertibile, calcolare l'inversa di  $f$  e disegnare il grafico dell'inversa

Sia

$$g(x) = \begin{cases} x & x < 1 \\ x^2 & x > 1 \end{cases}$$

$C_2 \circ$  Per  $\epsilon = 1/2$  determinare  $\delta$  in modo che se  $|x - 1| < \delta$  si abbia  $|g(x) - 1| < \epsilon$

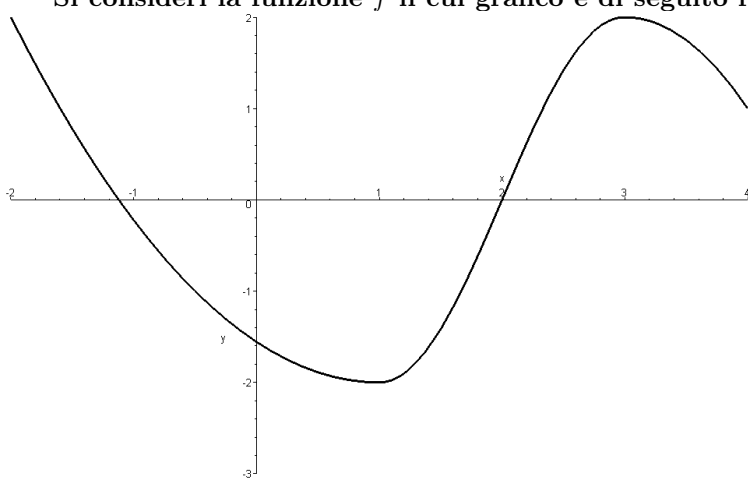
$C_2 \circ$  Per ogni  $\epsilon > 0$  determinare  $\delta$  in modo che se  $|x - 1| < \delta$  si abbia  $|g(x) - 1| < \epsilon$

---

## Seconda Prova Scritta 22/03/2001

---

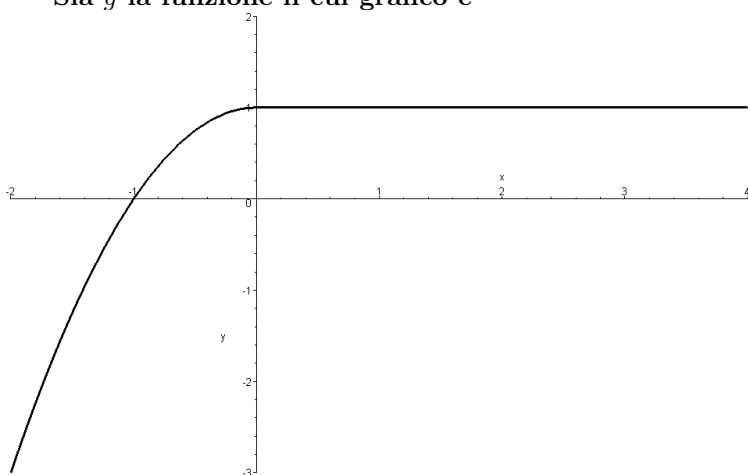
Si consideri la funzione  $f$  il cui grafico è di seguito riportato



$A_3 \circ$  Disegnare il grafico di  $f(|x|)$  e di  $|f(x)|$

$B_2 \circ$  Disegnare il grafico di  $f(x - 2)$  e di  $f(x) - 2$

Sia  $g$  la funzione il cui grafico è



$C_2 \circ$  Disegnare il grafico di  $f(g(\cdot))$

---

## Prima Prova Scritta 15/03/2001

---

Si consideri l'insieme

$$A = \left\{ \frac{x}{x^2 + a^2}, \quad x \in \mathbb{R} \right\}$$

$A_3$   **Determinare i maggioranti di  $A$**

$B_2$   **Calcolare  $\sup A$**

$B_2$   **Stabilire se  $\max A = \sup A$**

$C_3$   **Provare per induzione che**

$$\sum_{k=1}^n 2^k = 2^{n+1} - 2$$