

1

Grafici Elementari

1

Si consideri la funzione:

$$f(x) = \frac{x+1}{x^2-3x+2}$$

- 1.1 Determinare il campo di definizione I di f ;
- 1.2 Determinare l'insieme J in cui f è derivabile;
- 1.3 Disegnare il grafico di f
- 1.4 Stabilire se f è decrescente su $(-\infty, -1 - \sqrt{6}]$ e su $[-1 + \sqrt{6}, +\infty)$ e giustificare brevemente l'affermazione.
- 1.5 Stabilire se f è invertibile su $[-1 - \sqrt{6}, 1) \cup [-1 + \sqrt{6}, 2)$ e calcolare f^{-1}
- 1.6 Dopo aver verificato che f è invertibile su $(2, +\infty)$, detta g l'inversa, stabilire se g è derivabile e calcolare $g'(2)$
- 1.7 Determinare il rango di f
- 1.8 Calcolare, se esiste, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 - x - \sin(x)}{x^2}$
- 1.9 Calcolare, se esiste, $\frac{d \sin(x)}{dx}$
- 1.10 Calcolare, se esiste, $\frac{d}{dx} \tan(\arctan(x))$

2

Si consideri la funzione

$$f(x) = \ln(|x^2 - 1| + 1)$$

- 2.1 Disegnare il grafico di f precisando il suo campo di definizione
- 2.2 Determinare l'insieme in cui f è continua
- 2.3 Determinare l'insieme in cui f è derivabile
- 2.4 Determinare una restrizione di f che sia invertibile e trovarne l'inversa, precisando se è possibile invertire f su tutto \mathbb{R} e perchè.
- 2.5 Determinare l'ordine di infinitesimo di f per $x \rightarrow -1$

3

Si consideri $f(x) = \frac{x+1}{x^2+3x+3}$

- 3.1 Disegnare l'insieme $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \leq y, f(x) \geq f(y)\}$
- 3.2 Trovare per quali $a, b \in \mathbb{R}, x, y \in [a, b], x \leq y \implies f(x) \geq f(y)$
- 3.3 Trovare per quali $a, b \in \mathbb{R}, x, y \in [a, b], x \leq y \implies f(x) \leq f(y)$
- 3.4 Disegnare il grafico di f
- 3.5
Determinare $\sup f, \inf f, \max f, \min f$
- 3.6 Disegnare il grafico di $g(x) = f(x-1)$
- 3.7 Determinare $D = \{x \in \mathbb{R} : g(x) \leq x\}$ e disegnare i grafici di x e $g(x)$ sullo stesso piano cartesiano precisandone le mutue posizioni.
- 3.8 Provare che la successione definita da $\begin{cases} a_n = g(a_{n-1}) \\ a_0 = 1 \end{cases}$ è crescente, inferiormente limitata e trovarne il limite.
 $L_{A1} a_n$ è inferiormente limitata infatti:
- $L_{B1} a_n$ è decrescente infatti:

$L_{C1} \lim a_n =$ infatti:

4

Si consideri la funzione

$$f(x) = (\sin(x) - 1)^2 + 4$$

4.1 Determinare una funzione g in modo che $f(x) = g(\sin x)$

4.2 Studiare crescita e decrescenza di g , successivamente disegnarne il grafico e dedurre crescita e decrescenza di f .

4.3 Disegnare il grafico di f

4.4 Disegnare con cura il grafico di f su $[0, 5]$ Determinando maggioranti e minoranti, estremo superiore ed inferiore, massimo e minimo di f su $[0, 5]$

4.5 Verificare che f è strettamente crescente in $[\pi/2, \pi]$ e calcolare l'inversa di f ristretta a tale intervallo

5

Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x + 1}$$

5.1 Studiare la funzione $g(x) = f(x) - x$, disegnandone un grafico approssimativo.

5.2 Studiare crescita e decrescenza di f , giustificando brevemente i risultati senza far uso di derivate.

(Si possono utilizzare i risultati ottenuti nel punto precedente)

5.3 Disegnare il grafico di f

5.4 Stabilire se f è invertibile su $[0, +\infty)$ e determinare in caso affermativo la sua inversa disegnandone inoltre il grafico.

5.5 Verificare usando la definizione che

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

6

Si considerino le funzioni

$$f(x) = \frac{2x+1}{x+3} \quad g: [-4, 4] \rightarrow [-1, 1]$$

dove g si suppone strettamente crescente e surgettiva

6.1 Disegnare il grafico di f ed il grafico di una possibile g .

6.2 Disegnare il grafico di $f(g(x))$.

6.3 Disegnare il grafico di $g(f(x))$

6.4 Disegnare il grafico di $(f(x))^2$

6.5 Disegnare il grafico di $f(x^2)$

6.6 Calcolare l'inversa di f precisando dove f è invertibile.

6.7 Provare per induzione che

$$\sum_{k=1}^n a = na$$

7

Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente decrescente, convessa e continua su $[-1, 1)$, periodica di periodo 2, tale che $f(-1) = 0$

7.1 Disegnare il grafico di f .

7.2 Stabilire se f deve essere o può essere continua in \mathbb{R} .

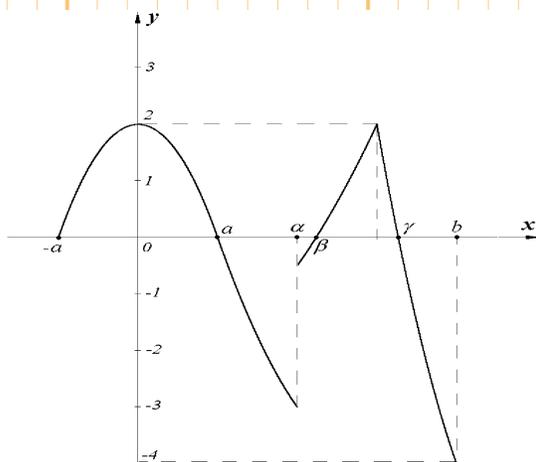
7.3 Stabilire se f è invertibile su $[-1, 3]$.

7.4 Stabilire se f è invertibile su $[2, 3]$.

7.5 Stabilire se esiste $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

8

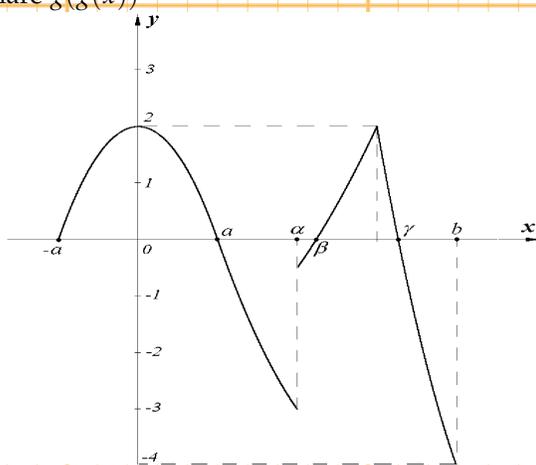
Si consideri la funzione il cui grafico è di seguito riportato



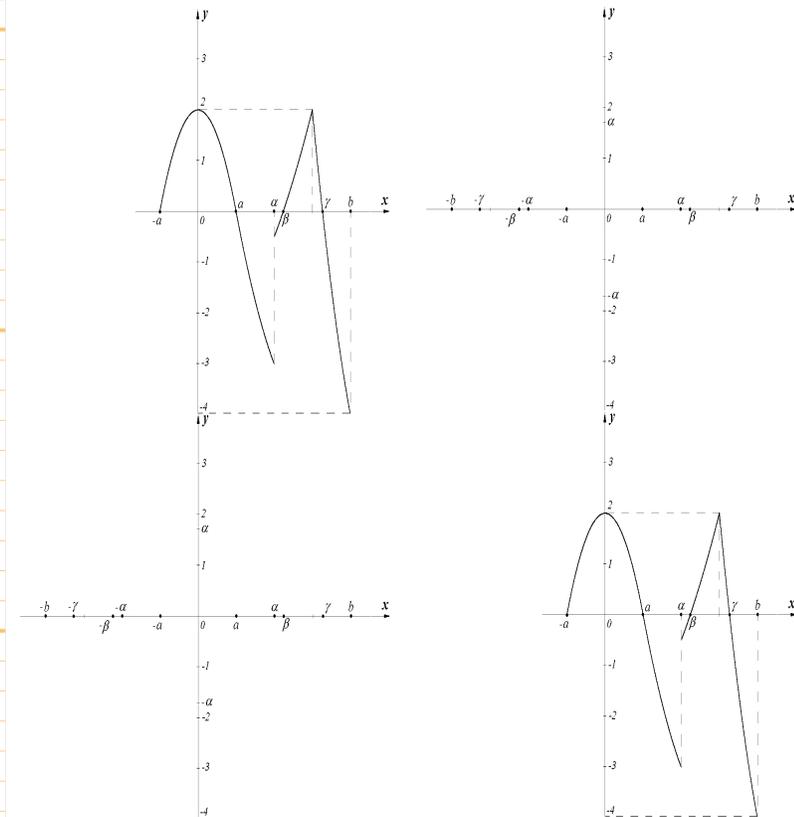
8.1 Disegnare il grafico di $f(|x|)$ e di $|f(x)|$

8.2 Disegnare il grafico di $f(x - a)$ e di $f(x) - a$
Sia $a = 1$ ed $\alpha = 2$ e sia $g(x) = f(x)$ per $x \in [-a, \alpha]$;

8.3 Determinare, dal grafico di g i valori di x per i quali è possibile calcolare $g(g(x))$



8.4 Disegnare il grafico di $g(g(\cdot))$



9

Si considerino le funzioni

$$f(x) = \log_2 |x^2 - ax| \quad g(x) = \arctan(f(x)) \quad a \in (0, 2)$$

9.1 Disegnare il grafico di f al variare di a

9.2 Disegnare il grafico di g al variare di a

9.3 Disegnare il grafico di g per $a = 2$ ed $a = 0$

9.4 Per $a = 2$ stabilire se g è invertibile su $(-\infty, 0]$ ed in caso affermativo determinarne l'inversa.

10

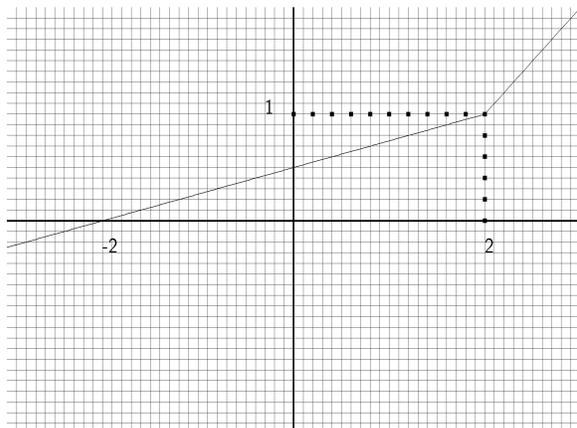
10.1 Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x(x+1))}{x^2} =$$

10.2 Calcolare al variare di $a, b \in \mathbb{R}$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x(x+b))}{ax^2 + bx} =$$

Sia f la funzione il cui grafico è riportato in figura



10.3 Determinare, in corrispondenza di $\epsilon = .5$ un intorno bucatato I di 2 in modo che sia verificato che $|f(x) - 1| < \epsilon$ per $x \in I$

10.4 In corrispondenza di $\epsilon > 0$ determinare $\delta > 0$ tale che $|f(x) - 1| < \epsilon$ per $|x - 2| < \delta$

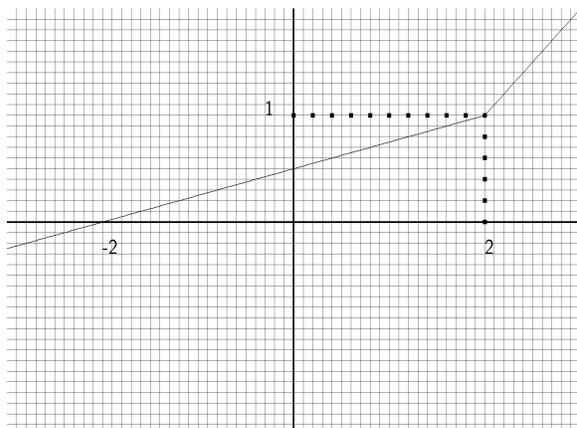
10.5 Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x(x+1))}{x^2} =$$

10.6 Calcolare al variare di $a, b \in \mathbb{R}$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x(x+b))}{ax^2 + bx} =$$

Sia f la funzione il cui grafico è riportato in figura

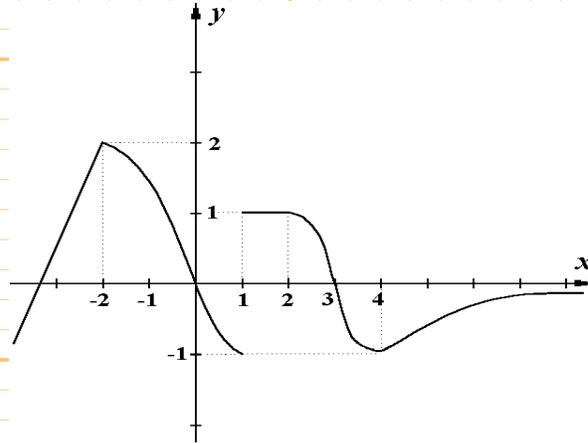


10.7 Determinare, in corrispondenza di $\epsilon = .5$ un intorno bucato I di 2 in modo che sia verificato che $|f(x) - 1| < \epsilon$ per $x \in I$

10.8 In corrispondenza di $\epsilon > 0$ determinare $\delta > 0$ tale che $|f(x) - 1| < \epsilon$ per $|x - 2| < \delta$

11

Si consideri la funzione f il cui grafico è di seguito riportato



11.1 Disegnare il grafico di $f(|x|)$ e di $|f(x)|$

11.2 Disegnare il grafico di $f(x+3)$ e di $\ln(f(x))$

12

Si consideri la funzione

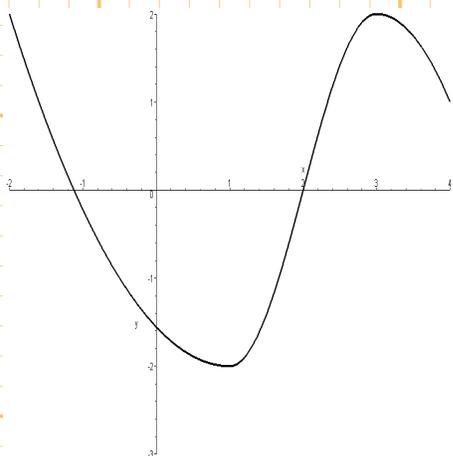
$$f(x) = \arctan(\ln(\sqrt{x^2 - 1}))$$

12.1 Disegnare il grafico di f

12.2 Stabilire se f è invertibile su $(-\infty, -1)$ ed in caso affermativo determinarne l'inversa.

13

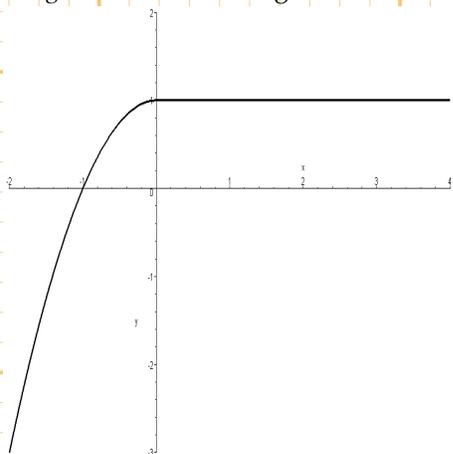
Si consideri la funzione f il cui grafico è di seguito riportato



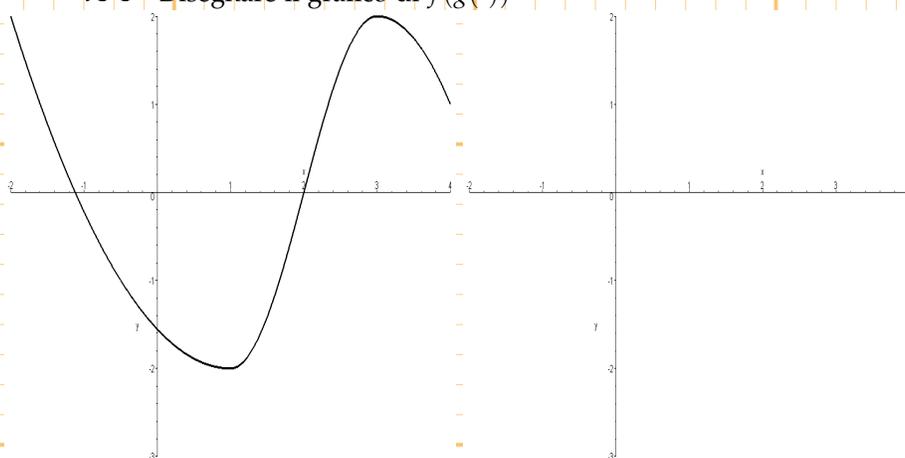
13.1 Disegnare il grafico di $f(|x|)$ e di $|f(x)|$

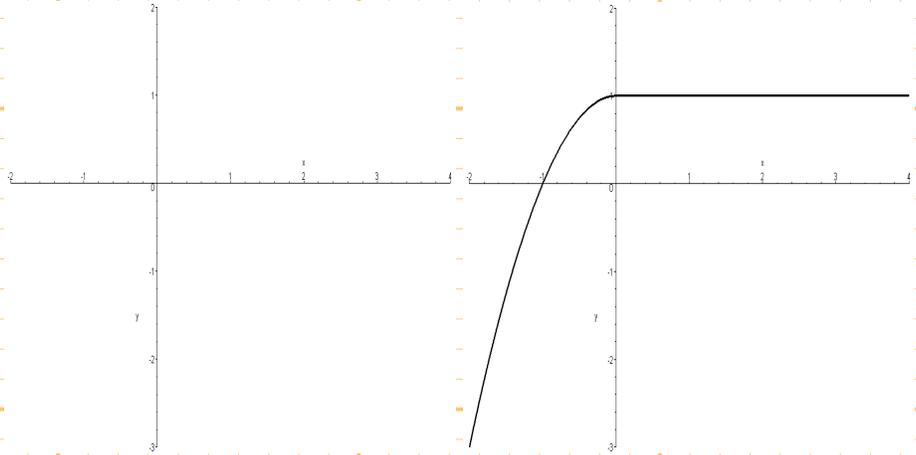
13.2 Disegnare il grafico di $f(x-2)$ e di $f(x)-2$

Sia g la funzione il cui grafico è



13.3 Disegnare il grafico di $f(g(\cdot))$





14

Si consideri la funzione

$$f(x) = e^{-|x^2 - a|}$$

al variare di $a \in \mathbb{R}$

14.1 Disegnare il grafico di f per $a = 0$ per $a < 0$ e per $a > 0$

14.2 Determinare, per $a = 1$, un intervallo in cui f sia invertibile, calcolare l'inversa di f e disegnare il grafico dell'inversa

Sia

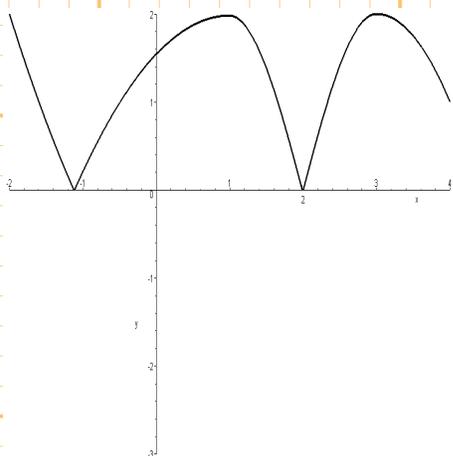
$$g(x) = \begin{cases} x & x < 1 \\ x^2 & x > 1 \end{cases}$$

14.3 Per $\epsilon = 1/2$ determinare δ in modo che se $|x - 1| < \delta$ si abbia $|g(x) - 1| < \epsilon$

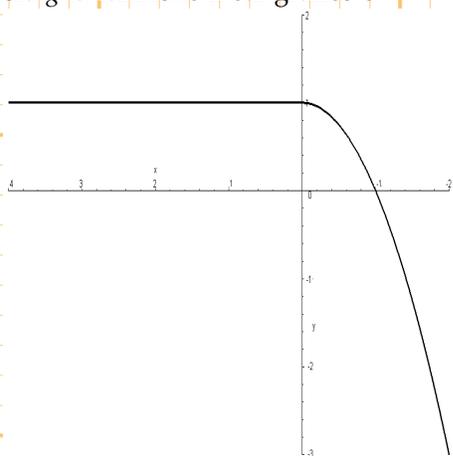
14.4 Per ogni $\epsilon > 0$ determinare δ in modo che se $|x - 1| < \delta$ si abbia $|g(x) - 1| < \epsilon$

15

Si consideri la funzione f il cui grafico è di seguito riportato



15.1 Disegnare il grafico di $f(|x|)$ e di $|f(x)|$
Sia g la funzione il cui grafico è



15.2 Disegnare il grafico di $f(g(\cdot))$

16

Si consideri la funzione

$$f(x) = \ln |x^2 - a|$$

al variare di $a \in \mathbb{R}$

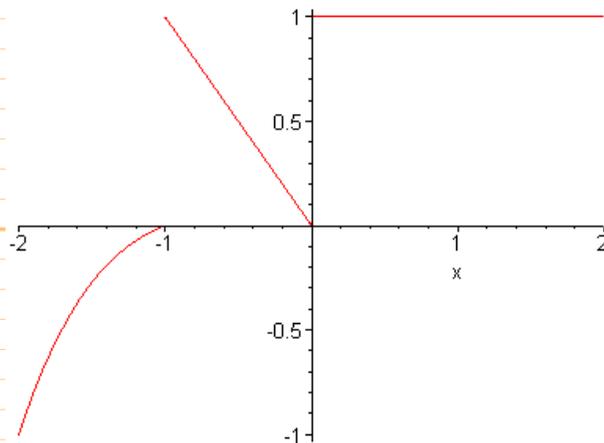
16.1 Disegnare il grafico di f per $a = 0$ per $a < 0$ e per $a > 0$

16.2 Determinare, per $a = 1$, un intervallo in cui f sia invertibile,

calcolare l'inversa di f e disegnare il grafico dell'inversa

17

Si consideri la funzione f il cui grafico è



17.1 Disegnare il grafico $e^{f(x)}$

17.2 Disegnare il grafico $f(\ln(x))$

17.3 Disegnare il grafico $g(x) = f(-x)$

17.4 Disegnare il grafico $f(g(x))$

18

Si consideri la funzione

$$f(x) = 100 \ln \left(53 \left(\sqrt{x^2 - x} \right)^3 \right)$$

18.1 Disegnare il grafico di

$$g(x) = \sqrt{x^2 - x}$$

18.2 Disegnare il grafico di

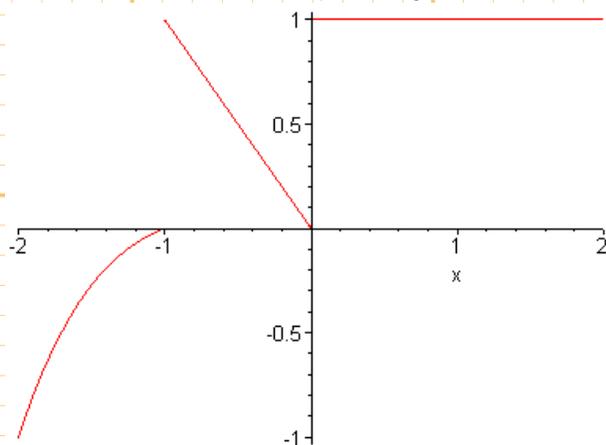
$$h(x) = 53 \left(\sqrt{x^2 - x} \right)^3$$

18.3 Disegnare il grafico di $f(x)$

18.4 Giustificare l'invertibilità di f su $[2,3]$ e calcolare l'inversa di f ristretta a $[2,3]$.

19

Si consideri la funzione f il cui grafico è



19.1 Disegnare il grafico $\arctan(f(x))$

19.2 Disegnare il grafico $f(\arctan(x))$

19.3 Disegnare il grafico $f(|x - 1|)$

20

Si consideri la funzione

$$f(x) = e^{x^4 - x^2}$$

20.1 Disegnare il grafico di

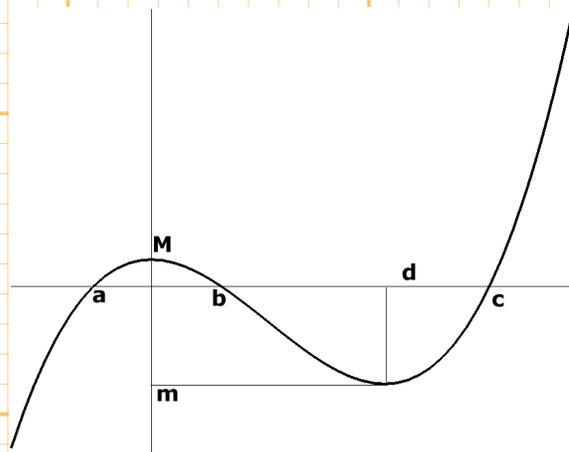
$$g(x) = x^4 - x^2$$

20.2 Disegnare il grafico di $f(x)$

20.3 Giustificare l'invertibilità di f su $[\sqrt{2}/2, +\infty)$ e calcolare l'inversa di f ristretta a $[\sqrt{2}/2, +\infty)$.

21

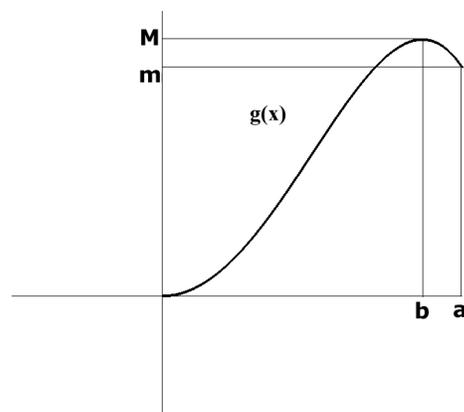
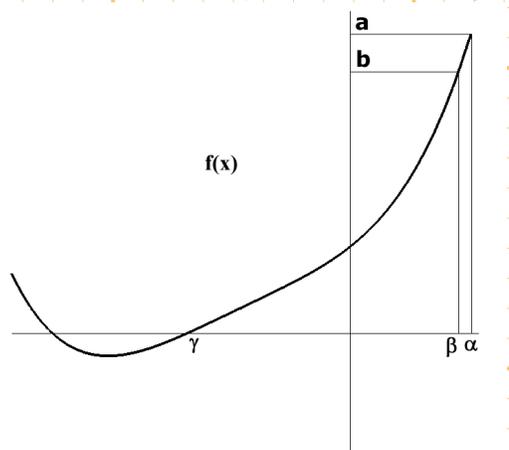
Si consideri la funzione f il cui grafico è riportato a lato



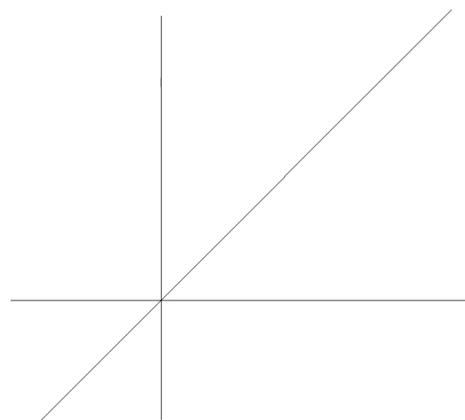
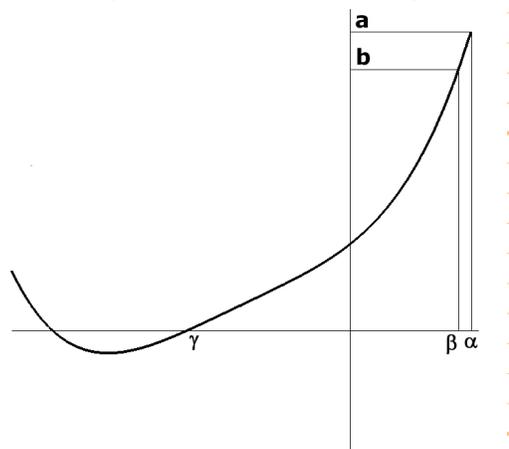
21.1 Disegnare il grafico di $f(x+a)$ e di $f(x)+b$

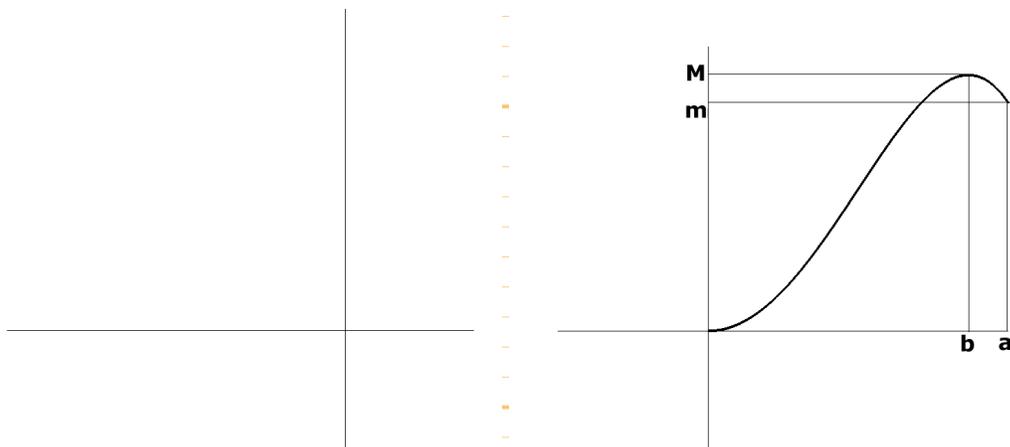
21.2 Disegnare il grafico di $\ln(f(x))$ e di $e^{f(x)}$

Siano f e g le funzioni il cui grafico è riportato di seguito



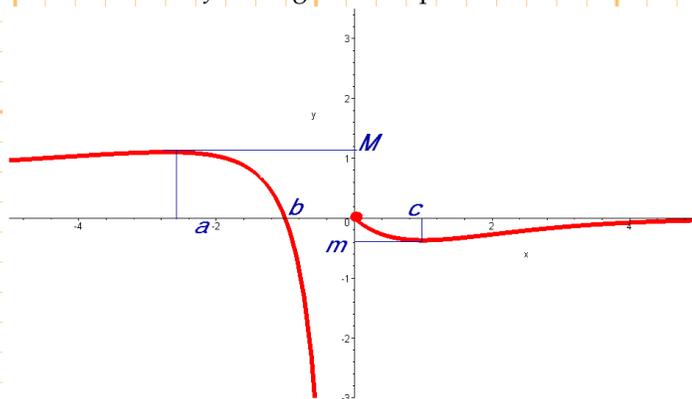
21.3 Disegnare il grafico di $g(f(x))$





22

Si consideri la funzione f il cui grafico è riportato a lato



22.1 Disegnare il grafico di $f(x+a)$ e di $f(x)+m$

22.2 Disegnare il grafico di $(f(x))^2 + f(x)$ e di $f(e^x)$

22.3 Disegnare il grafico di $f(\frac{1}{x})$ e di $f(\frac{1}{x^2})$

23

Si considerino le funzioni

$$f(x) = \frac{1+x^2}{1-x^2}, \quad g(x) = \frac{1+x}{1-x}$$

23.1 Disegnare il grafico di g

23.2 Disegnare il grafico di f

23.3 Determinare i maggioranti di f in $[-5, -1)$

23.4 Determinare l'estremo superiore di f su $[-5, -1)$

23.5 Determinare, se esiste, il massimo di f su $[-5, -1)$

24

Si considerino le funzioni

$$f(x) = \frac{2}{1+x}$$

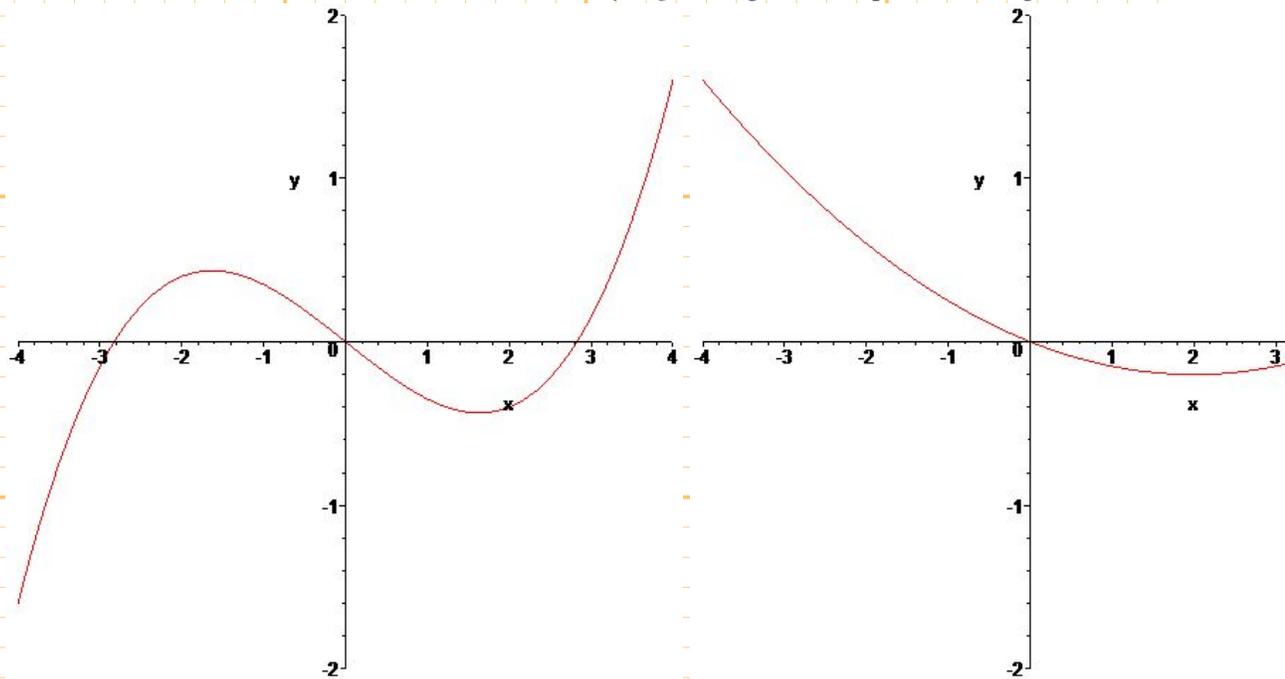
24.1 Disegnare il grafico di gf 24.2 Determinare i maggioranti di f in $[-5, -1)$

24.3 Determinare l'estremo superiore di f su $[-5, -1)$

24.4 Determinare, se esiste, il massimo di f su $[-5, -1)$

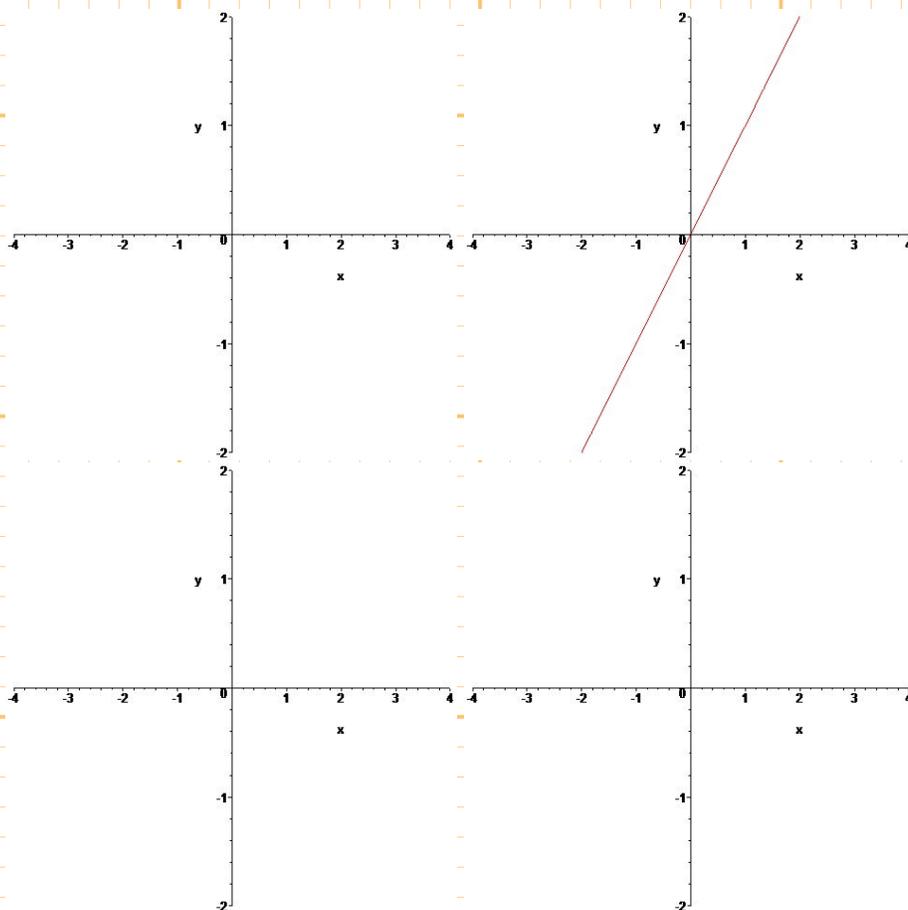
25

Si considerino le funzioni f e g il cui grafico è riportato di seguito



25.1 Disegnare il grafico di $f(x-1)$ e di $g(|x|-1)$

25.2 Disegnare il grafico di $f(g(\cdot))$



25.3 Disegnare il grafico di $|f(g(\cdot))|$

26

Si consideri la funzione

$$f(x) = \arctan(\ln(e^x - e^{2x} + 1))$$

26.1 Disegnare il grafico di $g(x) = y - y^2 + 1$ e di $h(x) = e^x - e^{2x} + 1$

26.2 Disegnare il grafico di f

26.3 Verificare che f è invertibile su $[10, +\infty)$

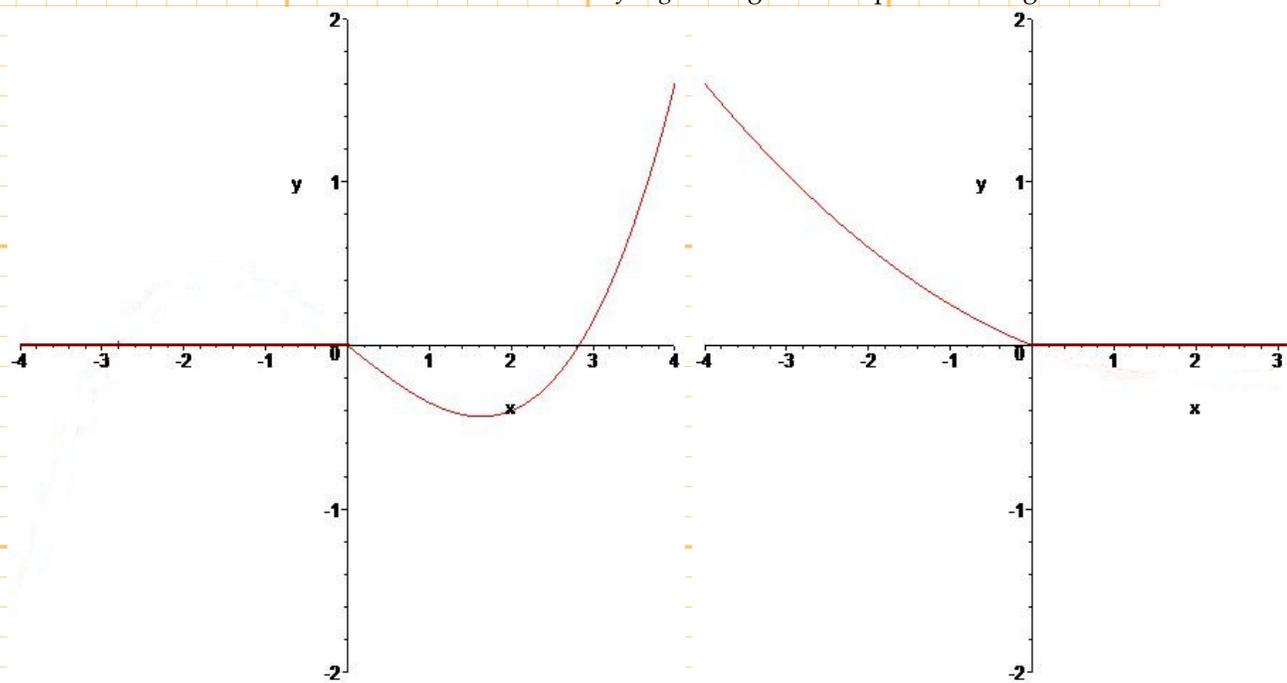
26.4 Determinare l'inversa di f

26.5 Verificare, usando la definizione di limite che

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -\infty$$

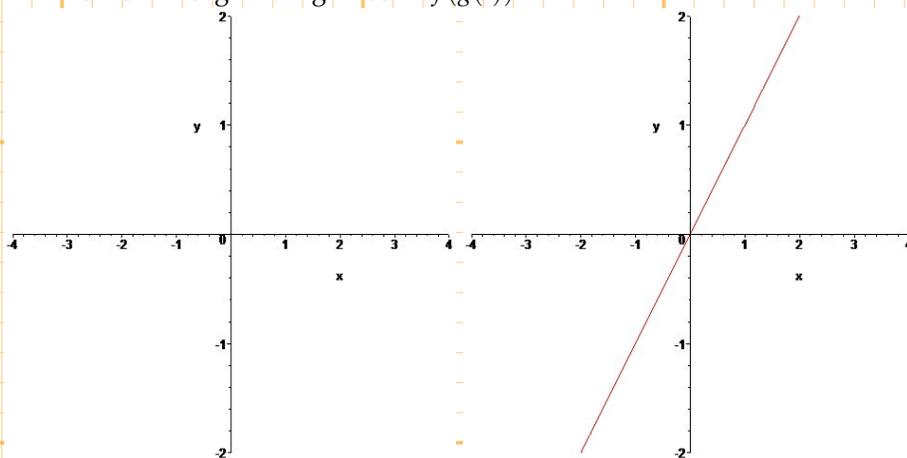
27

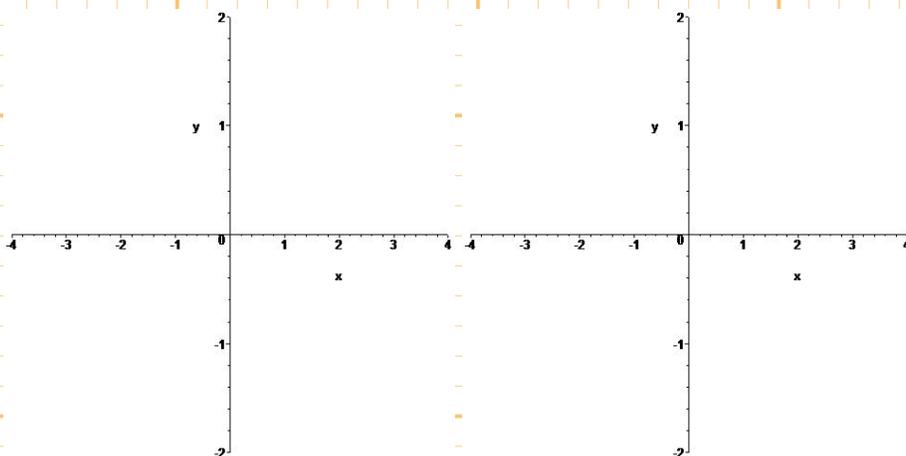
Si considerino le funzioni f e g il cui grafico è riportato di seguito



27.1 Disegnare il grafico di $f(x - 1)$ e di $g(|x| - 1)$

27.2 Disegnare il grafico di $f(g(\cdot))$





27.3 Disegnare il grafico di $|f(g(\cdot))|$

28

Si consideri la funzione

$$f(x) = \ln(\arctan(e^{2x} - 1))$$

28.1 Disegnare il grafico di $g(x) = x^2 - 1$ e di $h(x) = e^{2x} - 1$

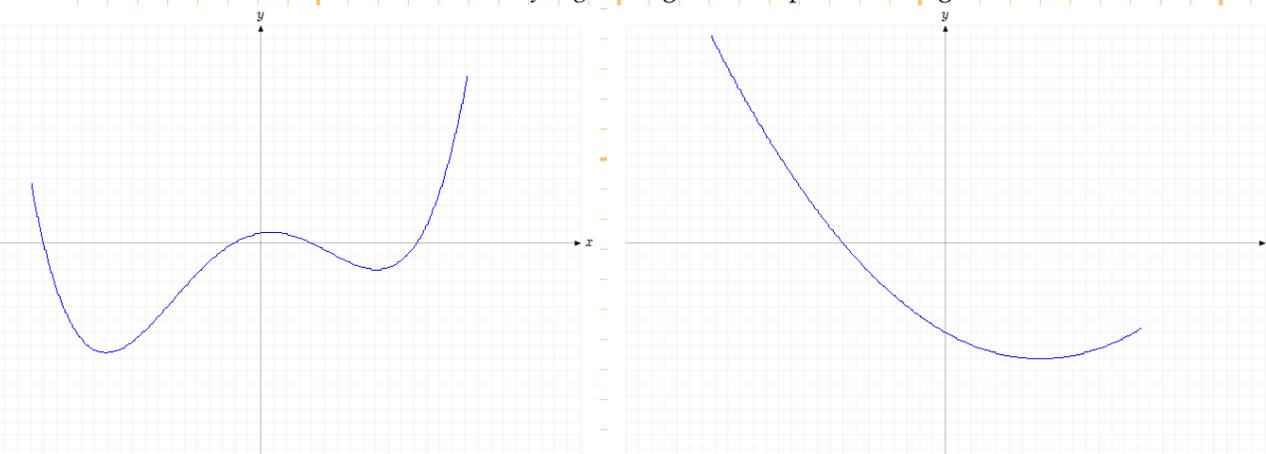
28.2 Disegnare il grafico di f

28.3 Verificare che f è invertibile su $[1, +\infty)$

28.4 Determinare l'inversa di f

29

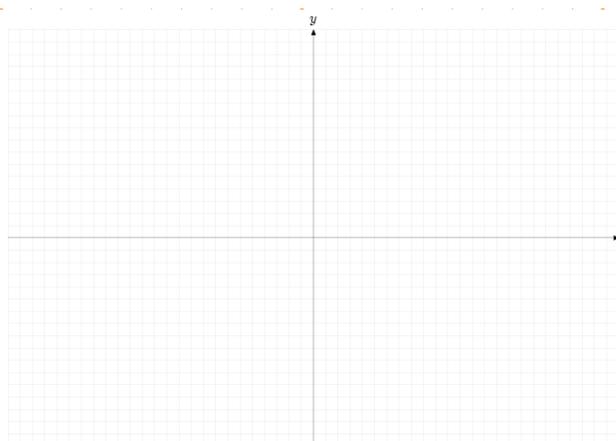
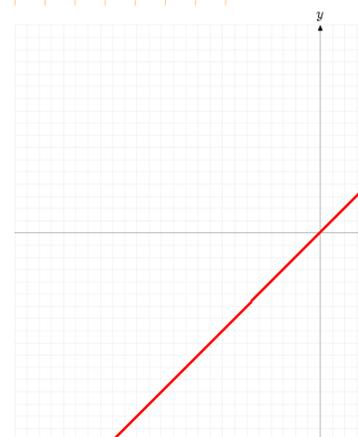
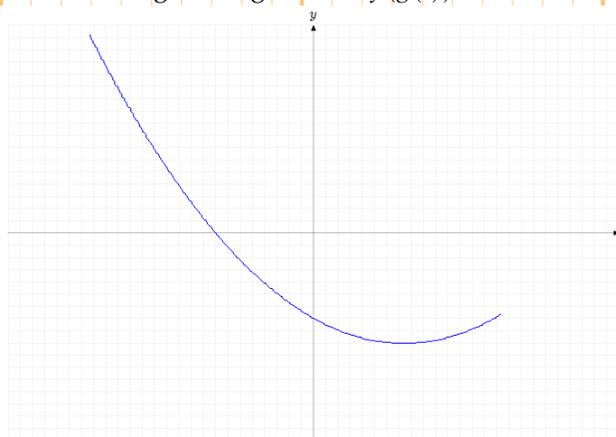
Si considerino le funzioni f e g il cui grafico è riportato di seguito



29.1 Disegnare il grafico di $f(x - 1)$ e di $g(|x - 1|)$

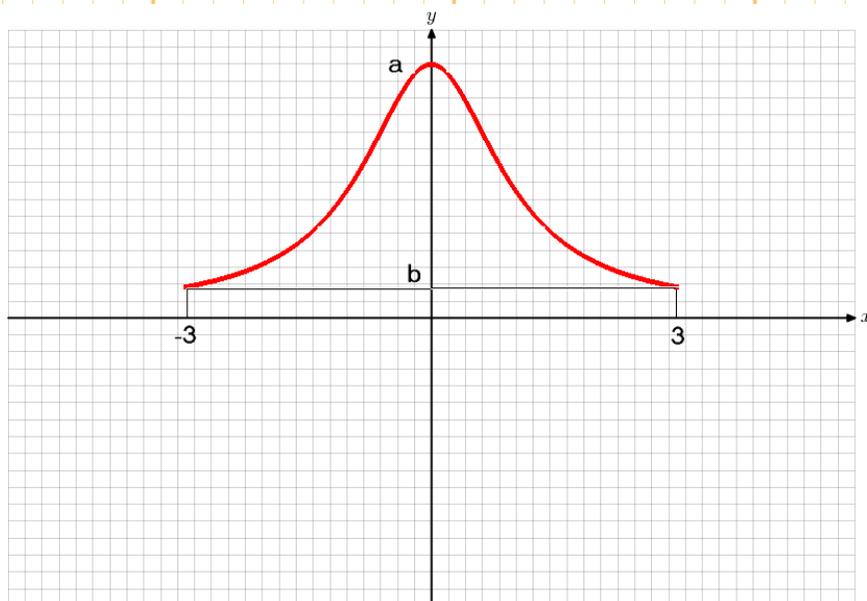
29.2 Disegnare il grafico di $|f(x)|$ e di $g(|x|)$

29.3 Disegnare il grafico di $f(g(\cdot))$



30

Si consideri la funzione f il cui grafico è riportato di seguito



e la funzione g definita da

$$g(x) = 2^{f(\log_2(x))}$$

30.1 Determinare il campo di definizione di g

30.2 Disegnare il grafico di g

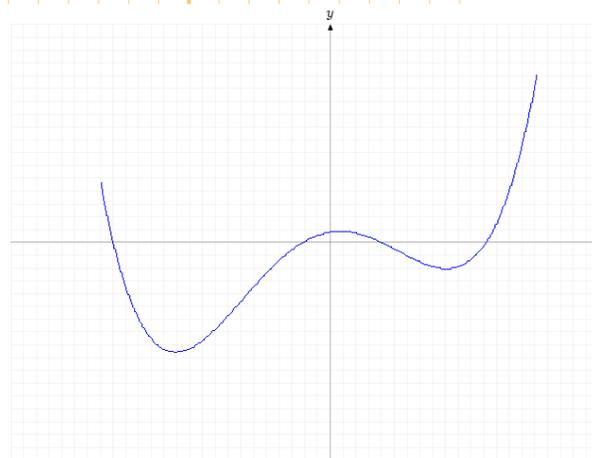
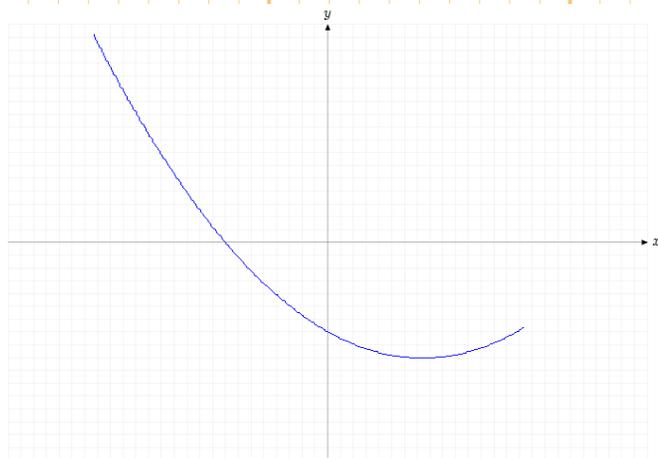
30.3 Verificare che g è invertibile in $(0,3)$ ma non in $(-3,3)$

30.4 Disegnare il grafico dell'inversa di g ristretta a $(0,3)$

30.5 Determinare l'inversa di g ristretta a $(0,3)$

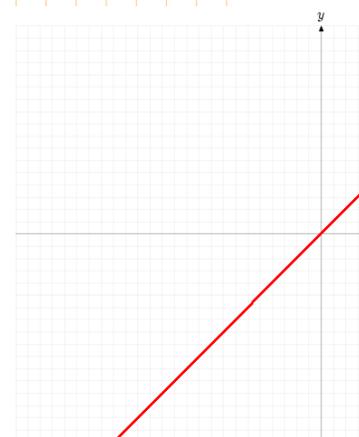
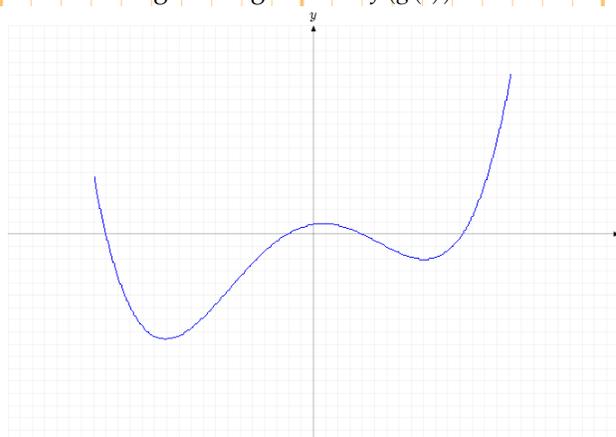
31

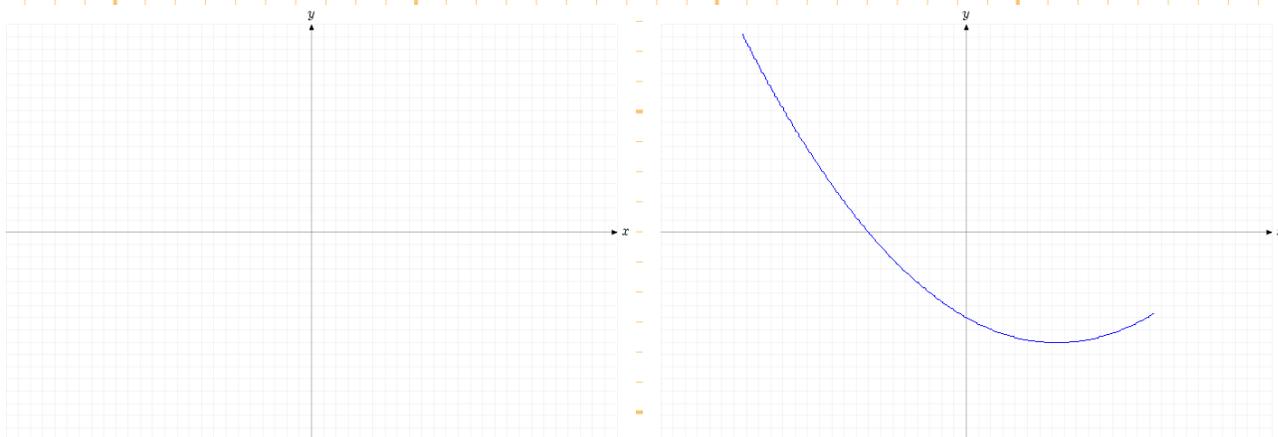
Si considerino le funzioni f e g il cui grafico è riportato di seguito



31.1 Disegnare il grafico di $f(x - 2)$ e di $g(|x|)$

31.2 Disegnare il grafico di $f(g(\cdot))$





32

Si consideri la funzione f definita da

$$g(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

32.1 Verificare che f è invertibile

32.2 Calcolare l'inversa di f

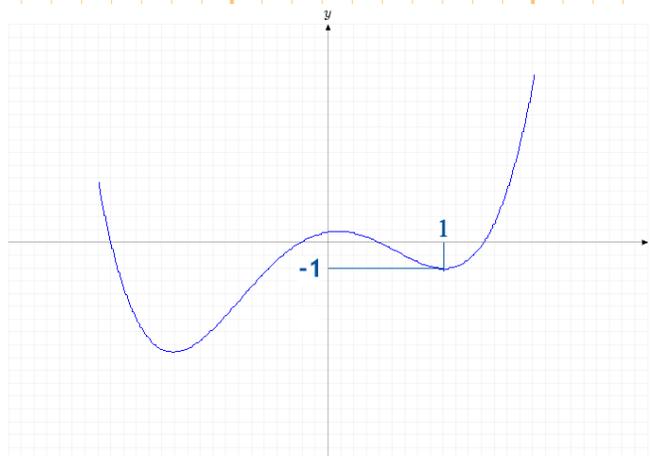
33

33.1 Determinare $n_0 \in \mathbb{N}$ in modo che

$$2^n \geq n^2 \quad \forall n \geq n_0$$

34

Si consideri la funzione f il cui grafico è riportato di seguito

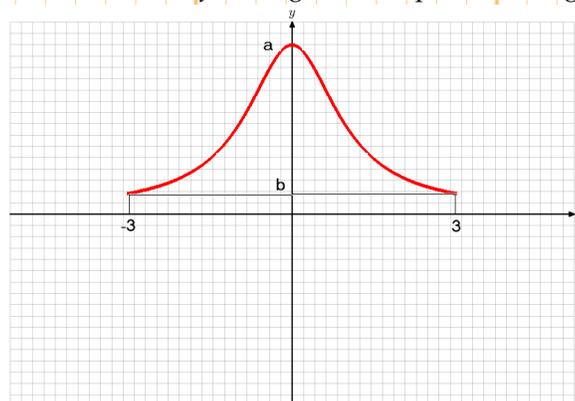


34.1 Disegnare il grafico di $|f(|x - 1|)|$

34.2 Disegnare il grafico di $f(|1 - |x||)$

35

Si consideri la funzione f il cui grafico è riportato di seguito



e la funzione g definita da

$$g(x) = \arctan(\tan(f(x)))$$

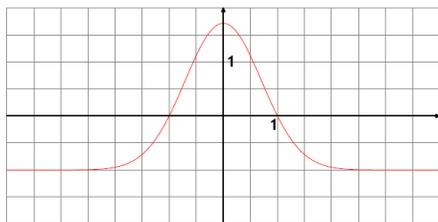
35.1 Per $a = 1.5$ determinare il campo di definizione di g

35.2 Per $a = 1.5$ disegnare il grafico di g

35.3 Per $a = 5$ disegnare il grafico di g

36

Si consideri la funzione f il cui grafico è indicato in figura



Disegnare il grafico di

36.1 $f(x) - 1, f(x - 1)$

36.2
 $f(\ln(x)), \ln(f(x))$

36.3 $f(|x|), |f(x)|$

36.4 $f(|1 - x|), |1 - f(x)|$

36.5 $\arctan(f(x)), f(\arctan(x))$

37

Si consideri la funzione

37.1 Disegnare il grafico di

$$f(x) = (x^2 - 1)^2$$

37.2 Determinare il numero di soluzioni dell'equazione

$$f(x) = y$$

al variare di $y \in \mathbb{R}$

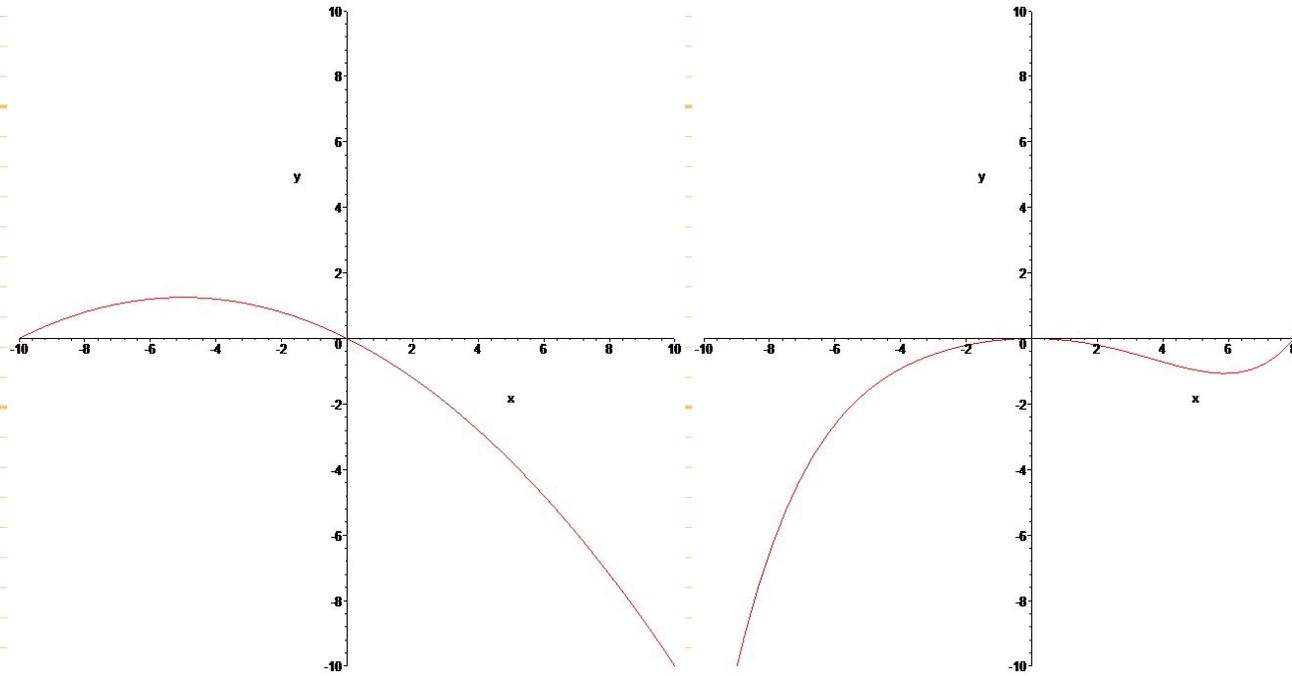
37.3 Disegnare il grafico di

$$g(x) = ((\tan(x))^2 - 1)^2$$

37.4 Studiare l'invertibilità di g su $(5\pi/4, 3\pi/2)$ e determinarne l'inversa

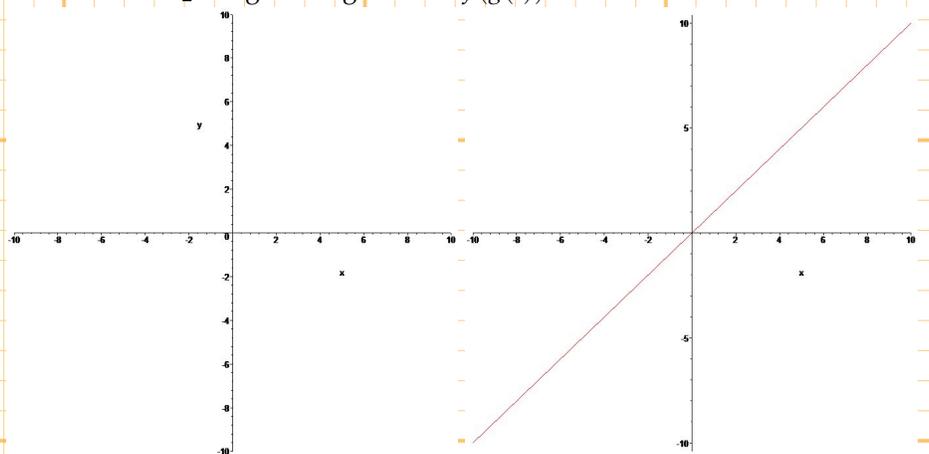
38

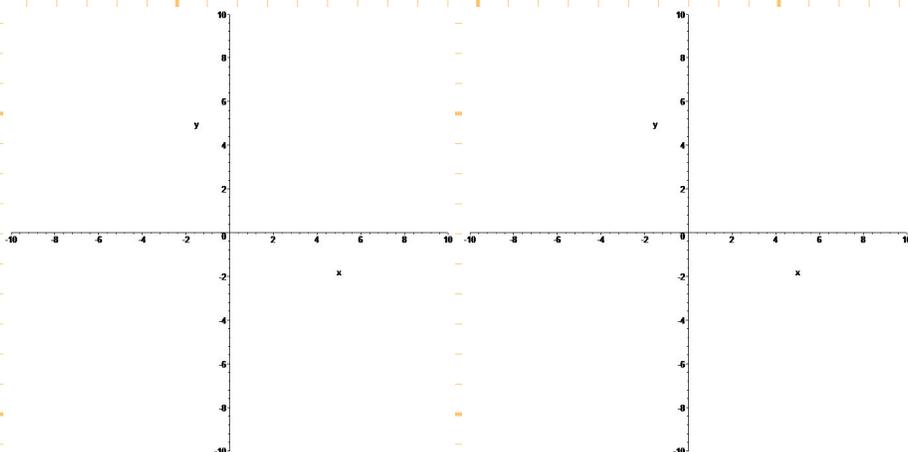
i considerino le funzioni f e g il cui grafico è riportato di seguito



38.1 Disegnare il grafico di $f(x+1)$ e di $g(|x|+1)$

38.2 C_2 Disegnare il grafico di $f(g(\cdot))$





38.3 D_2 Disegnare il grafico di $|f(g(\cdot))|$

39

39.1 Disegnare il grafico della funzione $f(x) = \tan(x - 4)$

39.2 Disegnare il grafico della funzione $f(x) = \tan(|x| - 4)$

39.3 Disegnare il grafico della funzione $f(x) = \tan|x - 4|$

39.4 Disegnare il grafico della funzione $f(x) = \arctan(\tan(|x| - 4))$

39.5 Determinare estremo superiore ed inferiore della funzione $f(x) = \arctan(\tan(|x| - 4))$

39.6 Determinare, se esistono massimo e minimo assoluto della funzione $f(x) = \arctan(\tan(|x| - 4))$

40

Si consideri la successione

$$a_n = \frac{n^n}{n!}$$

40.1 Dimostrare che

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} \geq 2$$

40.2 Dimostrare che a_n è crescente.

40.3 Dimostrare che a_n tende a $+\infty$

40.4 Dimostrare che

$$(-1)^{n^2} = (-1)^n$$

Si consideri

$$b_n = (-1)^{n^2} a_n$$

40.5 Determinare estremo superiore ed inferiore di b_n

40.6 Determinare, se esistono massimo e minimo di b_n

40.7 Calcolare, se esiste,

$$\lim b_n$$

41

Si consideri un punto che si muove lungo la retta reale partendo dall'origine secondo le seguenti modalità:

- 1 inizialmente il punto si muove con velocità costante e positiva ed impiega 3 unità di tempo per raggiungere il punto a distanza 5 dall'origine.
- 2 per le successive 2 unità di tempo il punto resta fermo.
- 3 il punto si muove poi per 2 unità di tempo con velocità costante uguale a 0.5.
- 4 successivamente il punto impiega altre 3 unità di tempo per tornare nell'origine.
- 5 infine riparte con velocità costante uguale ad -1 .

41.1 Disegnare il grafico della funzione $x : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}$ che associa ad ogni istante t la posizione $x(t)$ del punto in quell'istante

41.2 Determinare quante volte il punto passa per il punto a distanza 2 dall'origine.

41.3 Determinare gli istanti in cui il punto passa a distanza 2 dall'origine.

42

Si consideri una funzione $f : \mathbb{R} \setminus \{1, 2\} \rightarrow \mathbb{R}$ tale che

- 1 $f(0) = -3$
- 2 $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -3$
- 3 $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 3$
- 4 $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -3$
- 5 $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 3$
- 6 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$
- 7 $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -3$

42.1 Disegnare il grafico di f

42.2 È sempre vero che una funzione soddisfacente le condizioni da 1 a 7 è limitata?

42.3 È sempre vero che una funzione soddisfacente le condizioni da 1 a 7 si annulla almeno una volta?

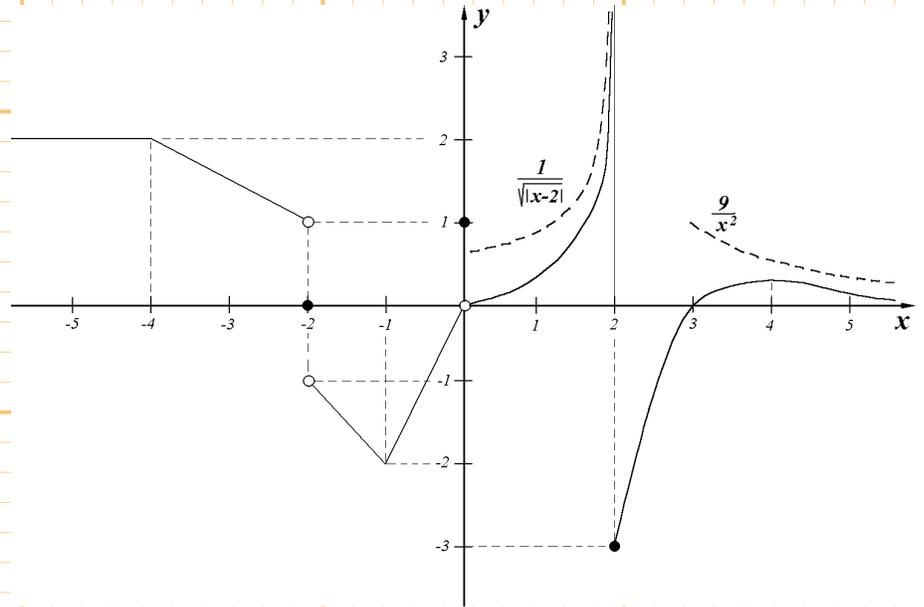
42.4 È sempre vero che una funzione soddisfacente le condizioni da 1 a 7 è crescente?

42.5 È sempre vero che una funzione soddisfacente le condizioni da 1 a 7 è decrescente?

42.6 È sempre vero che una funzione soddisfacente le condizioni da 1 a 7 è invertibile?

43

Si consideri la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ il cui grafico è di seguito riportato



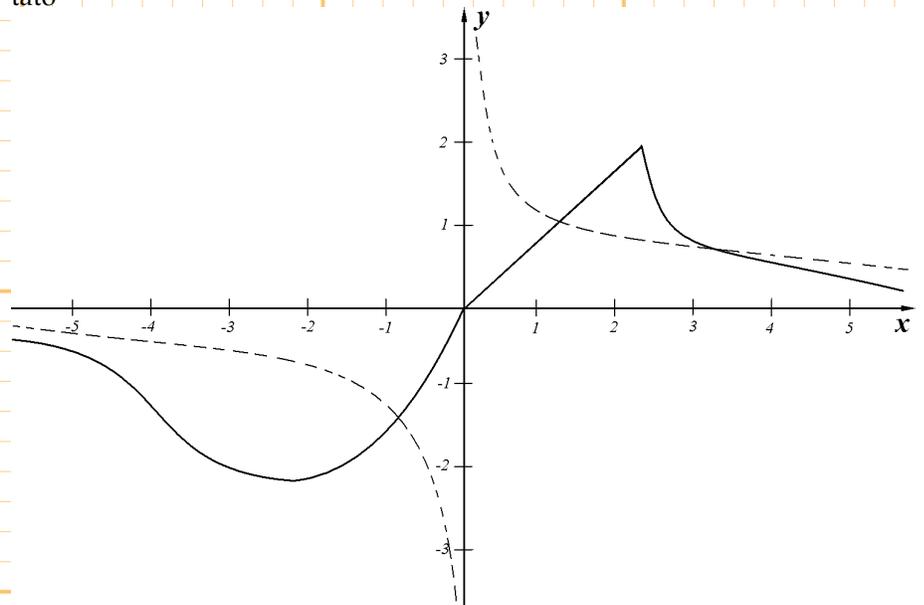
43.1 Disegnare il grafico di $\ln(f(x))$

43.2 Disegnare il grafico di $f(\sin(x))$

43.3 Disegnare il grafico di $\arctan(f(x))$

44

Si consideri la funzione $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ il cui grafico è di seguito riportato



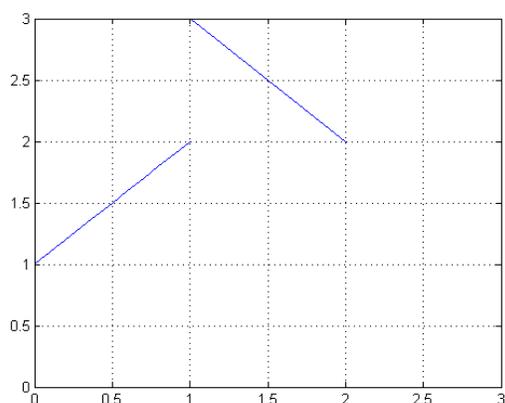
44.1 Disegnare il grafico della funzione $h(f(x))$ essendo h la funzione ottenuta restringendo g all'insieme \mathbb{R}_-

44.2 Disegnare il grafico dell'inversa di f ristretta all'insieme $\mathbb{R} \setminus \{-2, 3\}$

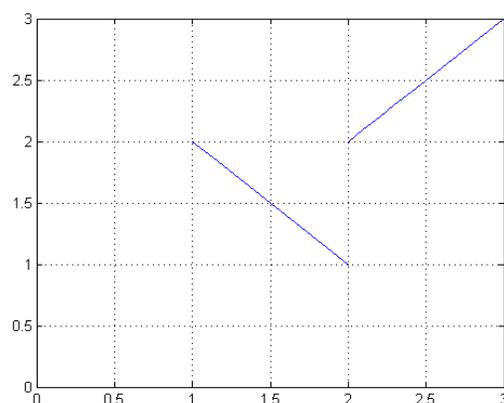
44.3 Disegnare il grafico dell'inversa di $\frac{1}{f}$ ristretta all'insieme $\mathbb{R} \setminus \{-2, 3\}$

45

Si considerino le funzioni f e g i cui grafici sono, rispettivamente, i seguenti:



f



g

45.1 Disegnare il grafico di $f(g(\cdot))$ e di $g(f(\cdot))$.

45.2 Determinare, una espressione esplicita per f ; stabilire se è invertibile e determinarne esplicitamente l'inversa.

45.3 Stabilire se è vero che g è invertibile e, in caso affermativo, disegnare il grafico di $(g^{-1}(\cdot))$.

45.4 Determinare il luogo dei punti del piano tali che

$$f(x) = g(y)$$

46

Si consideri la funzione

$$f(x) = |\ln(|x^2 - 1|)|$$

46.1 Disegnare il grafico di f

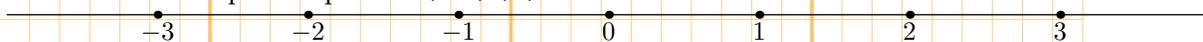
46.2 Determinare i punti x_i tali che $f(x_i) = 2$ per $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$

$x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$, $x_4 =$, $x_5 =$

46.3 Determinare i punti y_i tali che $f(y_i) = 3$ per $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$

$y_1 =$, $y_2 =$, $y_3 =$, $y_4 =$, $y_5 =$

46.4 Determinare la posizione dei punti $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$ rispetto ai punti $-2, -1, 0, 1, 2$ dell'asse x



46.5 Determinare la posizione dei punti $y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, y_6$ rispetto ai punti $-2, -1, 0, 1, 2$ dell'asse x



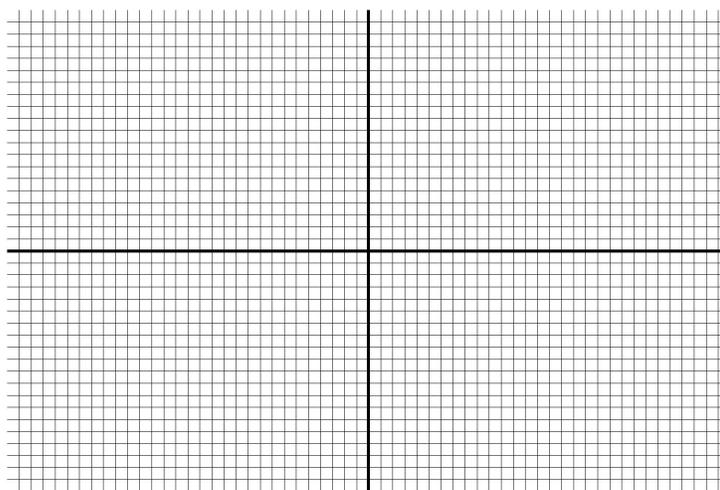
Siano \bar{x} ed \bar{y} I punti, tra quelli trovati al punto precedente, che appartengono all'intervallo $[0, 1]$ e si consideri la funzione

$$g = f|_{[\bar{x}, \bar{y}]}$$

46.6 Disegnare il grafico della funzione

$$\tan(g(\cdot))$$

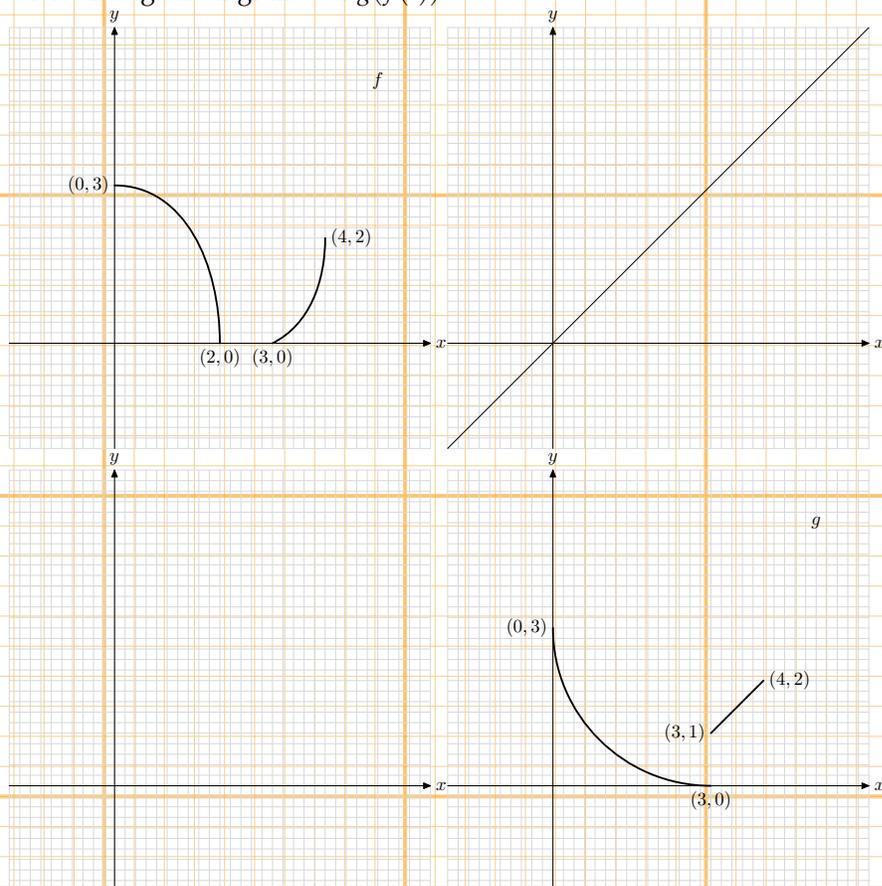
46.7 Verificare che g è invertibile e disegnare il grafico di g^{-1}



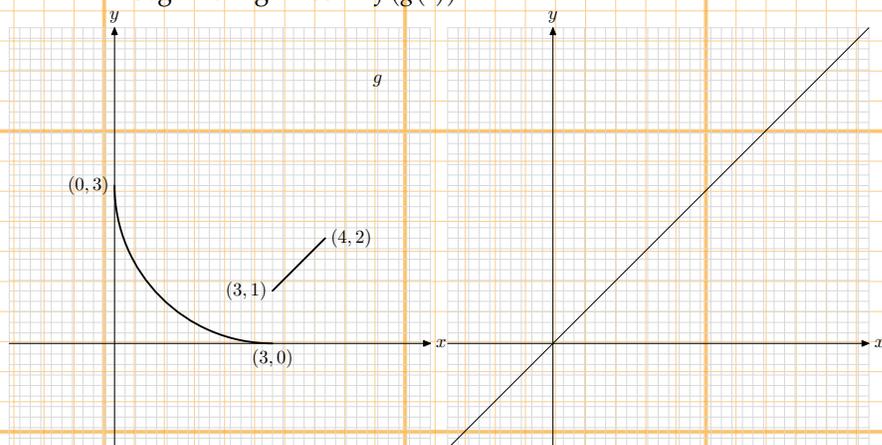
46·8 Determinare una espressione di g^{-1} (in termini di funzioni elementari)

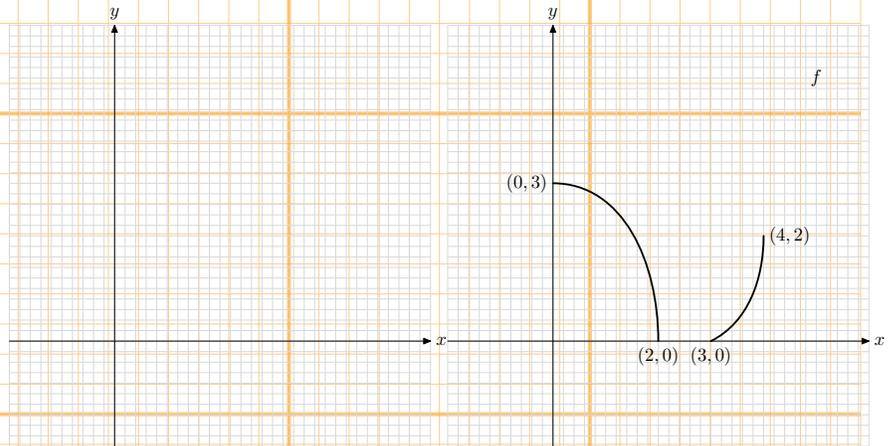
Si considerino le funzioni f e g i cui grafici sono riportati nelle figure seguenti

46·9 Disegnare il grafico di $g(f(\cdot))$

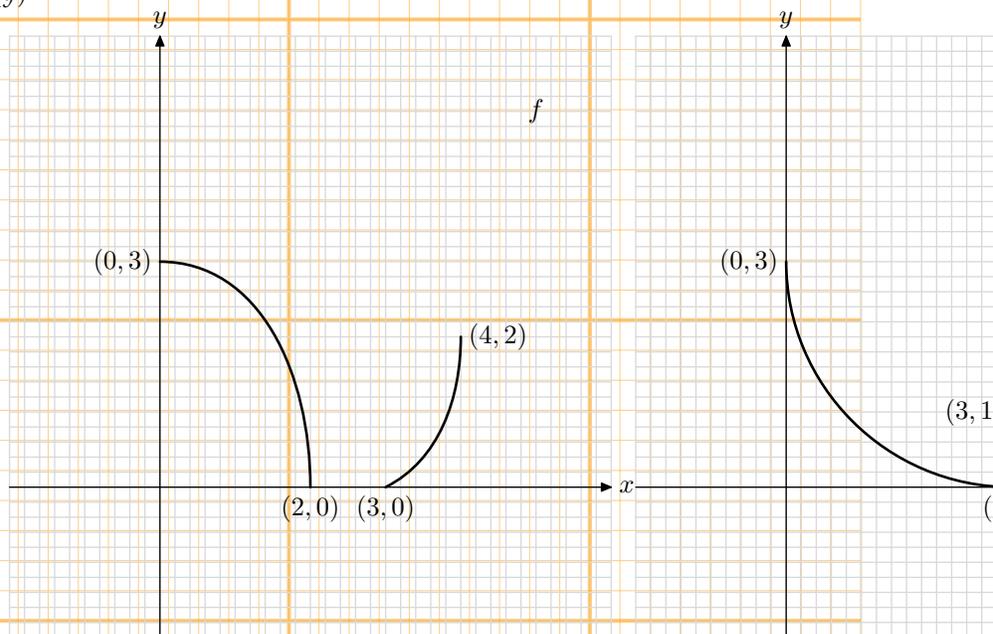


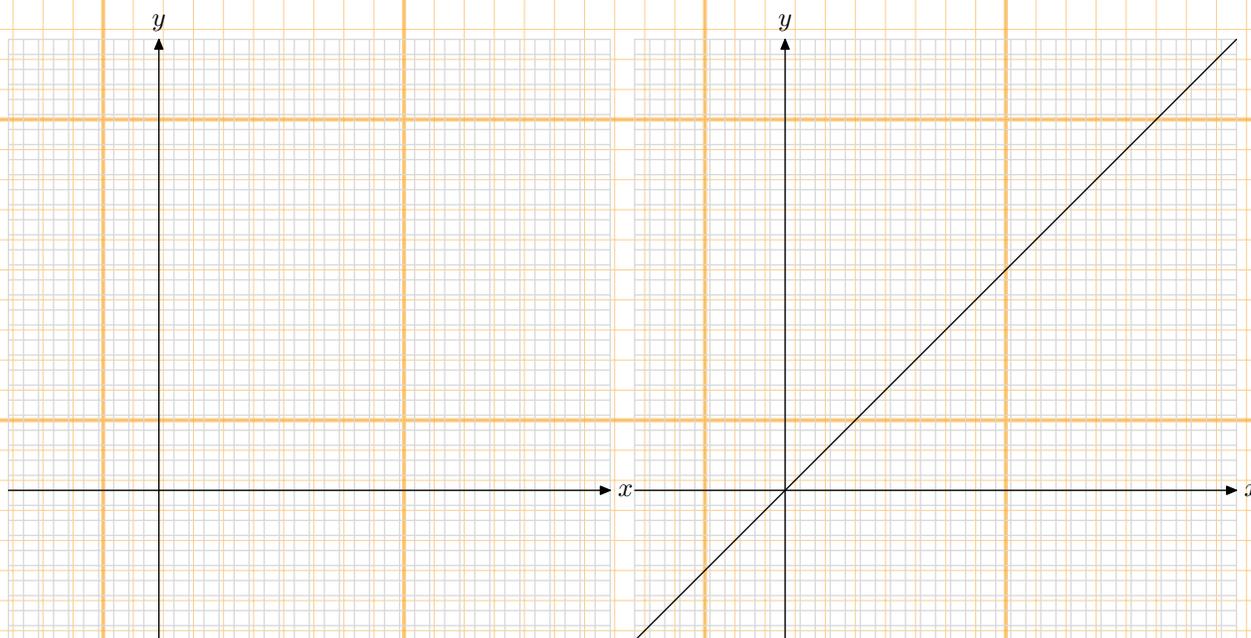
46·10 Disegnare il grafico di $f(g(\cdot))$





46.11 Disegnare il luogo dei punti del piano (x,y) tali che $f(x) = g(y)$





47

47.1 Disegnare il grafico di $f_1(x) = |x^2 - 1|$

47.2 Disegnare il grafico di $f_2(x) = \sqrt{4 - \frac{4}{9}x^2}$ precisandone il campo di definizione

47.3 Disegnare il grafico di $f_3(x) = \min\{f_2(x), f_1(x)\}$ precisandone il campo di definizione

47.4 Disegnare il luogo dei punti del piano per cui $|y| \leq f_3(x)$

47.5 Determinare il più grande intervallo contenente 2 in cui f_3 è invertibile. e sia f_4 la funzione f_3 ristretta a tale intervallo.

47.6 Disegnare il grafico di $f_5 = f_4^{-1}$ precisandone il campo di definizione

47.7 Determinare f_5

47.8 Disegnare il grafico di $f_6(x) = (x^2 - 1)^2$ precisandone il campo di definizione

47.9 Disegnare il grafico di $f_7(x) = |\log_2(|x|)|$ precisandone il campo di definizione

47.10 Disegnare il grafico di $f_8 = f_7(f_6(\cdot))$ precisandone il campo di definizione

47.11 Disegnare il grafico di $f_9 = f_6 f_7(\cdot)$ precisandone il campo di definizione

48

Si considerino le funzioni $f(x) = \arctan\left(1 - \frac{1}{\sqrt{|x^2-1|}}\right)$ e $g(x) = x + 1$

48.1 Disegnare il grafico di f

48.2 Disegnare il grafico di $f(g(\cdot))$.

48.3 Disegnare il grafico di $g(f(\cdot))$

48.4 Disegnare il grafico di $f(\cdot + 1)$.

48.5 Disegnare il grafico di $f(|\cdot|)$

48.6 Disegnare il grafico di $|f(\cdot)|$.

48.7 Disegnare il grafico di $\sin(f(\cdot))$

48.8 Determinare un insieme su cui f è invertibile e trovarne l'inversa

48.9 Determinare un insieme su cui g è invertibile e trovarne l'inversa

49

49.1 Un carrello si muove lungo l'asse x con velocità costante uguale a 5 metri al secondo, partendo da fermo.

Disegnare il grafico dello spazio percorso in funzione del tempo t .

La temperatura lungo l'asse x aumenta linearmente di 2 gradi per metro partendo da 10 gradi

Disegnare il grafico della temperatura avvertita a bordo del carrello in funzione del tempo.

49.2 Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x^3)}{x^2(1 - e^{2x^4})}$$

49.3 Calcolare ($E(x)$ è la parte intera di x)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\arctan(E(x))}{5x}$$

49.4 Calcolare, al variare di a

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^4 + 2x}{x^2 + ax^4}$$

49.5 Verificare mediante la definizione di limite che

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \sin(x) = 0$$

49.6 Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - \sqrt{4 - x}}{x}$$

50

50.1 Un punto si muove lungo l'asse x con velocità costante uguale a v metri al secondo, partendo da fermo.

Disegnare il grafico dello spazio percorso in funzione del tempo t .

La temperatura lungo l'asse x aumenta linearmente di g gradi per metro partendo da 0 gradi

Disegnare il grafico della temperatura del punto in funzione del tempo.

50.2 Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - x}{3x^2 + 1}$$

50.3 Calcolare al variare di x_0

$$\lim_{x \rightarrow x_0} E(\arctan(x))$$

50.4 Verificare mediante la definizione di limite che

$$\lim_{x \rightarrow 0} \sin(x/2) = 0$$

50.5 Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2 - \sqrt[3]{4 - x}}{x - 2}$$