1

Grafico di Funzioni

1

Si consideri la funzione:

$$f(x) = \frac{x+1}{x^2 - 3x + 2}$$

1·1 Determinare il campo di definizione I di f;

1·2 Determinare l'insieme J in cui f è derivabile;

1·3 Disegnare il grafico di f

1·4 Stabilire se f è decrescente su $(-\infty\ ,\ -1-\sqrt{6}]$ e su $[-1+\sqrt{6}\ ,\ +\infty)$ e giustificare brevemente l'affermazione.

1·5 Stabilire se f è invertibile su $[-1-\sqrt{6}\ ,\ 1) \cup [-1+\sqrt{6}\ ,\ 2)$ e calcolare f^{-1}

1·6 Dopo aver verificato che f è invertibile su $(2+\infty)$, detta g l'inversa, stabilire se g è derivabile e calcolare $g'(2)$

1·7 Determinare il rango di f

1·8 Calcolare, se esiste, $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^x - 1 - x - \sin(x)}{x^2}$

1·9 Calcolare, se esiste, $\frac{d}{dx} x^{\sin(x)}$

1·10 Calcolare, se esiste, $\frac{d}{dx} \tan(\arctan(x))$

2

Si consideri la funzione

$$f(y) = y \ln\left(\frac{y-1}{y}\right) - \ln|y-1|$$

2·1 Determinare il campo di definizione I di f

2·2 Stabilire dove f è derivabile e calcolare la sua derivata.

2·3 Calcolare i limiti agli estremi del campo di definizione di f giustificando brevemente le affermazioni.

2·4 Calcolare i limiti agli estremi del campo di definizione di f' giustificando brevemente le affermazioni.

2·5 Disegnare il grafico di f precisando crescenza, decrescenza, convessità e comportamento della retta tangente agli estremi del campo di definizione

3

Si consideri la funzione

$$f(x) = \max\left\{|x|, \frac{1}{|x|+1}\right\}$$

3·1 Determinare il campo di definizione di f

3·2 Determinare l'insieme in cui f è continua

3·3 Determinare l'insieme in cui f è derivabile

3·4 Calcolare

$$\int_{-3}^{3} f(x)dx$$

3·5 Disegnare il grafico di f

3·6 Determinare, dove esistono, tutte le primitive di f

4

Si consideri la funzione

$$f(x,y) = \ln x - xy$$

4·1 Disegnare, nel piano il campo di definizione di f

4·2 Disegnare nel piano le curve di livello $f(x,y) = k$ dei f corrispondenti ai valori $k = -1, 0, 1$

4·3 Disegnare nel piano le curve di livello $f(x,y) = k$ dei f corrispondenti a qualche valore significativo di k

4·4 Disegnare il grafico delle funzioni $f(x, mx)$ al variare di $m \in \mathbb{R}$, precisandone il significato

4·5 Calcolare $\nabla f(x,y)$, precisando dove è definito

4·6 Disegnare, nel piano il campo di direzioni individuato da ∇f

5

Si consideri la funzione

$$f(x) = \sqrt{|x-1|} \ln |x|$$

5·1 Determinare il campo di definizione e di derivabilità di f

5·2 Calcolare la derivata di f.

5·3 Determinare l'insieme in cui f è crescente e quello in cui f è decrescente

5·4 Disegnare il grafico di f.

5·5 Calcolare, se esiste, la retta tangente al grafico di f nel punto $x_0 = 1$

6

Si consideri, al variare di $k \in \mathbb{R}$, la funzione

$$f_k(x) = x^3 E(\arctan x) + kx^2$$

ove E indica la funzione parte intera.

6·1 Disegnare il grafico di f_0, f_1 e f_2.

6·2 Stabilire se è possibile trovare k in modo che f_k sia continua su $\mathbb{R}$ e giustificare brevemente l'affermazione.

6·3 Determinare k in modo che f_k sia monotona in $[-2, 0]$.

6·4 Determinare l'inversa di f_k per i valori di k determinati precedentemente precisandone dominio e rango.

7

Si consideri la funzione

$$f(x) = 2x(\ln x - 1) + \frac{5}{2}\ln(x^2+1) - 5x\arctan x$$

7·1 Determinare il dominio di f e calcolare i limiti agli estremi del campo di definizione

7·2 Disegnare il grafico di f' e studiare crescenza e decrescenza di f

7·3 Disegnare il grafico di f

7·4 Determinare il numero degli zeri di f e determinarne il segno

7·5 Disegnare il grafico di $\int_0^x f(t)dt$

8

Si consideri la funzione

$$f(x) = 4\arctan(\sqrt{x+2}) - \sqrt{x+2}$$

8·1 Determinare il campo di definizione di f e precisare dove f è continua e derivabile

8·2 Studiare crescenza, decrescenza, massimi e minimi di f

8·3 Studiare convessità e flessi di f

8·4 Studiare l'esistenza di zeri per f, precisandone il numero ed il segno.

8·5 Disegnare il grafico di f^{-1} in un intorno di 0.

9

Si consideri la funzione

$$f(x) = E(x^2 - xe^x)$$

(Ricordiamo che $E(x)$ indica la parte intera di x)

9·1 Determinare il campo di definizione di f e precisare dove f è continua e derivabile

9·2 Studiare crescenza, decrescenza, massimi e minimi di f

9·3 Studiare convessità e flessi di f

9·4 Studiare l'esistenza di zeri per f, precisandone il numero ed il segno.

9·5 Disegnare il grafico di $\int_0^{x^4} f(x)dx$.

10

Si consideri la funzione

$$f(t) = \frac{t^{16} - 256}{t^{32} - 1}$$

10·1 Disegnare il grafico di f

10·2 Disegnare il grafico di f'

10·3 Disegnare il grafico della funzione che rappresenta l'area compresa tra l'asse delle ascisse, il grafico di f e le rette parallele all'asse delle ordinate che hanno ascissa 0 ed x

10·4 Determinare l'ordine di infinitesimo di f nei punti in cui f è infinitesima.

10·5 Determinare l'ordine di infinito di f nei punti in cui f è infinita.

11

Si consideri la famiglia di funzioni

$$f_k(x) = kx^2 + x \ln x$$

11·1 Calcolare $f_k'(x)$ e di $f_k''(x)$

11·2 Disegnare il grafico di $f_2'(x)$ e di $f_{-1/4}'(x)$

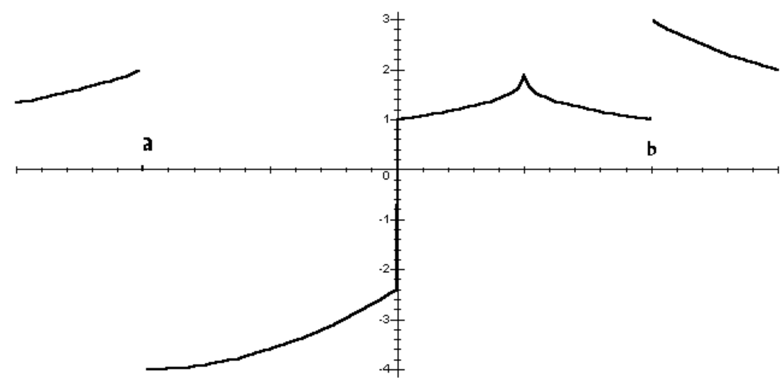
11·3 Disegnare il grafico di $f_2(x)$ e di $f_{-1/4}(x)$

11·4 Disegnare il grafico di $f_k'(x)$

11.5 Disegnare il grafico di $f_k^{(}x)$

12

Si consideri la funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ continua da sinistra il cui grafico è rappresentato in figura



12.1 Disegnare il grafico di una primitiva di f su $\mathbb{R} \setminus \{a, 0, b\}$

12.2 Disegnare il grafico di tutte le primitive di f su $\mathbb{R} \setminus \{a, 0, b\}$

12.3 Stabilire se esistono ed in caso affermativo disegnare il grafico di una primitiva di f che sia prolungabile per continuità su tutto $\mathbb{R}$

12.4 Esistono primitive di f definite su tutto $\mathbb{R}$

13

Si consideri la funzione

$$f(x) = e^{-kx} + (1-k)x$$

13.1 Studiare il grafico della funzione per $k = 1/2$

13.2 Studiare il grafico della funzione per $k = 4$

13.3 Studiare il grafico della funzione per $k = -1$

13.4 Studiare il grafico della funzione al variare di k

14

Si consideri la funzione

$$f(x) = x + xe^x$$

14·1 Calcolare f' ed f'' precisando il loro campo di definizione

14·2 Studiare il grafico di f'

14·3 Studiare il grafico della funzione f precisando monotonia e convessità

14·4 Disegnare il grafico di $f(x^n)$ al variare di $n \in \mathbb{N}$

14·5 Calcolare, se esiste, $(f^{-1})'(2+2e^2)$

15

Si consideri la funzione

$$f(x) = x - 1 - \frac{x^2}{a} + e^{-x} \qquad a > 0$$

15·1 Calcolare f' ed f'' precisando il loro campo di definizione

15·2 Studiare il grafico di f'

15·3 Studiare il grafico della funzione f precisando monotonia e convessità

15·4 Disegnare il grafico di $\int_0^x f(t)dt$

15·5 Per $a = 1$, calcolare, se esiste, $(f^{-1})'(-1 + \frac{1}{e})$

16

Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{x^2+1} & x < 0 \\ 1 & 0 \leq x < 1 \\ \dfrac{1}{x} & 1 \leq x < 2 \\ \dfrac{10}{x^4} & x \geq 2 \end{cases}$$

16·1 Disegnare il grafico di f

16·2 Disegnare il grafico di f'

16·3 Disegnare il grafico di $\int_1^x f(t)dt$

17

Si consideri la funzione

$$f(x) = \arctan(k(x^3 - x))$$

17.1 Disegnare il grafico di f

17.2 Disegnare il grafico di f'

17.3 Disegnare il grafico di $\int_0^x f(t)dt$

17.4 Determinare il numero di soluzioni dell'equazione $f(x) = 0$ al variare di k

18

Si consideri la funzione

$$f(x) = \ln|1 - \frac{x^2}{k^2}|$$

$$g(x) = \arctan(x)$$

18.1 Disegnare il grafico di f

18.2 Disegnare il grafico di g

18.3 Disegnare il grafico di $g(f(x))$

18.4 Disegnare il grafico di $f(g(x))$

19

Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{e^{-x}}{1 - x^2}$$

19.1 Disegnare il grafico di f

19.2 Disegnare il grafico di $g(x) = \int_0^x f(t)dt$

19.3 Disegnare il grafico di tutte le primitive di f

20

Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{2}{x(1-x^2)}$$

20·1 Disegnare il grafico di f

20·2 Disegnare il grafico di $g(x) = \int_4^x f(t)dt$

20·3 Disegnare il grafico di tutte le primitive di f

21

Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{e^x}{x^2 + x}$$

21·1 Disegnare il grafico di f

21·2 Disegnare il grafico di $g(x) = \int_4^x f(t)dt$

21·3 Disegnare il grafico di $g(x) = \int_{-\infty}^x f(t)dt$

22

Si consideri la funzione

$$f_k(x) = e^{2x} + ke^x$$

22·1 Determinare $g_k(t)$ tale che

$$f_k(x) = g_k(e^x)$$

e disegnarne il grafico al variare di $k \in \mathbb{R}$

22·2 Disegnare il grafico di $f_k(x)$ al variare di $k \in \mathbb{R}$

22·3 Per $k = 2$ Disegnare il grafico di $F(x) = \int_0^x f_2(t)dt$

22·4 Per $k = 2$ determinare un intervallo in cui f_2 è invertibile e trovarne l'inversa.

23

Si consideri la funzione

$$f_k(x) = e^x - k^2x$$

23·1 Determinare campo di definizione e limiti agli estremi del campo di f_k

23·2 Determinare eventuali massimi e minimi relativi ed assoluti di f_k, sul suo campo di definizione.

23·3 Stabilire per quali valori di k f_k assume qualche valore negativo.

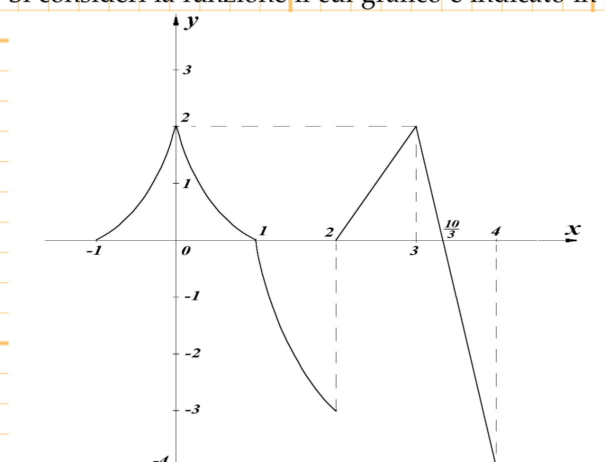
23·4 Disegnare il grafico di f_k

23·5 Disegnare il grafico di

$$\int_0^x f_k(t)dt$$

24

Si consideri la funzione il cui grafico è indicato in figura



24·1 Disegnare il grafico di $f(|x|)$

24·2 Disegnare il grafico di $|f(x)|$

24·3 Disegnare il grafico di $f'(x)$

24·4 Disegnare il grafico di $\int_0^x f(t)dt$

25

Si consideri la funzione

$$f(x) = x^2 + x \qquad g(x) = e^{f(x)} \qquad h(x) = g(\sqrt{x})$$

25·1 Disegnare il grafico di f

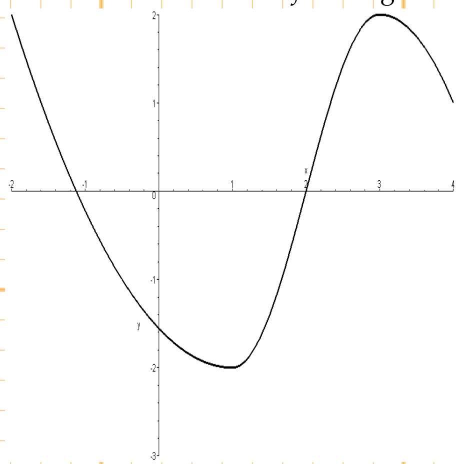
25·2 Disegnare il grafico di g

25·3 Disegnare il grafico h

25·4 Disegnare il grafico di tutte le primitive di g

26

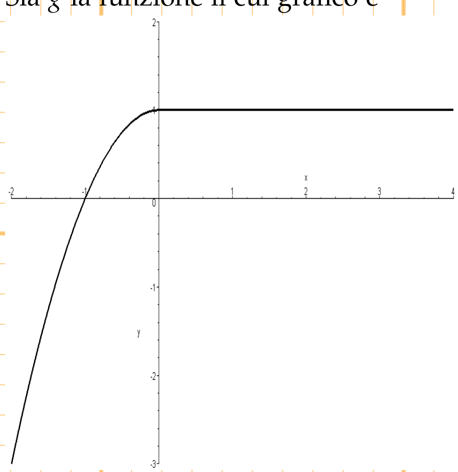
Si consideri la funzione f il cui grafico è di seguito riportato



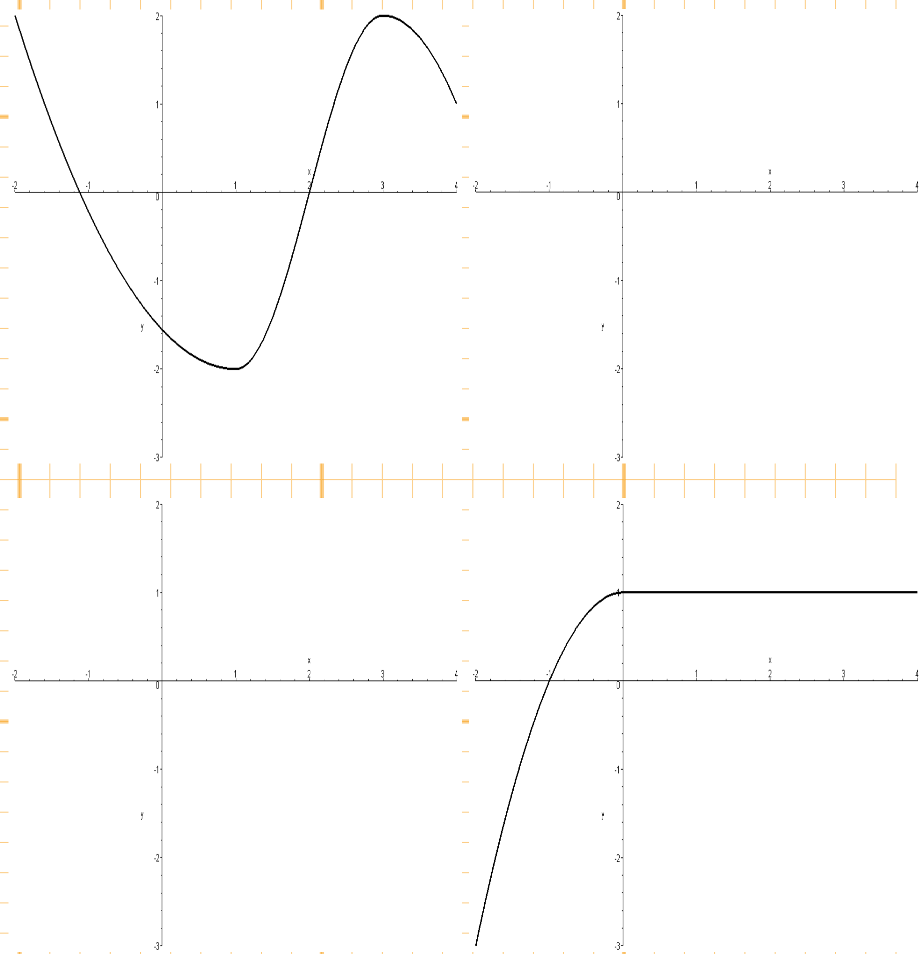
26·1 Disegnare il grafico di $f(|x|)$ e di $|f(x)|$

26·2 Disegnare il grafico di $f(x-2)$ e di $f(x)-2$

Sia g la funzione il cui grafico è



26·3 Disegnare il grafico di $f(g(\cdot))$



27

Si consideri la funzione

$$f(x) = e^{-|x^2-a|}$$

al variare di $a \in \mathbb{R}$

27·1 Disegnare il grafico di f per $a = 0$ per $a < 0$ e per $a > 0$

27·2 Determinare, per $a = 1$, un intervallo in cui f sia invertibile, calcolare l'inversa di f e disegnare il grafico dell'inversa

Sia

$$g(x) = \begin{cases} x & x < 1 \\ x^2 & x > 1 \end{cases}$$

27·3 Per $\epsilon = 1/2$ determinare δ in modo che se $|x-1| < \delta$ si abbia $|g(x) - 1| < \epsilon$

27·4 Per ogni $\epsilon > 0$ determinare δ in modo che se $|x-1| < \delta$ si abbia $|g(x) - 1| < \epsilon$

28

Si consideri
$$f(x) = \frac{\sin(ax) - \cos(bx) + 1}{x}$$

28·1 Per $a = 0$, $b = 1$, calcolare
$$\lim_{x\to 0} f(x) =$$

28·2 Per $a = 1$, $b = 0$ calcolare
$$\lim_{x\to 0} f(x) =$$

28·3 Per $a = 1$, $b = 1$ calcolare
$$\lim_{x\to 0} f(x) =$$

28·4 Calcolare al variare di a, b
$$\lim_{x\to 0} f(x) =$$

Si consideri
$$g(x) = \frac{\sin(x-1)}{\sqrt{x} - 1}$$

28·5 Calcolare
$$\lim_{x\to 1} g(x) =$$

28·6 Calcolare
$$\lim_{x\to +\infty} g(x) =$$

29

Si consideri la funzione definita da
$$\begin{cases} \cos(x) & x < 0 \\ ax^2 + b & 0 \leq x \leq 1 \\ 1 - \sqrt{x} & x > 1 \end{cases}$$

29·1 Determinare, se possibile, a, b in modo che f sia continua in 0.

f **è continua in** 0 **per**

29·2 Determinare, se possibile, a, b in modo che f sia continua in 0 ed in 1. f **è continua in** 0 **ed in** 1 **per**

29·3 Determinare, se possibile, a, b in modo che f sia derivabile in 0.

f **è derivabile in** 0 **per**

29·4 Determinare, se possibile, a, b in modo che f sia derivabile in 0 ed in 1.

f **è derivabile in** 0 **ed in** 1 **per**

30

Si consideri la funzione definita da

$$f(x) = \arctan(x) - \ln(1 + x^2)$$

30·1 Disegnare il grafico di f

30·2 Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di f in $x_0 = 0$.

30·3 Scrivere il polinomio di McLaurin di f di ordine 4 di f (Polinomio di Taylor centrato nel punto $x_0 = 0$)

30·4 Scrivere il resto di Peano relativo al polinomio di McLaurin trovato al punto precedente

30·5 Calcolare

$$\lim_{x \to 0} \frac{f(x) - x}{x^2}$$

31

Si consideri la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} e^x & x < -1 \\ 2 & -1 \leq x \leq 0 \\ 2 - x - x^2 & x > 0 \end{cases}$$

31·1 Disegnare il grafico di f

31·2 Calcolare f' e disegnare il grafico di f'

31·3 Disegnare il grafico di

$$F(x) = \int_0^x f(t)dt$$

31·4 Calcolare una primitiva di f,precisando dove è definita

31·5 Calcolare tutte le primitive di f.

32

Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{e^x}{e^x - 1}$$

32·1 Disegnare il grafico di f

32·2 Disegnare il grafico di $g(x) = \int_1^x f(t)dt$

32·3 Disegnare il grafico di tutte le primitive di f

32·4 Calcolare una primitiva di f precisandone il campo di definizione

33

Si consideri la funzione

$$f(x) = x\ln(x+1)$$

33·1 Disegnare il grafico di f

33·2 Disegnare il grafico di $g(x) = \int_1^x f(t)dt$

33·3 Disegnare il grafico di tutte le primitive di f

33·4 Calcolare una primitiva di f precisandone il campo di definizione

34

Si consideri la funzione

$$f(x) = x^4 - x^3 + 5 * x^2 + 1$$

34·1 Disegnare il grafico di f

34·2 Disegnare il grafico di $g(x) = \frac{1}{f(x)}$

34·3 Determinare un intervallo che contenga 1 in cui f è invertibile, verificare che $f(1) = -4$

$$(f^{-1})'(-4)$$

34·4 Determinare esplicitamente

$$x = f^{-1}(y-1)$$

35

Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{e^x - 1}{x}$$

35·1 Determinare l'insieme su cui f è continua e prolungarla per continuità dove è possibile.

35·2 Determinare l'insieme su cui f è derivabile e calcolare la sua derivata, dove esiste.

35·3 Dopo aver studiato il grafico di $g(x) = (x-1)e^x + 1$, disegnare il grafico di f.

36

Si consideri l'equazione

$$\begin{cases} \frac{1}{x^2} & x \leq -1 \\ \frac{1}{\sqrt{|x+1|}} - 1 & -1 < x < 0 \\ x + 1 & 0 \leq x < 1 \\ \frac{2}{x} & x \geq 1 \end{cases}$$

36·1 Disegnare il grafico di f

36·2 Disegnare il grafico di f'

36·3 Disegnare il grafico di $\int_0^x f(t)dt$

37

37·1 Disegnare il grafico di

$$f(x) = \sqrt{1 - x\ln(x)}$$

37·2 Disegnare il grafico di

$$f_a(x) = \sqrt{a - x\ln(x)}$$

al variare di $a \in \mathbb{R}$

37·3 Disegnare nel piano il luogo dei punti tali che

$$y^2 = 1 - x\ln(x)$$

37·4 Stabilire se è possibile prolungare f per continuità nell'origine.

38

38·1 Disegnare il grafico delle funzioni

$$f(x) = \sqrt{e^x} \qquad , \qquad g(x) = \frac{x}{1+x^2}$$

38·2 Disegnare il grafico di

$$h(x) = \frac{\sqrt{e^x}}{1+e^x}$$

38·3 Determinare, se esistono i punti ed i valori di massimo e minimo assoluti di h

38·4 Stabilire se è possibile invertire h su $[0, +\infty)$ ed in caso affermativo calcolare $h^{-1}\left(\frac{\sqrt{e}}{1+e}\right)$ e $(h^{-1})'\left(\frac{\sqrt{e}}{1+e}\right)$

39

39·1 Disegnare il grafico delle funzioni

$$f(x) = \ln(x) \qquad , \qquad g(x) = \frac{x}{x-1}$$

39·2 Disegnare il grafico di

$$h(x) = \ln\left(\frac{x}{x-1}\right)$$

39·3 Determinare, se esistono i punti ed i valori di massimo e minimo assoluti di h

39·4 Stabilire se è possibile invertire h su $(1, +\infty)$ ed in caso affermativo calcolare $h^{-1}(\ln(2))$ e $(h^{-1})'(\ln(2))$

40

40·1 Disegnare il grafico delle funzioni

$$f(x) = \sqrt{x} \qquad , \qquad g(x) = \frac{x+1}{x^2+x+1}$$

40·2 Disegnare il grafico di

$$f(g(x))$$

40·3 Disegnare il grafico di

$$g(f(x))$$

40·4 Disegnare il grafico di

$$f(f(x))$$

41

Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{kx}{1+kx^2}$$

41·1 Disegnare il grafico di f per $k = 1$

41·2 Disegnare il grafico di f per $k = -1$

41·3 Disegnare il grafico di f al variare di k

41·4 Determinare il polinomio di Mc Laurin di f di ordine 2

42

Si consideri la funzione

$$f(x) = (1-k)x^2 + kx \qquad , \qquad k \in (0,1)$$

42·1 Disegnare il grafico di f per $k = 0$ e $k = 1$

Si consideri la funzione

$$f(x) = x(\ln(x))^2$$

42·2 Disegnare il grafico di f

42·3 Disegnare il grafico di f'

42·4 Stabilire se è vero che che il grafico di f giace in uno dei semipiani individuati dalla bisettrice primo-terzo quadrante.

43

43·1 Disegnare il grafico di f al variare di k

43·2 Determinare al variare di k le coordinate del punto di massimo assoluto

43·3 Disegnare il grafico del luogo dei punti del piano descritto dai punti di minimo assoluto.

44

Si considerino le funzioni

$$f(x) = \frac{1}{1+x^8} \qquad , \qquad g(x) = e^{-x}$$

44·1 Disegnare il grafico di f

44·2 Disegnare il grafico di g

44·3 Disegnare il grafico di $f(g(\cdot))$

44·4 Disegnare il grafico di $g(f(\cdot))$

44.5 Calcolare, se esiste, l'inversa di $f(g(\cdot))$.

45

Si considerino le funzioni

$$f(x) = e^{-x^2} \quad , \quad g(x) = ln(|x|)$$

45.1 Disegnare il grafico di f

45.2 Disegnare il grafico di g

45.3 Disegnare il grafico di $f(g(\cdot))$

45.4 Disegnare il grafico di $g(f(\cdot))$

45.5 Calcolare, se esiste, l'inversa di $f(g(\cdot))$.

46

Si consideri la funzione

$$f(x) = xln(|x|) + \arctan(x)$$

46.1 Calcolare f' ed f''

46.2 Disegnare il grafico di f'

46.3 Disegnare il grafico di f''

46.4 Determinare un intorno di 0 in Cui f è invertibile

46.5 Calcolare, se esiste, $(f^{-1})'(0)$ intendendo f ristretta all'intervallo precedentemente trovato.

47

Si consideri la funzione

$$f(x) = xe^{x^2} + ax$$

47.1 Disegnare il grafico di f per $a = 0$

47.2 Disegnare il grafico di f per $a = 1$

47.3 Disegnare il grafico di f per $a = -1$

47·4 Disegnare il grafico di f al variare di a

48

Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{e^{-x}}{ax+1} \quad , \quad a > 0$$

48·1 Disegnare il grafico di f per $a = 2$

48·2 Disegnare il grafico di f per $a = \frac{1}{2}$

48·3 Disegnare il grafico di f al variare di $a > 0$

48·4 Determinare a in modo che sia minimo il valore minimo di f

49

Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{\ln(1+x)}{x^2}$$

49·1 Determinare il campo di definizione di f ed i limiti agli estremi del campo di definizione

49·2 Calcolare $f'(x)$ e studiarne il segno.

49·3 Disegnare il grafico di f

49·4 Determinare al variare di a il numero di soluzioni dell'equazione $f(x) = a$

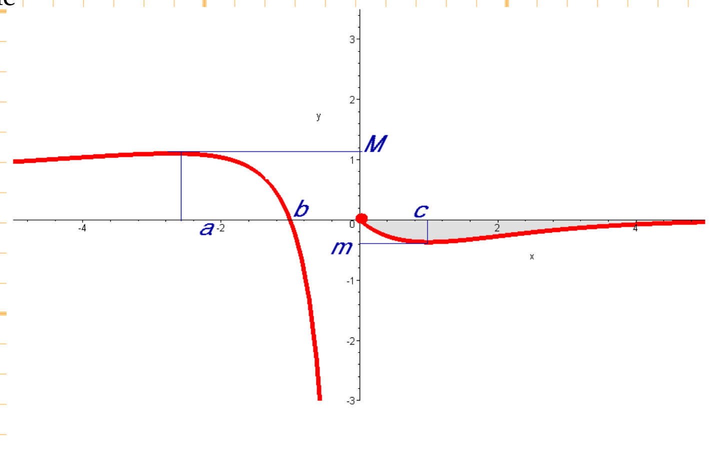
50

Si consideri la funzione

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$

il cui grafico è riportato in figura;

dove l'area indicata vale π.



50·1 Disegnare il grafico di una funzione g tale che $g'(x) = f(x)$, per $x \neq 0$

50·2 Disegnare il grafico di una funzione f tale che $g'(x) = f(x)$, per$x \neq 0$, $g(a) = 0$, $g(c) = 0$

50·3 Calcolare

$$\int_0^{+\infty} f(x)dx$$

50·4 Calcolare

$$\lim_{x\to+\infty} g(x)$$

dove g è la funzione del punto D

51

Si consideri la funzione

$$f(x) = \sqrt{x}\ln(1+x)$$

51·1 Determinare campo di definizione e calcolare i limiti agli estremi del campo.

51·2 Calcolare $f'(x)$ ed $f''(x)$

51·3 Disegnare il grafico di $g(x) = (1+x)\ln(1+x) + 2x$ (Si osservi che $f'(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$ ed $h(x) > 0$)

51·4 Disegnare il grafico di f

52

Si consideri la funzione

$$f(x) = x^2 e^{-x-\sqrt{x^2}}$$

52·1 Disegnare il grafico di f per $x > 0$

52·2 Disegnare il grafico di f per $x < 0$

52·3 Studiare la derivabilità di f in $x = 0$

52·4 Disegnare il grafico di $g(x) = x^{14} e^{-x^7-\sqrt{x^{14}}}$

53

Si consideri la funzione

$$f(x) = (x-1)\sqrt{|1-x^2|}$$

53·1 Disegnare il grafico di f per $x > 0$

53·2 Disegnare il grafico di f per $x \in [0, 1]$

53·3 Disegnare il grafico di f per $x \geq 1$

53·4 Disegnare il grafico di f per $x \in \mathbb{R}$

53·5 Disegnare il grafico di $f(\ln(x))$

54

Si consideri la funzione

$$f(x) = x \ln(1 + x^2)$$

54·1 Determinare campo di definizione e limiti agli estremi del campo di f

54·2 Studiare crescenza e decrescenza di f

54·3 Disegnare il grafico di f

54·4 Determinare il numero ed il segno delle soluzioni dell'equazione

$$f(x) = e^{-x^2}$$

al variare di $k \in \mathbb{R}$

54.5 Determinare il numero ed il segno delle soluzioni dell'equazione

$$f(x) = \frac{k}{x}$$

al variare di $k \in \mathbb{R}$

55

Si consideri la funzione

$$g(x) = \ln(-x) + \frac{1}{x} \qquad , \qquad f(x) = e^x \ln(-x)$$

55.1 Disegnare il grafico di g

55.2 Verificare che g è negativa per $x > -\sqrt{e}$

55.3 Disegnare il grafico di f

55.4 Verificare che f è invertibile per $x > -\sqrt{e}$

55.5 Calcolare $(f^{-1})\prime(0)$

56

Si consideri la funzione

$$f(x) = e^{x^2} \ln|x|$$

56.1 Calcolare f' e studiarne il segno

56.2 Disegnare il grafico di f

56.3 Stabilire se f è una funzione pari.

56.4 Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di f in $x = 1$

56.5 Determinare un intorno di $x = 1$ in cui

$$|f(x)| \leq \frac{1}{10}$$

57

Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{\ln(x)}{\sqrt{x}}$$

57.1 Disegnare il grafico di f

57.2 Disegnare il grafico di

$$f(x) = \frac{\ln(|x|)}{\sqrt{|x|}}$$

57.3 Disegnare il grafico di

$$g(x) = f(|x| + 1)$$

57.4 Determinare il numero di soluzioni dell'equazione

$$g(x) = k$$

al variare di $k \in \mathbb{R}$

58

Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{\sqrt{x}}{1 - \sqrt{x}}$$

58.1 Disegnare il grafico di f

58.2 Disegnare il grafico di

$$f(|x|)$$

58.3 Disegnare il grafico di

$$g(x) = f(|x| + 1)$$

numero di soluzioni dell'equazione

$$g(x) = k$$

al variare di $k \in \mathbb{R}$

59

Si consideri la funzione

$$f(x) = 2\arctan(x) + \ln(|x|)$$

59·1 Disegnare il grafico di f
Si consideri poi

$$g(x) = 2\arctan(e^x) + x$$

59·2 Disegnare il grafico di g

59·3 Calcolare $g_1 = g(1)$

59·4 Calcolare, se esiste,

$$\left(g^{-1}\right)'(g_1)$$

60

Si consideri la funzione

$$f(x) = \ln(1 + \sin(x))$$

60·1 Disegnare il grafico di f

60·2 Determinare la retta tangente al grafico di f in $x_0 = 0$

60·3 Dimostrare che f è invertibile in $[\pi/2, 3\pi/2)$ e detta f^{-1} l'inversa di f su $[\pi/2, 3\pi/2)$; calcolare

$$f^{-1}(0)$$

60·4 Disegnare il grafico di $F(x)$ essendo $F(1) = 0$ e $F'(x) = f(x)$

61

Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{x + 1}$$

61·1 Disegnare il grafico di f
Sia

$$g(x) = \frac{e^{-2x^2} - 5e^{-x^2} + 6}{e^{-x^2} + 1}$$

61·2 Determinare h tale che

$$f(h(x)) = g(x)$$

61·3 Disegnare il grafico di h

61·4 Disegnare il grafico di g

62

Si consideri la funzione

$$f(x) = x + \frac{1}{x+1}$$

62·1 Disegnare il grafico di f

Sia

$$g(x) = \ln(x) + \frac{1}{\ln(x)+1}$$

62·2 Determinare h tale che

$$f(h(x)) = g(x)$$

62·3 Disegnare il grafico di h

62·4 Disegnare il grafico di g

63

Si consideri la funzione

$$f(x) = e^x - x^2$$

63·1 Disegnare il grafico di f

63·2 Stabilire se f è crescente ed in caso affermativo disegnare il grafico della sua inversa

63·3 Calcolare, se esiste, $(f^{-1})'(1)$

63·4 Approssimare $\int_0^{0.1} e^t - t^2 dt$ con un numero razionale a meno di 0.01.

64

Si consideri la funzione

$$f(x) = \arctan(a\sqrt{x}) - \ln(bx)$$

64·1 Disegnare il grafico di f per $a = 1$ e $b = 1$

64·2 Disegnare il grafico di f per $a = 1$ al variare di b

64·3 Verificare che, per $a = 1$ e $b = 1$, f è invertibile per $x \in [2, +\infty)$ e calcolare

$$f^{-1}(a), \qquad \text{dove} \qquad a = \arctan(4) - \ln(16)$$

64·4 Disegnare, per $a = 1$ e $b = 1$, il grafico di

$$F(x) = \int_0^x f(t)dt$$

.

65

Si consideri la funzione definita da

$$f(x) = e^x \ln(|x| - 1)$$

65·1 Disegnare il grafico di f per $x > 0$

65·2 Stimare, usando la Formula di Taylor, l'errore che si commette sostituendo ad f la sua retta tangente in $x = 2$, per $x \in [3/2, 5/2]$

65·3 Disegnare il grafico di f per $x < 0$

65·4 Scrivere il polinomio di Taylor di ordine 2 di f centrato in $x = -2$.

66

Si consideri la funzione definita da

$$f(x) = \frac{e^x - c}{\sqrt{x}}$$

66·1 Disegnare il grafico di f per $c = 0$

66·2 Disegnare il grafico di f al variare di $c \in \mathbb{R}$

66·3 Determinare il numero delle soluzioni dell'equazione

$$f(x) = 0$$

al variare di $c \in \mathbb{R}$

66·4 Disegnare il grafico di $\int_1^x f(t)dt$ per $c = 1$

67

Si consideri la funzione

$$g(x) = 1 - 3x - 3x^2 + x^3$$

67·1 Calcolare $g'(x)$ e studiarne il segno.

67·2 Disegnare il grafico di g.

67·3 Precisare la posizione degli zeri di g rispetto ai punti $-2, -1, 0, 1, 3, 4$

67·4 Se h è la restrizione di g all'intervallo $[-1/5, 1]$, calcolare $(h^{-1})'(1)$

68

Si consideri la funzione definita da

$$f(x) = \frac{\sqrt{x}(1-x)}{1+x^2}$$

68·1 Calcolare la derivata di f

68·2 Studiare il segno di f'

68·3 Disegnare il grafico di f

68·4 Disegnare il grafico di $\int_1^x f(t)dt$

69

69·1 Disegnare il grafico di

$$g(x) = x^3 - x - 1/2$$

69·2 Disegnare il grafico di

$$f(x) = -\ln(x) + (\ln(x))^3 - 1/2$$

69·3 Determinare a in modo che f sia invertibile in $[a-1,+\infty)$

69·4 Se h è la restrizione di f all'intervallo $[a-1,+\infty)$, calcolare $(h^{-1})'(h(a))$

70

70·1 Disegnare il luogo dei punti del piano tali che

$$x^2+2xy+3=0$$

70·2 Disegnare, al variare di k, il luogo dei punti del piano tali che

$$x^2+2xy+3=k$$

70·3 Per $k=4$, stabilire se la restrizione della funzione $y=g(x)$ definita dalla uguaglianza

$$x^2+2xy+3=k$$

ad $\mathbb{R}_+$ è invertibile.

70·4 Calcolare

$$g^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$$

dove g è la funzione definita nel punto precedente.

71

71·1 Disegnare il grafico della funzione

$$f(x)=|x+x^2|$$

71·2 Disegnare il luogo dei punti del piano tali che

$$y^2=|x+x^2|$$

71·3 Disegnare, al variare di k il luogo dei punti del piano tali che

$$y^2=|x+x^2|+k$$

71·4 Detta g la restrizione di f a $[0,+\infty)$, calcolare

$$g^{-1}(1)$$

72

72·1 Disegnare il grafico della funzione

$$f(x) = \arctan(\tan(x-2))$$

72·2 Disegnare il luogo dei punti del piano tali che

$$y = |\arctan(\tan(x-2))|$$

72·3 Disegnare il luogo dei punti del piano tali che

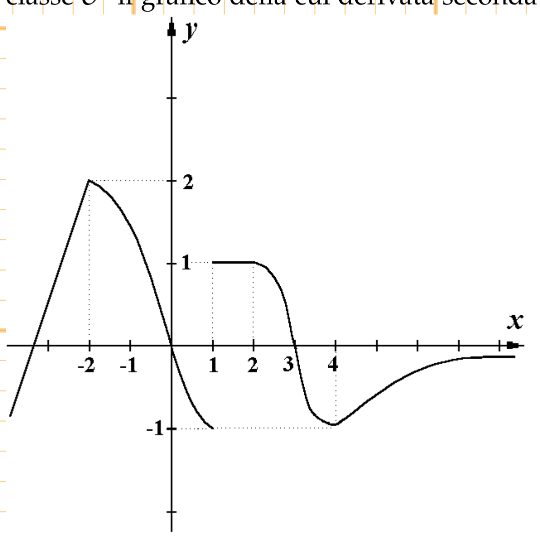
$$y^2 = |\arctan(\tan(x-2))| - 4$$

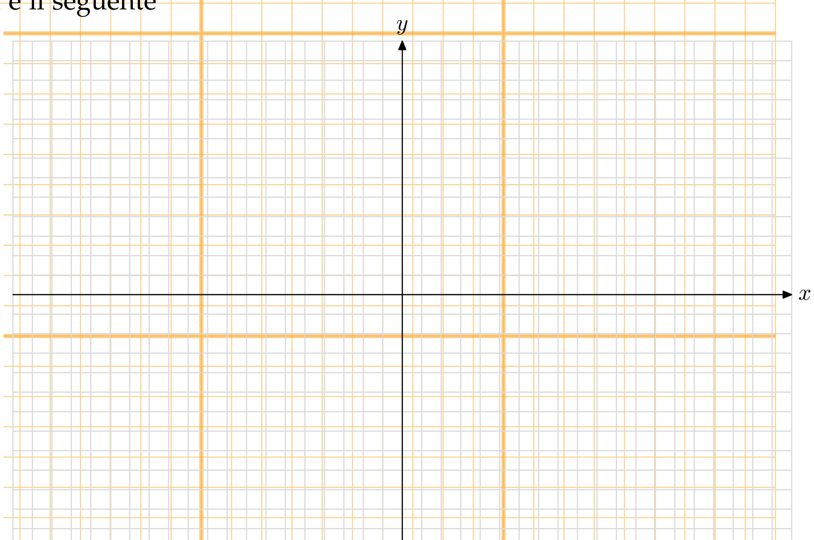
72·4 Dimostrare che

$$(\arctan(x))' = \frac{1}{1+x^2}$$

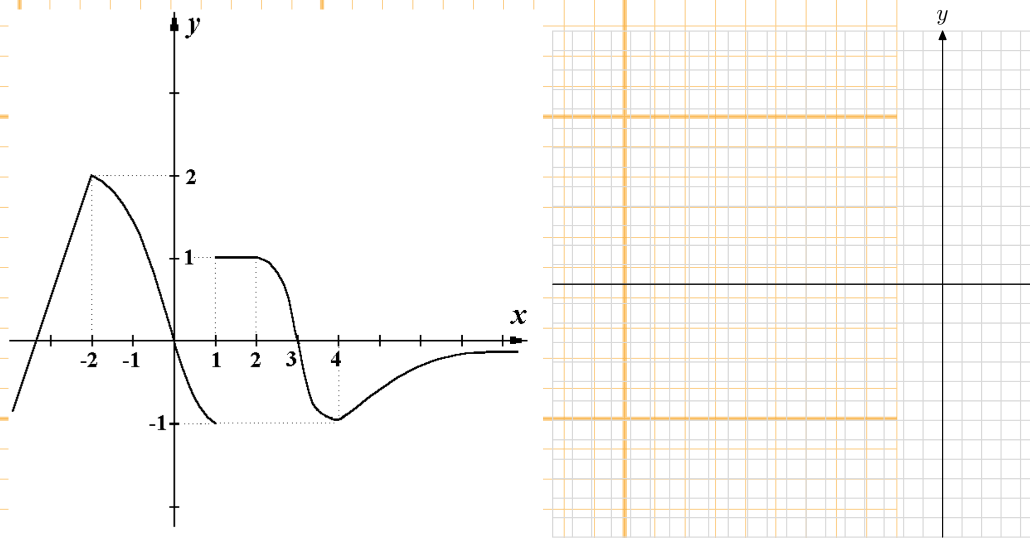
73

73·1 Disegnare il grafico della derivata prima di una funzione di classe $\mathcal{C}^1$ il grafico della cui derivata seconda è il seguente

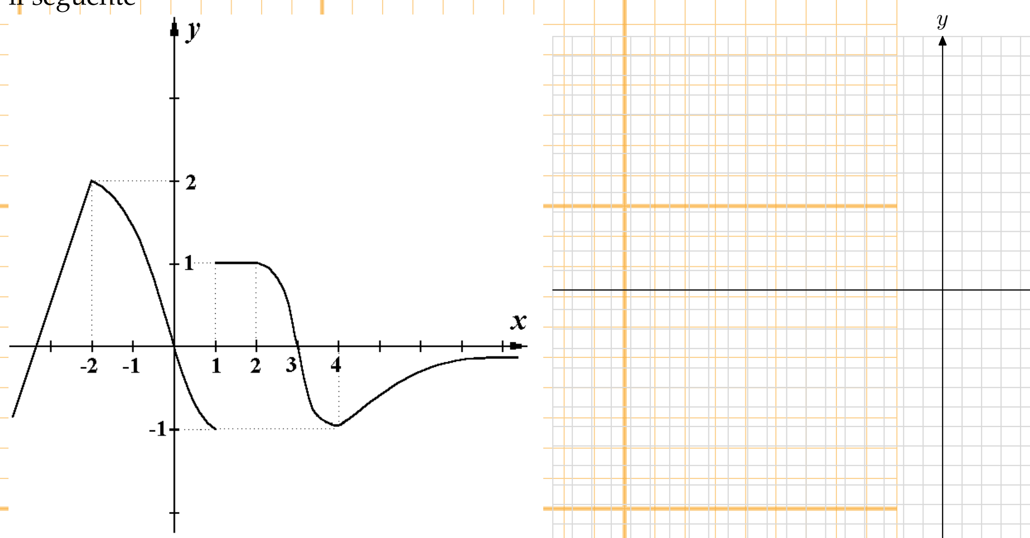




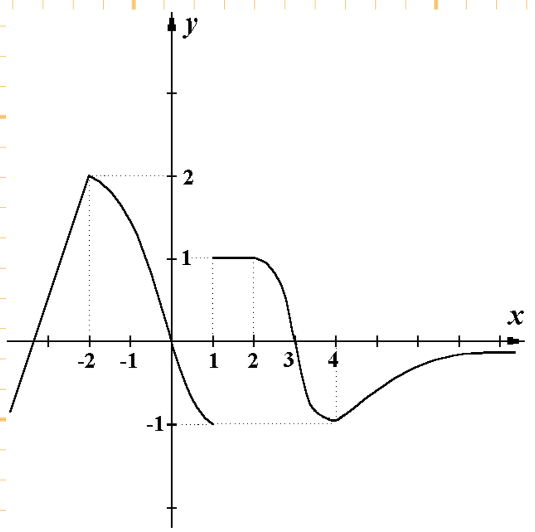
73·2 Disegnare il grafico di una funzione di classe $\mathcal{C}^1$ il grafico della cui derivata seconda è il seguente

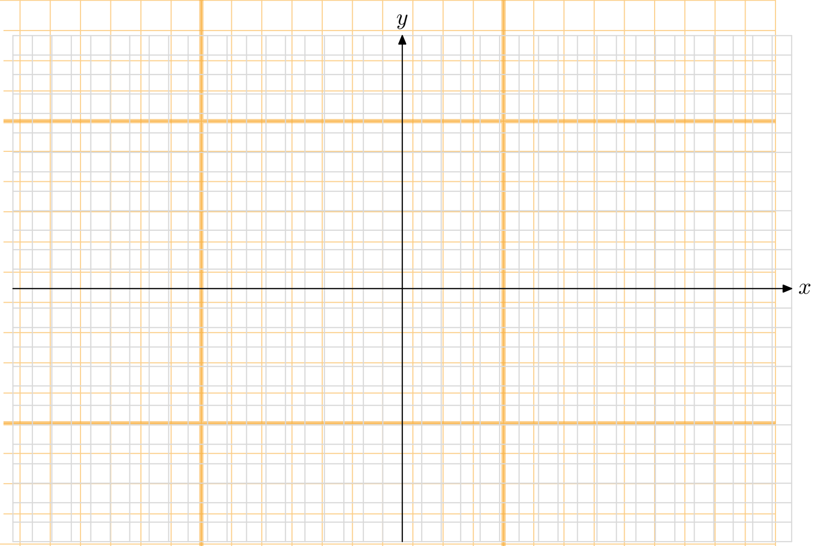


73·3 Disegnare il grafico della funzione di classe $\mathcal{C}^1$ che passa per il punto $(1, 1)$ con pendenza 0. il grafico della cui derivata seconda è il seguente



73·4 Disegnare il grafico della funzione di classe $\mathcal{C}^1$ la cui retta tangente nell'origine è la bisettrice primo terzo quadrante il grafico della cui derivata seconda è il seguente





74

Si consideri la funzione definita da

$$f(x) = e^{-|x^3-x|+c}$$

74·1 Disegnare il grafico di f per $c = 0$

74·2 Disegnare il grafico di f al variare di $c \in \mathbb{R}$

74·3 Determinare il numero delle soluzioni dell'equazione

$$f(x) = 1$$

al variare di $c \in \mathbb{R}$

74·4 Per $c = 0$, stabilire se f è invertibile in un intorno di $x = 2$ e se l'eventuale inversa di f è derivabile in e^{-6}. In caso affermativo calcolare la derivata di f^{-1} in e^{-6}.

75

Si consideri la funzione definita da

$$f(x) = a(x^4 - x^2) \qquad , \qquad g(x) = \ln(f(x))$$

75·1 Disegnare il grafico di f e di g per $a = 1$

75·2 Disegnare il grafico di f e di g per $a = -1$

75·3 Disegnare il grafico di g al variare di $a \in \mathbb{R}$

75·4 Per $a \neq 0$ dimostrare che g è invertibile in $[2, 10]$ e determinare una espressione esplicita per l'inversa di g.

76

Si consideri la funzione definita da

$$f(x) = \arctan(x) + \frac{a}{1+x^2}$$

76·1 Disegnare il grafico di f per $a = \pi$

76·2 Disegnare il grafico di f per $a = -\pi$

76·3 Disegnare il grafico di f al variare di $a \in \mathbb{R}$

76·4 Determinare il numero di soluzioni dell'equazione

$$f(x) = \pi$$

al variare di $a \in (-1, 1)$

77

Si consideri la funzione definita da

$$f(x) = \ln(|x|) + \frac{a}{1+x}$$

77·1 Disegnare il grafico di f per $a = 2$

77·2 Disegnare il grafico di f per $a = -2$

77·3 Disegnare il grafico di f al variare di $a \in \mathbb{R}$

77·4 Determinare il numero di soluzioni dell'equazione

$$f(x) = -1$$

al variare di $a \in (1, 3)$

78

Si consideri la funzione definita da

$$f(x) = \frac{1}{1+\arctan(x)}$$

78·1 Disegnare il grafico di f

78·2 Determinare il polinomio di McLaurin di f di ordine 1

78·3 Scrivere il resto relativo al polinomio di cui al punto precedente nella forma di Peano e nella forma di Lagrange

78·4 Determinare un numero razionale p che approssimi $f(0.1)$ a meno di 10^{-1}

79

79·1 Disegnare il grafico di

$$f_1(x) = \frac{1}{x^2 - 5x + 6}$$

79·2 Sia $g : \mathbb{R} \to (-1, 1)$, strettamente crescente. Disegnare il grafico di

$$f_2(x) = f_1(g(x))$$

79·3 Sia $g : \mathbb{R} \to (-1, 1)$, strettamente crescente. Disegnare il grafico di

$$f_3(x) = g(f_1(x))$$

79·4 Determinare l'inversa di f_1 ristretta a $(3, +\infty)$

79·5 Calcolare estremo superiore. estremo inferiore massimo e minimo assoluto di f_1 su $[4, 5]$. e sul suo dominio.

80

80·1 Disegnare il grafico di

$$f_1(x) = \frac{1}{x^2 - 5x + 6}$$

80·2 Sia $g : \mathbb{R} \to (-1, 1)$, strettamente crescente. Disegnare il grafico di

$$f_2(x) = f_1(g(x))$$

80·3 Sia $g : \mathbb{R} \to (-1, 1)$, strettamente crescente. Disegnare il grafico di

$$f_3(x) = g(f_1(x))$$

80·4 Determinare l'inversa di f_1 ristretta a $(3, +\infty)$

80·5 Calcolare estremo superiore. estremo inferiore massimo e minimo assoluto di f_1 su $[4,5]$. e sul suo dominio.

81

Si consideri la quantità

$$f(x,y) = x^3y^2 - x^2y^3 \qquad , \qquad x \in [0,3], y \in [-2,2]$$

81·1 Disegnare il grafico di $f(\cdot, y)$ al variare di $y \in [-2,2]$

81·2 Determinare il minimo $m(y)$, di $f(\cdot, y)$ al variare di $y \in [-2,2]$

81·3 Determinare il massimo di $m(y)$ al variare di $y \in [-2,2]$

81·4 Determinare il numero delle soluzioni dell'equazione

$$f(x,y) = 1$$

al variare di $y \in [-2,2]$

82

Si consideri la funzione

$$f(x) = 1 - |x|$$

82·1 Disegnare il grafico di f

82·2 Determinare una funzione g di classe $\mathcal{C}^1$ su $\mathbb{R}$ tale che

$$g(x) = f(x) \qquad , \qquad \forall x\ ,\ |x| \geq 1$$

e disegnarne il grafico

82·3 Determinare una funzione h di classe $\mathcal{C}^1$ su $\mathbb{R}$ tale che

$$h(x) = f(x) \qquad , \qquad \forall x\ ,\ |x| \geq 1 \qquad , \qquad h(0) = 2$$

e disegnarne il grafico

82·4 Dimostrare che esiste almeno un punto x in $\mathbb{R}$ tale che $h'(x) = 0$

83

Si consideri la funzione f descritta dalla seguente proprietà

Il grafico di f contiene il punto $(0,1)$ ed inoltre il coefficiente angolare della retta tangente al grafico di f nel punto $(x_0, f(x_0))$ è la decima parte del valore di f in x_0.

83·1 Stabilire se le condizioni assegnate sono in grado di determinare univocamente la funzione f.

83·2 Determinare tutte le funzioni f che soddisfano le condizioni assegnate e disegnarne il grafico.

Si consideri poi g che differisce da f in x_0 per x_0.

83·3 Stabilire se le condizioni assegnate sono in grado di determinare univocamente la funzione g.

83·4 Determinare tutte le funzioni g che soddisfano le condizioni assegnate e disegnarne il grafico.

84

Si consideri la funzione f descritta dalla seguente proprietà

Il grafico di f contiene il punto $(0,1)$ ed inoltre la derivata di f calcolata in x è il doppio di e^{-x^2}.

84·1 Stabilire se le condizioni assegnate sono in grado di determinare univocamente la funzione f.

84·2 Determinare tutte le funzioni f che soddisfano le condizioni assegnate e disegnarne il grafico.

Si consideri poi g definita da

$$g(x) = f(x^2 - 1)$$

84·3 Stabilire se le condizioni assegnate sono in grado di determinare univocamente la funzione g.

84·4 Determinare tutte le funzioni g che soddisfano le condizioni assegnate e disegnarne il grafico.

85

Si consideri la funzione f descritta dalla seguente proprietà

Il grafico di f contiene il punto $(0,1)$ ed inoltre la derivata di f calcolata in x è il doppio di e^{-x^2}.

85·1 Stabilire se le condizioni assegnate sono in grado di determinare univocamente la funzione f.

85·2 Determinare tutte le funzioni f che soddisfano le condizioni assegnate e disegnarne il grafico.

Si consideri poi g definita da

$$g(x) = f(x^2 - 1)$$

85·3 Stabilire se le condizioni assegnate sono in grado di determinare univocamente la funzione g.

85·4 Determinare tutte le funzioni g che soddisfano le condizioni assegnate e disegnarne il grafico.

86

Si consideri la funzione

$$f(t) = \frac{1}{e^{2t} + e^t + 1}$$

86·1 Determinare g tale che

$$g(e^y) = f(y)$$

86·2 Disegnare il grafico di g e di f

86·3 Determinare il rango di g e di f

86·4 Determinare estremo superiore ed inferiore di f e precisare se f ammette massimo o minimo assoluto

86·5 Stabilire se f è invertibile su $\mathbb{R}_+$ ed in caso affermativo, calcolare l'inversa di f e disegnarne il grafico.

87

Si consideri la funzione f definita da

$$f(x) = e^{1+\ln(2x+|x|)}$$

87·1 Disegnare il grafico di f

87·2 Studiare línvertibilità di f

87·3 Determinare l'inversa di f ovunque sia possibile e disegnarne il grafico.

88

Si consideri la funzione

$$f(s) = \frac{\ln(x)}{\ln(s^2) + \ln(s) + 1} \qquad x \in \mathbb{R}, x > 1$$

88·1 Determinare g tale che

$$g(\ln(t)) = f(t)$$

88·2 Disegnare il grafico di g e di f

88·3 Determinare il rango di g e di f

88·4 Determinare estremo superiore ed inferiore di f e precisare se f ammette massimo o minimo assoluto

88·5 Stabilire se f è invertibile su $\mathbb{R}_+$ ed in caso affermativo, calcolare l'inversa di f e disegnarne il grafico.

89

Si consideri la funzione f definita su $\mathbb{R}$ di cui è noto che: $f \in \mathcal{C}^1$, $f(0) = 2$, f è strettamente positiva, $x^3 f'(x) \leq 0$ per ogni x, $\lim_{y\to-\infty} f(y) = 1$, $\lim_{y\to+\infty} f(y) = 0$

89·1 Disegnare il grafico. di f

89·2 Esprimere in funzione di f e delle sue derivate

$$(f^{-1})'(y)$$

89·3 È possibile determinare una funzione f soddisfacente le condizioni assegnate per la quale si abbia di più

$$x^3 f'(x) = -\pi$$

89·4 Posto $\varphi(x) = x^3 f'(x)$, dimostrare che φ è infinitesima in 0 di ordine superiore a 3

90

Si consideri la quantità

$$f(x,y) = \sin(x)y^2 - y^3 \qquad , \qquad x \in [0,\pi], y \in [-2,2]$$

90·1 Disegnare il grafico di $f(x,\cdot)$ al variare di $x \in [0,\pi]$

90·2 Determinare il minimo $m(x)$, di $f(x,\cdot)$ al variare di $x \in [0,\pi]$

90·3 Determinare il massimo di $m(x)$ al variare di $x \in [0,\pi]$

90·4 Determinare il numero delle soluzioni dell'equazione

$$f(x,y) = 1$$

al variare di $x \in [0,\pi]$

91

Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{x}{|x|}$$

91·1 Disegnare il grafico di f

91·2 Determinare una funzione g di classe $\mathcal{C}^1$ su $\mathbb{R}$ tale che

$$g(x) = f(x) \qquad , \qquad \forall x\ ,\ |x| \geq 1$$

e disegnarne il grafico

91·3 Determinare una funzione h di classe $\mathcal{C}^1$ su $\mathbb{R}$ tale che

$$h(x) = f(x) \qquad , \qquad \forall x\ ,\ |x| \geq 1 \qquad , \qquad h(0) = 2$$

e disegnarne il grafico

91·4 Dimostrare che esiste almeno un punto x in $\mathbb{R}$ tale che $h'(x) = 0$

92

i consideri la funzione f descritta dalla seguente proprietà

Il valore di f nell'origine é 1 ed inoltre la pendenza di f in ogni punto del suo campo di definizione è la metà del valore che f ivi assume.

92·1 Stabilire se le condizioni assegnate sono in grado di determinare univocamente la funzione f.

92·2 Determinare tutte le funzioni f che soddisfano le condizioni assegnate e disegnarne il grafico.

Si consideri poi g la cui derivata differisce da quella di f per metà dell'argomento.

92·3 Stabilire se le condizioni assegnate sono in grado di determinare univocamente la funzione g.

92·4 Determinare tutte le funzioni g che soddisfano le condizioni assegnate e disegnarne il grafico.

93

Si consideri la funzione f descritta dalla seguente proprietà

$f(0) = 0$ ed inoltre la derivata di f calcolata in x è il doppio di $x \ln(1 + x^2)$.

93·1 Stabilire se le condizioni assegnate sono in grado di determinare univocamente la funzione f.

93·2 Determinare tutte le funzioni f che soddisfano le condizioni assegnate e disegnarne il grafico.

93·3 Determinare esplicitamente f.

94

Si considerino le funzioni f, g definite da

$$f(x) = |x|^{1-x^2} \qquad , \qquad g(x) = -x\ln(x) + 1 - x$$

94·1 Disegnare il grafico di g

94·2 Disegnare il grafico di f

95

95·1 Disegnare il grafico di $f(x) = x^8 - x^4$

95·2 Disegnare il grafico di $f(x) = x^8 - x^4 - k$ al variare di $k \in \mathbb{R}$

95·3 Disegnare il grafico di $f(x) = \sqrt{x^8 - x^4 - k}$ al variare di $k \in \mathbb{R}$, precisando per quali k questo è possibile.

95·4 Disegnare il grafico di $f(x) = \ln(x^8 - x^4 - k)$ al variare di $k \in \mathbb{R}$, precisando per quali k questo è possibile.

96

Si consideri l'insieme $A = A_1 \cup A_2 \cup A_3$ dove

$$A_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \ : \ x^2 \leq 1 \ , \ 0 \leq y \leq \ell\}$$
$$A_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \ : \ x^2 + y^2 \leq 1 \ , \ y \leq 0\}$$
$$A_3 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \ : \ x^2 + (y - \ell)^2 \leq 1 \ , \ y \geq \ell\}$$

96·1 Calcolare l'area di A

96·2 Calcolare il perimetro di A

96·3 Studiare il valore del rapporto tra area e perimetro di A al variare di ℓ

96·4 Determinare, se possibile il massimo e il minimo del valore del rapporto tra area e perimetro di A al variare di ℓ

97

97·1 Disegnare il grafico di $f(x) = \arctan(x^2 - x^4)$

97·2 Verificare che f è invertibile se ristretta a ciascuno uno dei seguenti intervalli

$$(-\infty, -1] \ , \ [-1, 0] \ , \ [0, 1] \ , \ [1, +\infty)$$

97·3 Determinare esplicitamente f^{-1} per ognuna delle restrizioni di cui al punto precedente.

97·4 Disegnare il grafico di f^{-1} per ognuna delle restrizioni di cui al punto precedente.

98

Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{x - 1}{x^2 + x + 1}$$

98·1 Disegnare il grafico di f

98·2 Disegnare il grafico di $\int_0^x f(t)dt$

98·3 Disegnare il grafico di $\int_0^{\sin(x)} f(t)dt$

99

Si considerino le funzioni

$$f(x) = \sqrt[8]{1-x^8} \qquad g(x) = \sqrt[4]{1-x^4}$$

99·1 Dopo averne trovato il campo di definizione determinare i valori di x per cui $f(x) \geq g(x)$

99·2 Disegnare il grafico di f e di g

99·3 Disegnare il luogo dei punti del piano per i quali risulta

$$x^8 + y^8 = 1$$

99·4 Disegnare il luogo dei punti del piano per i quali risulta

$$x^4 + y^4 \leq x^8 + y^8$$

100

Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{x-1}{x^2+x+2}$$

100·1 Disegnare il grafico di f

100·2 Studiare il numero di zeri di g dove $g(x) = f(x) - k$

100·3 Disegnare il grafico di $\int_0^x f(t)dt$

100·4 Calcolare

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)dt$$

101

Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x}$$

101·1 Disegnare il grafico di f

101·2 Determinare l'inversa di f su $(-\infty, -1)$, $(-1, 1)$ e $(1 + \infty)$.

101·3 Disegnare il grafico di $\int_2^x f(t)dt$

101·4 Calcolare la derivata di un'inversa di f in $y_0 = 3/2$

102

Si consideri la funzione

$$f(x) = \ln(e^{x+1} - 1)$$

102·1 Disegnare il grafico di f

102·2 Studiare l'invertibilità di f determinandone l'inversa ove possibile.

102·3 Disegnare il grafico di f^{-1}

103

Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{1}{x^2 - 6x + 8} - \frac{x^2 - 6x + 8}{|x^2 - 6x + 8|}$$

103·1 Disegnare il grafico di f

103·2 Studiare l'invertibilità di f ristretta a $[-2, 3] \setminus \{2\}$.

103·3 Studiare l'invertibilità di f ristretta a $(2, 3]$.

103·4 Disegnare il grafico dell'inversa di f ristretta a $(2, 3]$.

103·5 Determinare l'inversa di f ristretta a $(2, 3]$.

104

Si consideri la funzione

$$f(x) = \ln(e^{-2x} + e^{-x})$$

104·1 Disegnare il grafico di f

104·2 Studiare l'invertibilità di f .

104·3 Disegnare il grafico dell'inversa di f .

104·4 Determinare l'inversa di f.

105

Si consideri la funzione

$$f(x) = \arctan(\tan^2(x) + \tan(x))$$

105·1 Disegnare il grafico di f

105·2 Studiare l'invertibilità di f .

105·3 Disegnare il grafico dell'inversa di f in un intervallo in cui esiste .

105·4 Determinare l'inversa di f in un intervallo in cui esiste.

106

Si consideri la funzione

$$f(x) = \ln(e^{x^2} + e^{-x^2}$$

106·1 Disegnare il grafico di f

106·2 Studiare l'invertibilità di f .

106·3 Disegnare il grafico dell'inversa di f in un intervallo in cui esiste .

106·4 Determinare l'inversa di f in un intervallo in cui esiste.

107

107·1 Determinare estremo superiore ed inferiore della funzione $f(x) = \arctan(\tan(|x| - 4))$

107·2 Determinare, se esistono massimo e minimo assoluto della funzione $f(x) = \arctan(\tan(|x| - 4))$

108

Si consideri la funzione

$$f(x) = \ln(e^{x^2} - e^{-x^2})$$

108·1 Disegnare il grafico di f

108·2 Studiare l'invertibilità di f .

108·3 Disegnare il grafico dell'inversa di f in un intervallo in cui esiste .

108·4 Determinare l'inversa di f in un intervallo in cui esiste.

109

Si consideri la funzione

$$f(x) = \ln((k-1)x) + kx$$

109·1 Per $k > 1$ Disegnare il grafico di f

109·2 Per $k < 0$ Disegnare il grafico di f

109·3 Per $0 < k < 1$ Disegnare il grafico di f

110

Si consideri la funzione

$$f(x) = 5^{\log_5\left(1+\frac{1}{\log_5(\sqrt{x^2})}\right)}$$

110·1 Determinare il campo di definizione D di f

110·2 Determinare dove f è crescente e dove è decrescente

110·3 posto $A = D \cup [0, 1]$ determinare se, se esistono,

$$\sup_{x\in A} f(x) \quad , \quad \inf_{x\in A} f(x) \quad , \quad \max_{x\in A} f(x) \quad , \quad \min_{x\in A} f(x)$$

110.4 Stabilire se f è invertibile in A ed in caso affermativo calcolarne l'inversa.

111

Si consideri la funzione

$$f(x) = E(\arctan(\tan(x)))$$

(Ricordiamo che E rappresenta la parte intera)

111.1 Determinare il campo di definizione D di f e disegnarne il grafico

111.2 Stabilire se f è prolungabile per continuità dove non è definita.

111.3 Disegnare il grafico di $\int_0^x f(t)dt$

111.4 Disegnare il grafico della soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = f(y(x)) \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

112

Si consideri la funzione

$$f(x) = ||x-1|-1|$$

112.1 Disegnarne il grafico di f

112.2 Determinare al variare di k le intersezioni del grafico di f con la retta $y = k$

112.3 Calcolare, per i k per cui è possibile, l'area del rettangolo i cui lati sono i segmenti di retta di differente lunghezza staccati su $y = k$ dal grafico di f

112.4 Determinare k in modo che sia massima, o minima, l'area del rettangolo i cui lati sono i segmenti di retta di differente lunghezza staccati su $y = k$ dal grafico di f

112.5 Disegnare il grafico dell'area del rettangolo i cui lati sono i segmenti di retta staccati su $y = k$ dal grafico di f in funzione di k

113

Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{x}{1+x^2}$$

113·1 Disegnarne il grafico di f

113·2 Trovare la retta tangente al grafico di f nell'origine.

113·3 Studiare la convessità di f

113·4 Dimostrare che il grafico di f giace nel semipiano $y \leq x$ per $x \geq 0$ e nel semipiano $y \geq x$ per $x \leq 0$

113·5 Dimostrare che $f(x) \leq \tan(x)$ per $x \geq 0$ e che $f(x) \geq \tan(x)$ per $x \leq 0$

114

Si consideri la funzione

$$f(x) = x - \ln(x-1)^2$$

114·1 Disegnare il grafico di f

114·2 Studiare la convessità di f

114·3 Stabilire in quali punti il grafico di f giace al di sotto della bisettrice $I - III$ quadrante

114·4 Determinare il numero di intersezioni del grafico di f con la retta $y = kx$ al variare di k

115

Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \sin(x) & x \in (-\pi, 0) \\ 1 - x & x \in (0,1) \\ \dfrac{1}{x^2+x+1} & altrove \end{cases}$$

115·1 Disegnare il grafico di f

115·2 Disegnare il grafico di una primitiva di f

115·3 Determinare l'inversa di f ristretta a $[10, +\infty)$

115·4 Calcolare l'area sottesa al grafico della funzione su $[10, +\infty)$

116

Sia f la funzione definita da

$$f(x) = \ln(e^{2x} + e^x)$$

116·1 Studiare continuità e derivabilità di f.

116·2 Disegnare il grafico di f.

116·3 Disegnare il grafico di $g(x) = \int_{-1}^{x} f(t)dt$

117

Sia f la funzione definita da

$$f(x) = \frac{e^{-x}}{x(x-1)}$$

117·1 Studiare continuità e derivabilità di f.

117·2 Disegnare il grafico di f.

117·3 Stabilire se f è invertibile

117·4 Calcolare, se possibile la derivata di una inversa locale in $x_0 = e^{-2}/2$

118

Sia f una funzione tale che

$$f(x) = 1 + x - x^2 + x^2\omega(x)$$

dove ω è infinitesima .

118·1 Scrivere lo sviluppo di McLaurin di $\ln(1+x)$ di ordine 2.

118·2 Scrivere lo sviluppo di Taylor, centrato in 1, di ordine 2 di $\ln(y)$.

118·3 Scrivere lo sviluppo di McLaurin di $\ln(f(x))$ di ordine 2.

119

spr

Si consideri la funzione

$$f(x) = \ln((k-1)x) + kx$$

119.1 Disegnare il grafico di f al variare di $k \in \mathbb{R}$

119.2 Determinare il numero di zeri di f al variare di $k \in \mathbb{R}$

120

Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \arctan(x + 1/x^a) & , x > 0 \\ be^x & , x \leq 0 \end{cases} \qquad a, b \in \mathbb{R}$$

120.1 Determinare per quali a, b f è continua.

120.2 Determinare per quali a, b f è derivabile

121

Si consideri la funzione

$$f(x) = e^x + \ln|x|$$

121.1 Disegnare il grafico di f.

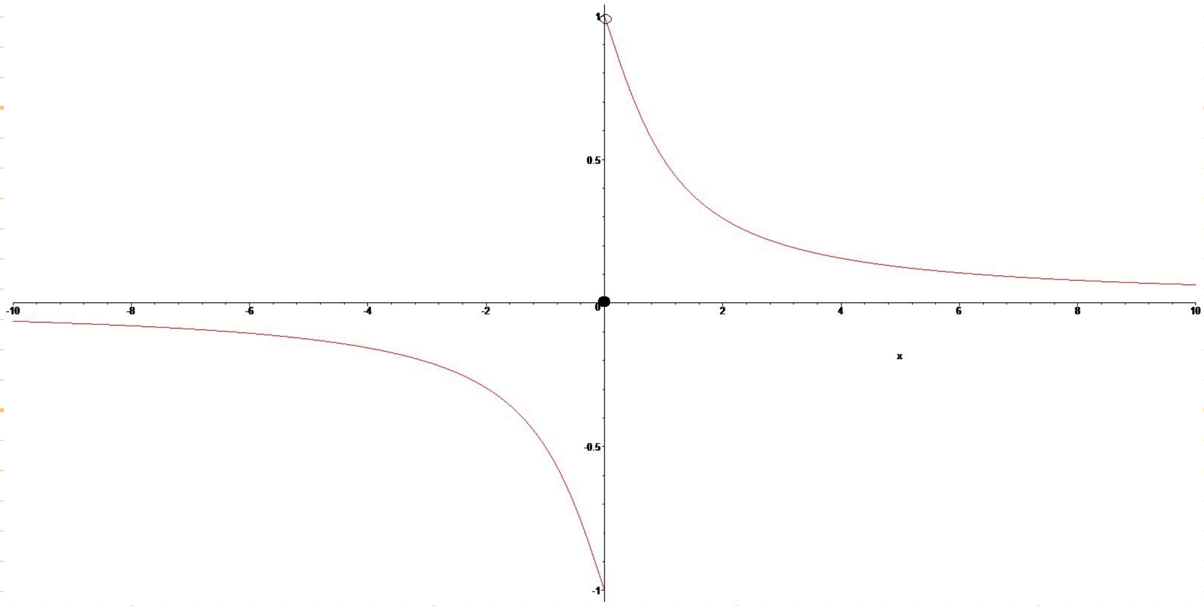
121.2 Determinare una restrizione g di f che sia invertibile e sia definita nel punto e.

121.3 Disegnare il grafico di g.

121.4 Calcolare $g^{-1}(e)$

122

Si consideri la funzione f il cui grafico è riportato nella figura seguente



e si definisca

$$f(x) = \ln|1 - e^{\arctan(f(x))}|$$

122·1 Disegnare il grafico di f.

122·2 Studiare la derivabilità di f.

122·3 Studiare la monotonia di f.

122·4 Studiare l'invertiblità di f.

Nel caso f sia invertibile sia g la sua inversa, in caso contrario sia g l'inversa di f su $[-2/3, 1]$

122·5 Determinare il campo di definizione di g.

122·6 Disegnare il grafico di g.

122·7 Calcolare $g'(0)$

123

Si consideri la funzione f

$$f(x) = \ln(|1 + x|) + \arctan(1 + x)$$

123·1 Disegnare il grafico di f.

123·2 Studiare la derivabilità di f.

123·3 Studiare la monotonia di f.

123·4 Studiare l'invertiblità di f.
Sia g l'inversa di f $(-1,1)$.

123·5 Disegnare il grafico di g.

123·6 Calcolare $g'(\pi/4)$

124

Si consideri la funzione f

$$f(x) = \frac{x}{x^2+1}$$

124·1 Disegnare il grafico di f.

124·2 Determinare un intervallo in cui f è invertibile.
Sia g l'inversa di f scelta.

124·3 Disegnare il grafico di g.

124·4 Calcolare $g'(y_0)$ dove y_0 è un punto in cui l'inversa scelta è definita e derivabile.

125

Si consideri la funzione f

$$f(x) = \begin{cases} -1/x^2 & x < -1 \\ -1 & -1 \leq x \leq 1 \\ 1/(x^2-1) & x > 1 \end{cases}$$

125·1 Disegnare il grafico di f.

125·2 Determinare una primitiva di f precisandone il campo di definizione e disegnarne il grafico

125·3 Determinare tutte le primitive di f

125·4 Calcolare, se esiste,

$$\int_{-\infty}^{0} f(x)dx$$

126

Si consideri la funzione

$$f(x) = \tan(\arctan(x))$$

126·1 Disegnare il grafico di f

126·2 Disegnare il grafico di

$$F(x) = \int_0^x f(t()dt$$

126·3 Stabilire se esiste ed in caso affermativo calcolare

$$\lim_{x \to +\infty} F(x)$$

126·4 Determinare tutte le primitive di f precisandone il campo di definizione.

127

$$f(x) = (k\sqrt{x} + 1)e^{\frac{k}{\sqrt{x}}}$$

127·1 Disegnare il grafico di f per $k = 1$

127·2 Disegnare il grafico di f per $k = -1$

127·3 Disegnare il grafico di f al variare di k

128

Si consideri

$$f(x) = \cos(x) - e^x$$

128·1 Determinare lo sviluppo di McLaurin di ordine 10 di f

128·2 Trovare una stima del resto di Lagrange di ordine 10 relativo al polinomio di McLaurin di f

128·3 Determinare lo sviluppo di McLaurin di ordine n di f, per $n \in \mathbb{N}$

129

Si consideri la funzione

$$f(x) = (x^3 + x - 1)e^x$$

129·1 Disegnare il grafico di f

129·2 Stabilire quante soluzioni ha l'equazione

$$f(x) = k$$

al variare di $k \in \mathbb{R}$

129·3 Studiare il segno delle soluzioni dell'equazione

$$f(x) = k$$

al variare di $k \in \mathbb{R}$

130

$$f(x) = \arctan(\sin(x)) + \arctan(\frac{1}{\sin(x)})$$

130·1 Disegnare il grafico di f

130·2 Disegnare il grafico di $G_a(x) = a\frac{\sin(x)}{\sin(x)}$

130·3 Determinare a in modo che $f = G_a$

131

Si consideri la funzione

$$f(x) = x\ln(x)$$

131·1 Disegnare il grafico di f .

131·2 Studiare l'invertibilità di f e disegnare il grafico di eventuali inverse

131·3 Disegnare, nel piano l'insieme

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \ : \ f(x) = g(y)\}$$

132

132·1 Disegnare il grafico della funzione

$$f(x) = \arcsin(x) + \arccos(x)$$

132·2 Disegnare il grafico della funzione

$$g(x) = \frac{\arcsin(x)}{\arccos(x)}$$

132·3 Disegnare il grafico della funzione

$$h(x) = \frac{\arccos(x)}{\arcsin(x)}$$

132·4 Calcolare

$$F(x) = \int_{-1}^{x} \arcsin(t) dt$$

132·5 Calcolare $F(1)$

133

133·1 Disegnare il grafico della funzione

$$f(x) = \sqrt{|x^4 - 5x^2 + 6|}$$

133·2 Stabilire se f è invertibile in $[-\sqrt{3}, -\sqrt{2}]$ e determinare a in modo che f sia invertibile in $[a, -\sqrt{2}]$

133·3 Determinare l'inversa g di f ristretta a $[a, -\sqrt{2}]$.

133·4 Sia $y_0 = f(a)$. Calcolare, se esiste, $g'(\sqrt{y_0})$.

134

134·1 Disegnare il grafico della funzione

$$f(x) = |x^2 - 2|x||$$

134·2 Stabilire se f è invertibile in $\mathbb{R}_+$ e determinare a in modo che f sia invertibile in $[a, 4a]$

134·3 Determinare l'inversa g di f ristretta a $[a, 4a]$.

134·4 Sia $y_0 = f(2a)$. Calcolare, se esiste, $g'(y_0)$.

135

Si consideri la funzione

$$f_k(x) = e^{kx} - x$$

135·1 Disegnare il grafico di f per k=2.

135·2 Disegnare il grafico di f per k=-3.

135·3 Disegnare il grafico di f al variare di $k \in \mathbb{R}$.

136

Si consideri la funzione

$$f(x) = e^x - \frac{ex^2}{2} - x + \alpha$$

136·1 Disegnare il grafico di f''

136·2 Disegnare il grafico di f'

136·3 Disegnare il grafico di f

136·4 Determinare α in modo che f sia invertibile in $[0, 1]$

136·5 Per $\alpha = 0$, calcolare $(f^{-1})'_+(\frac{e}{2} - 1)$

137

Si consideri la funzione

$$f(x) = e^{-x^2} - \cos(\sqrt{2}x)$$

137·1 Determinare l'ordine di infinitesimo di di f in $x = 0$

137·2 Determinare il polinomio di McLaurin di f di ordine 5

137·3 Calcolare

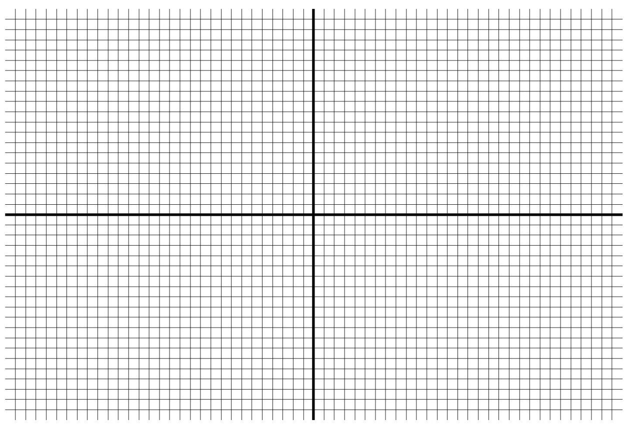
$$\int_0^{+\infty} \frac{x}{1+x^3} dx$$

138

Si consideri la funzione

$$f(x) = (ln(x))^x$$

138·1 -[] Disegnare il grafico di f



138·2 -[] Studiare l'invertibilità di f in un intorno di $x_0 = e$

138·3 -[] Calcolare $(f^{-1})'(1)$

139

Si consideri la funzione

$$f(x,y) = x^y$$

139·1 -[] Calcolare

$$\max\{\min\{f(x,y), y \in [1/e, e]\}, x \in \mathbb{R}\}$$

139·2 -[] Disegnare il luogo dei punti del piano (x,y) per i quali risulta $f(x,y) = k$ al variare di $k \in \mathbb{R}$

140

Si consideri la funzione

$$f(t) = \ln(1 + \sin(t))$$

140·1 -[] Determinare il polinomio di McLaurin di f di ordine 3 e scrivere il relativo resto nella forma di Peano.

140·2 -[] Approssimare, usando il polinomio di McLaurin ,

$$f(\pi/6)dt$$

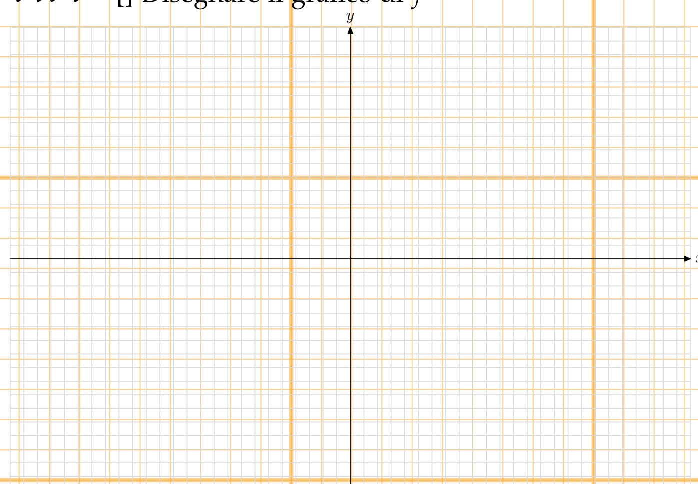
e stimare l'errore commesso.

141

Si consideri la funzione

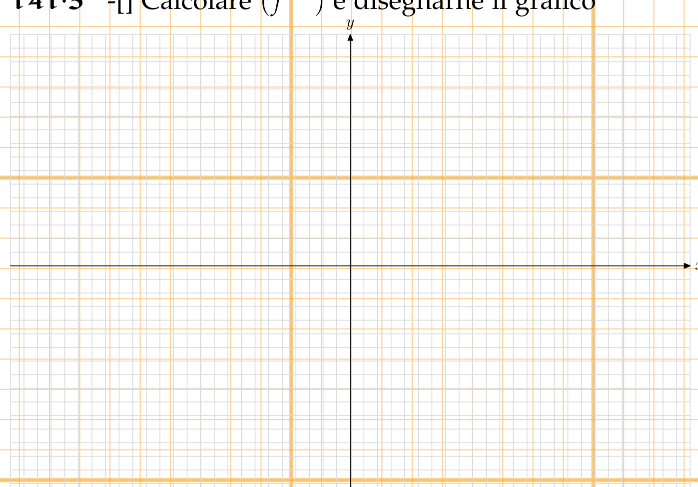
$$f(x) = \log_x e$$

141·1 -[] Disegnare il grafico di f



141·2 -[] Studiare l'invertibilità di f

141·3 -[] Calcolare (f^{-1}) e disegnarne il grafico



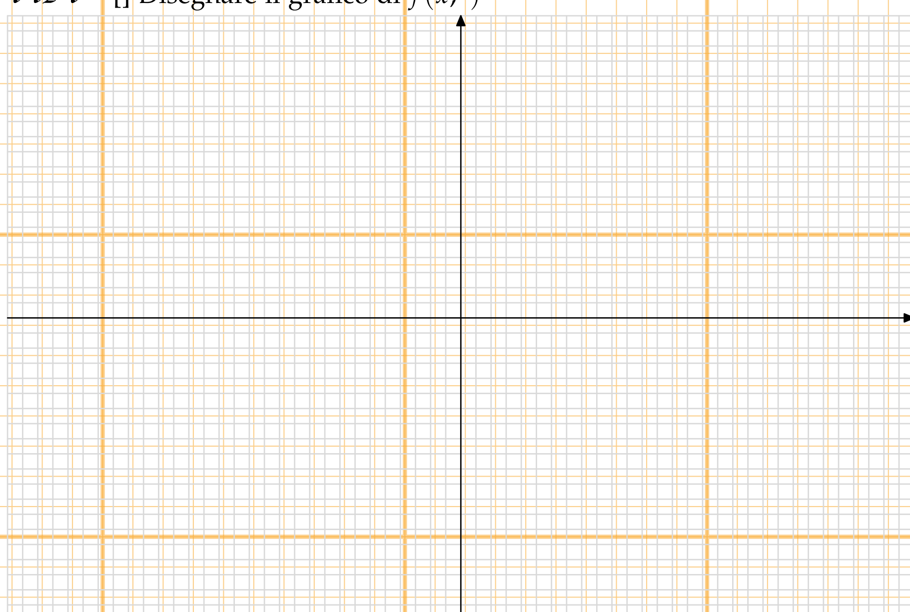
141·4 -[] Calcolare il polinomio di Taylor di (f^{-1}) centrato in 1 di ordine 3 e stimare il resto nella forma di Peano.

142

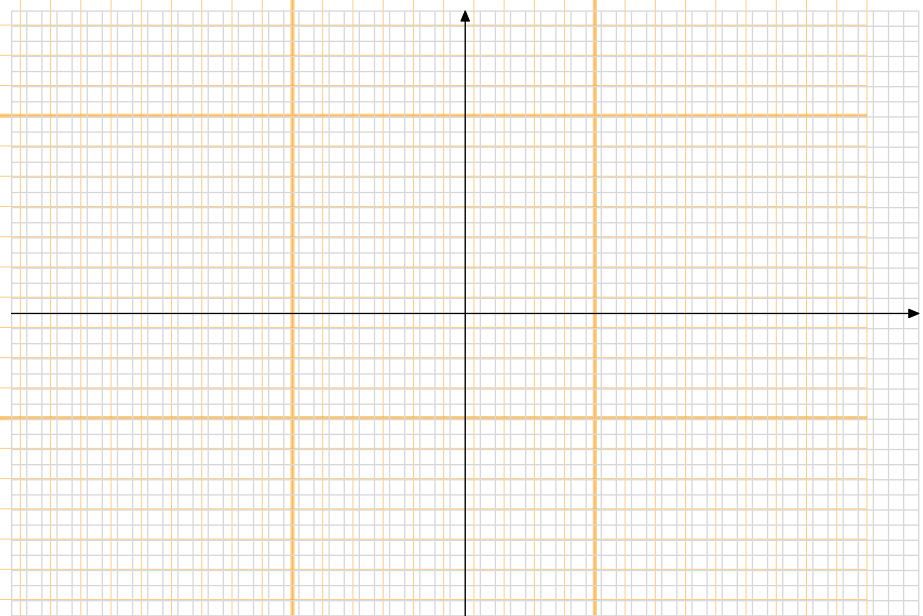
Si consideri la funzione

$$f(x, y) = \log_x(y)$$

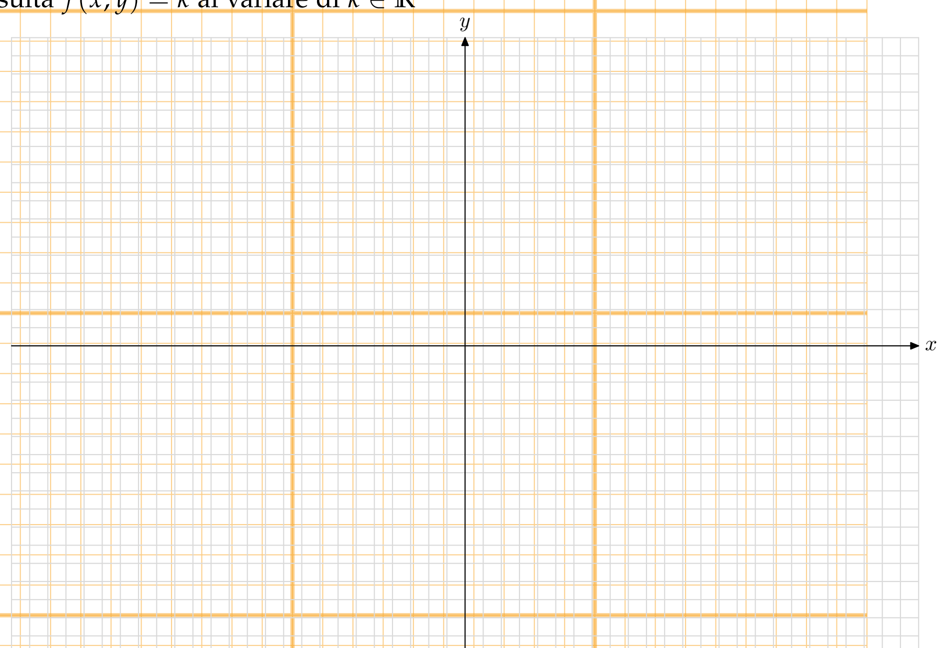
142·1 -[] Disegnare il grafico di $f(x, \cdot)$



142·2 -[] Disegnare il grafico di $f(\cdot, y)$



142·3 -[] Disegnare il luogo dei punti del piano (x, y) per i quali risulta $f(x, y) = k$ al variare di $k \in \mathbb{R}$

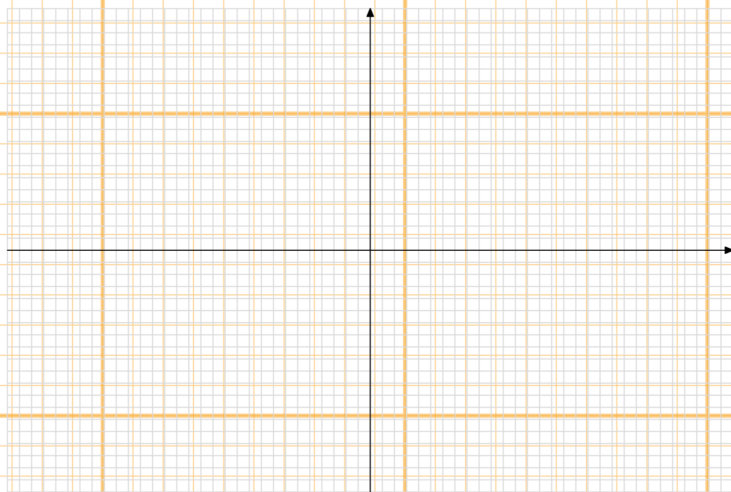


143

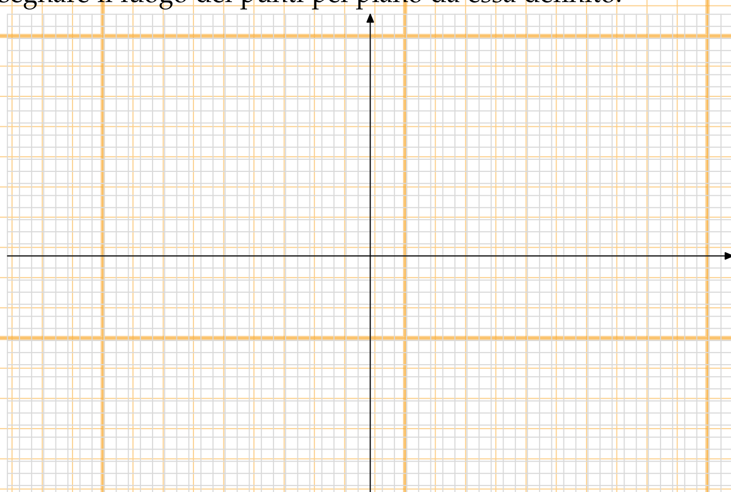
Si consideri la funzione

$$f(t) = t^4 + t^3 + t + 1$$

143·1 -[] disegnare il grafico di f



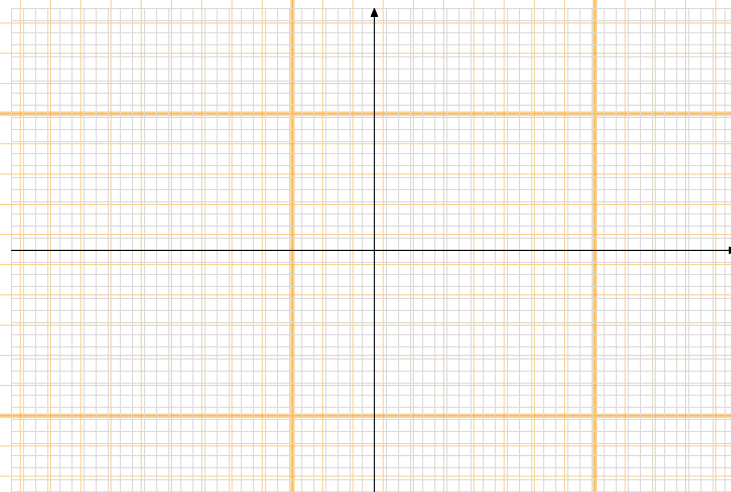
l 43·2 -[] Studiare le soluzioni $t = t(a)$ dell'equazione $f(t) = a$ e disegnare il luogo dei punti pel piano da essa definito.



l 43·3 -[] Studiare la derivabilità di $t(a)$ per $a = 1$

l 43·4 -[] disegnare il grafico di

$$\int_0^{|x|} 1/f(t)dt$$



144

Si consideri la funzione definita da

$$\phi(x) = e^{-x^2} \ln(1 + x^2)$$

144·1 -[] Disegnare il grafico di ϕ

144·2 -[] Calcolare $\lim_{x \to 0} \frac{\phi(x)}{|x|^\alpha}$ al variare di $\alpha > 0$

144·3 -[] Determinare il polinomio di McLaurin di ϕ di grado 8 ed il relativo resto nella forma di Peano

144·4 -[] Approssimare $\phi(1)$ con un numero razionale a meno di $1/100$

145

i consideri la funzione definita da

$$f(x) = \frac{\sin(|x|)}{|x|}$$

145·1 -[] Determinare dove f è definita ed i limiti agli estremi del campo di definizione.

145·2 -[] Determinare dove f è derivabile e e calcolare la sua derivata

145·3 -[] Determinare i punti $a_n > 0$ in cui

$$|f(a_n)| = \frac{1}{a_n}$$

145.4 -[] Determinare i punti $b_n > 0$ in cui

$$f'(b_n) = 0$$

145.5 -[] Dimostrare che $\lim(a_n - b_n) = 0$

145.6 -[] Dimostrare che $(a_n - b_n)$ è decrescente.
($a_n = \pi/2 + 2n\pi$, $2n\pi < b_n < \pi/2 + 2n\pi$, $b_n = \tan(b_n)$, $\arctan(b_n) = \arctan(\tan(b_n)) = b_n - 2n\pi$, $a_n - b_n = \pi/2 + 2n\pi - (\arctan(b_n) + 2n\pi) = \pi/2 - \arctan(b_n)$).

146

Si consideri la funzione definita da

$$f(x) = e^{-x}\sin(x)$$

146.1 -[] Determinare dove f è definita ed i limiti agli estremi del campo di definizione.

146.2 -[] Determinare dove f è derivabile e calcolare la sua derivata

146.3 -[] Determinare i punti a_n in cui $f(a_n) = e^{-a_n}$, b_n in cui $f(b_n) = -e^{-b_n}$ e c_n in cui $f(c_n) = 0$

146.4 -[] Determinare i punti d_n in cui $f'(d_n) = 0$

146.5 -[] Disegnare il grafico di f precisando se f è crescente o decrescente in un intorno di a_n

147

Si consideri

$$f(x) = ((1 - x^2)^2 - 1)^2$$

147.1 -[] Disegnare il grafico di f.

147.2 -[] Studiare l'invertibilità di f

147.3 -[] Disegnare il grafico dell'inversa di f definita in un intorno di $-\infty$

147.4 -[] Determinare l'inversa di f definita in un intorno di $-\infty$

147·5 -[] Determinare la derivata dell'inversa di f in $x_0 = f(2)$

148

Si consideri

$$f(x) = \frac{e^x}{x^2 + x}$$

148·1 -[] Disegnare il grafico di f.

148·2 -[] Disegnare il grafico di $g(x) = \int_{x_0}^{x} f(t)dt$ dove $x_0 = -2, 1/2, 2$

148·3 -[] Verificare che f è invertibile in $[1, +\infty)$ e disegnare il grafico dell'inversa f^{-1} precisando il campo di definizione.

148·4 -[] Calcolare, se possibile, $(f^{-1})'(e^4/20)$

149

149·1 Disegnare il grafico di

$$f(x) = \sqrt{1 - x\ln(x)}$$

149·2 Disegnare il grafico di

$$f_a(x) = \sqrt{a - x\ln(x)}$$

al variare di $a \in \mathbb{R}$

149·3 Stabilire se è possibile prolungare f per continuità nell'origine.

149·4 Stabilire se è possibile prolungare f nell'origine in modo che risulti continua e derivabile.

149·5 Calcolare $f(1)$ e utilizzare il risultato per $(f^{-1})'(1)$

150

Si consideri la funzione

$$f(x) = x^2e^{-x}$$

150·1 Determinare campo di definizione, continuità, limiti agli estremi del campo di definizione, crescenza, decrescenza di f

150·2 Disegnare il grafico di f precisando i punti ed i valori di massimo e minimo relativi ed assoluti.

150·3 Supponendo noto che $f(x) \leq x$ per $x > 0$, disegnare sullo stesso grafico di $f(x)$ e $g(x) = x$

150·4 Disegnare il grafico della funzione F tale che $F'(x) = f(x)$ ed $F(0) = 0$. (Non è richiesto di precisare nè il segno nè i valori degli eventuali zeri.)

150·5 Stabilire graficamente il comportamento della successione definita da

$$\begin{cases} a_{n+1} = f(a_n) \\ a_0 = 1 \end{cases}$$

151

Si consideri la funzione

$$f(x) = x \ln(1 + x^2)$$

151·1 Determinare campo di definizione e calcolare i limiti agli estremi del campo.

151·2 Calcolare $f'(x)$ ed $f''(x)$

151·3 Disegnare il grafico di f'

151·4 Disegnare il grafico di f

152

Si consideri

$$f(x) = e^{-x^2}(1 - 4x^2) + 2$$

152·1 Disegnare il grafico di f

152·2 Verificare che $f(x) \geq 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$

Si consideri

$$g(x) = \sqrt{|x|}(e^{-x^2} + 2)$$

152·3 Assumendo vero che $f(x) \geq 0$ $\forall x \in \mathbb{R}$, Disegnare il grafico di g

152·4 Dopo aver verificato che

$$g(1) = 2 + \frac{1}{e}$$

calcolare

$$\left(g^{-1}\right)'\left(2 + \frac{1}{e}\right)$$

152·5 Disegnare il grafico di $h(x) = x\left(e^{-x^4} + 2\right)$

153

Sia

$$f(x) = \tan\left(\frac{\pi}{4}x^2 - \frac{\pi}{4}\right)$$

153·1 Disegnare il grafico di f per $x \in [-3, 3]$

153·2 Disegnare il grafico di f^{-1} per f ristretta a $(\sqrt{3}, 2]$

153·3 Determinare esplicitamente f^{-1} per f ristretta a $(\sqrt{3}, 2]$

154

Si consideri la funzione

$$f(x) = \arctan(x + x^2)$$

154·1 Determinare il polinomio di McLaurin P_3 di f di grado almeno 3

154·2 Scrivere il resto relativo al polinomio P_3 nella forma di Peano e nella forma di Lagrange

154·3 Calcolare

$$\lim_{x \to 0} \frac{f(x) - x - x^2}{x^2}$$

154·4 Scrivere il resto di Lagrange relativo al polinomio di grado 2 e trovarne un maggiorante su $(-1/2, 1/2)$.

155

155·1 Determinare esplicitamente f^{-1} per f ristretta a $[-2, -\sqrt{3})$

155·2 Determinare una espressione per la somma delle prime N potenze naturali di 5 e provarne, per induzione la validità.

156

156·1 Disegnare il grafico della funzione $f(x) = \ln(x^2)$

156·2 Disegnare il grafico della funzione $g(x) = \frac{1}{x^2+x}$

156·3 Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di g nel punto $(0, \frac{1}{2})$

156·4 Disegnare il grafico della funzione $f(g(x))$

157

Si consideri la funzione

$$f(x) = ae^x + bx$$

157·1 Usare le condizioni necessarie per determinare gli eventuali punti di massimo o minimo relativi di f al variare di a e b

157·2 Stabilire, usando le condizioni sufficienti, per quali valori di a e b, gli eventuali punti di massimo e minimo sono punti di minimo

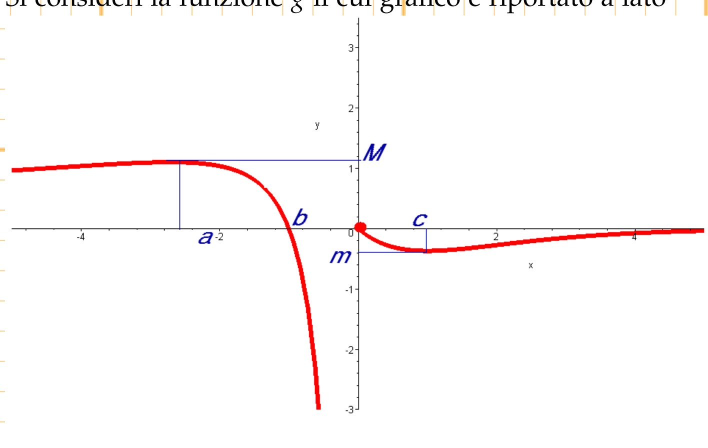
157·3

Stabilire, usando le condizioni sufficienti, per quali valori di a e b, gli eventuali punti di massimo e minimo sono punti di massimo

157·4 Disegnare il grafico di f al variare di a e b

158

Si consideri la funzione g il cui grafico è riportato a lato



158·1 Disegnare il grafico della funzione h tale che $h' = g$ ove possibile e $h(c) = 0$

158·2 Disegnare il grafico della funzione f tale che $f'' = g$ ove possibile, $f(c) = 0$ e $f'(c) = 0$,

158·3 Scrivere la retta tangente al grafico di f in $x = c$

158·4 Scrivere il polinomio di Taylor di secondo grado di f in $x = c$