1

Funzioni integrali

1

Si consideri la funzione:

$$f(x) = \int_0^x \frac{dt}{\sqrt{|t^2 - 1|}(t-1)(t+3)}$$

1·1 Determinare il campo di definizione I di f giustificando brevemente le affermazioni

1·2 Determinare l'insieme J in cui f è continua giustificando brevemente le affermazioni

1·3 Determinare l'insieme K in cui f è derivabile giustificando brevemente le affermazioni

1·4 Disegnare il grafico di f

1·5 Calcolare

$$\int_0^{+\infty} x^2 e^{-x}$$

2

Si consideri la funzione

$$f(x) = \max\left\{|x|, \frac{1}{|x|+1}\right\}$$

2·1 Determinare il campo di definizione di f

2·2 Determinare l'insieme in cui f è continua

2·3 Determinare l'insieme in cui f è derivabile

2·4 Calcolare

$$\int_{-3}^{3} f(x)dx$$

2·5 Disegnare il grafico di f

2·6 Determinare, dove esistono, tutte le primitive di f

3

Si consideri la funzione

$$f(x) = \int_0^x \frac{t}{t^3+1}dt$$

3·1 Stabilire per quali valori di $x \in \mathbb{R}$ f è definita.

3·2 Studiare crescenza e decrescenza di f e tracciare un grafico che tenga conto delle indicazioni ottenute.

3·3 Precisare il comportamento di f agli estremi del campo di definizione, calcolando eventuali asintoti.

3·4 Studiare la convessità e la concavità di f.

3·5 Disegnare il grafico di f tenendo conto di tutti gli elementi trovati.

4

Si consideri la funzione

$$f(x) = \int_{\sin x}^{+\infty} \frac{\ln(t-1)}{t^2}dt$$

4·1 Determinare il campo di definizione della funzione assegnata

4·2 Studiare il segno di f

4·3 Studiare la crescenza di f

4·4 Calcolare $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

4·5 Studiare la derivabilità di f e disegnarne il grafico.

5

Si consideri la funzione

$$g(t) = \frac{e^{-\ln(t^4+1)}}{t-1}$$

5·1 Dopo aver trovato il campo di definizione della funzione assegnata, calcolare l'ordine di infinitesimo di g per $t \to +\infty$ e l'ordine di infinito di g per $t \to 1$.

5·2 Determinare il campo di definizione di $f(x) = \int_x^{x^2-x} g(t)dt$

5·3 Calcolare, se esiste, $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

5·4 Calcolare $f'(x)$

5·5 Disegnare il grafico di g per $t > 1$.

6

Si considerino le funzioni

$$f(y) = \int_0^y \frac{1}{2t-1} dt$$

$$a(x) = \frac{1}{1+x^2} \qquad b(x) = \frac{x}{1+x^2}$$

6·1 Disegnare il grafico di f

6·2 Esprimere f in termini di funzioni elementari.

6·3 Disegnare i grafici di a e b avendo cura di precisare la loro mutua posizione.

6·4 Determinare il campo di definizione di

$$g(x) = f(b(x)) - f(a(x))$$

6·5 Calcolare $g'(x)$.

7

Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{x}{x^3+1}$$

7·1 Disegnare il grafico di f

7·2 Disegnare il grafico di

$$F(x) = \int_0^x f(t)dt$$

7·3 Calcolare

$$\lim_{x \to +\infty} F(x)$$

7·4 Trovare tutte le primitive di f

7·5 Calcolare $F(.1)$ a meno di .001

8

Si consideri la funzione

$$f(x) = \int_{\sin x}^{2+\cos x} (t-1)\ln(t-1)dt$$

8·1 Determinare il campo di definizione D di f

8·2 Determinare il sottoinsieme di D in cui f è continua

8·3 Calcolare, dove esiste, $f'(x)$

8·4 Stabilire se f è crescente o decrescente

8·5 Disegnare il grafico di f.

9

Si considerino le funzioni

$$a(x) = x - E(x) \qquad , \qquad b(x) = 1 + \frac{1}{E(x)}$$

$$f(x) = \int_{a(x)}^{b(x)} \frac{1}{\sqrt{t-1}} dt$$

9·1 Disegnare il grafico di a.

9·2 Disegnare il grafico di b.

9·3 Determinare i punti $x \in \mathbb{R}$ per i quali $a(x) \leq b(x)$.

9·4 Determinare il campo di definizione di f.

9·5 Disegnare il grafico di f precisando se è crescente, decrescente, se ammette punti di massimo di minimo o di flesso.

10

Si consideri

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x \le 0 \\ 1 & 0 < x \le 1 \\ -2 & x > 1 \end{cases}$$

ed

$$F(x) = \int_{f(x)}^{x} \frac{\sin^4(t-3)}{|t-3|\sqrt{|t-2|}} dt$$

10·1 Determinare il campo di definizione di F.

10·2 Studiare segno, crescenza e decrescenza di F.

10·3 Studiare i limiti di F agli estremi del campo di definizione precisando se sono finiti o infiniti.

10·4 Calcolare, dove esiste, $F'(x)$

10·5 Disegnare il grafico di F

11

Si consideri

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \le 0 \\ (x-1)^3 - 1 & 0 < x < 3 \\ \frac{1}{/}x^2 & x > 3 \end{cases}$$

11·1 Disegnare il grafico di f.

11·2 Disegnare il grafico di f'

11·3 Disegnare il grafico di

$$F(x) = \int_1^x f(t) dt$$

11·4 Trovare tutte le primitive di f

11·5 Stabilire se f è monotona e se f è invertibile su $\mathbb{R}$.

12

Si consideri l'equazione

$$y(x) = \int_0^x \frac{1}{1+y^2(t)} dt$$

12·1 Provare che ogni soluzione continua y dell'equazione assegnata è crescente nel suo campo di definizione

12·2 Provare che ogni soluzione continua y dell'equazione assegnata è convessa nella parte del suo campo di definizione che appartiene al semiasse positivo delle x e che è concava nella restante parte

12·3 Determinare il campo di definizione di y

12·4 Disegnare il grafico di y

12·5 Determinare il polinomio di McLaurin di secondo grado di y

13

Si consideri il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = e^{y^2(x)} \int_0^{y(x)} e^{-t^2} dt \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$$

13·1 Studiare esistenza ed unicità della soluzione del problema assegnato

13·2 Determinare tutte le soluzioni costanti dell'equazione data

13·3 Trovare tutte le soluzioni corrispondenti a $x_0 = 0$, $y_0 = 1$

13·4 Disegnare il grafico delle soluzioni di cui al punto precedente

13·5 Disegnare il grafico delle soluzioni del problema assegnato al variare di x_0 e y_0

14

Si considerino le funzioni

$$\phi(x) = e^x - 1 \qquad \psi(x) = \ln(1+x) \qquad f(x) = \int_{\psi(x)}^{\phi(x)} \frac{1}{t} dt$$

14·1 Determinare l'insieme di definizione di f

14·2 Stabilire se f è prolungabile per continuità dove non è definita

14·3 Calcolare $f'(x)$

14·4 Studiare le funzioni

$$1 - e^{-x} \qquad\qquad (x+1)\ln(1+x)$$

(è utile per il seguito provare che i grafici delle due funzioni sono uno al di sopra ed uno al di sotto di una retta opportuna)

14·5 Studiare il segno di $f'(x)$ e disegnare il grafico di f

15

Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{1}{x}\int_0^x \frac{e^t - 1}{t}dt$$

15·1 Determinare il campo di definizione di f

15·2 Stabilire se f è prolungabile nell'origine, ed in caso affermativo trovarne il prolungamento.

15·3 Studiare la derivabilità di f ed, eventualmente, del suo prolungamento.

15·4 Determinare il polinomio di Taylor di f di ordine 1 centrato in 0.

15·5 Determinare δ in modo che $|f(x) - 1| \leq \delta$ in $[-\delta, \delta]$.

16

Si consideri la funzione

$$f_a(x) = \int_a^x \frac{1}{\sinh t}dt$$

(Si ricorda che $\sinh t = \frac{e^t - e^{-t}}{2}$)

16·1 Disegnare il grafico di $\frac{1}{\sinh}$ e stabilire, al variare di a il campo di definizione di f_a

16·2 Disegnare il grafico di f_a

16·3 Calcolare tutte le primitive di $\frac{1}{\sinh}$

16·4 Calcolare la primitiva di $\frac{1}{\sinh}$ che passa per $(1,0)$

16·5 Per $a = 1$, determinare, se esiste, l'inversa di f_a e disegnarne il grafico.

17

Si consideri la funzione

$$f(x) = \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{(e^t - 1)\ln(1+t^2)} dt$$

17·1 Determinare il dominio di f e calcolare i limiti agli estremi del campo di definizione

17·2 Calcolare la derivata f' e studiare crescenza e decrescenza di f

Si consideri

$$g(x) = \int_{-\infty}^{\tan|x|} \frac{1}{(e^t - 1)\ln(1+t^2)} dt$$

17·3 Disegnare il grafico di g

17·4 Determinare il rango di g

17·5 Calcolare la derivata di g, precisando il suo campo di esistenza

18

Si consideri il problema

$$y(x) = \pi + \int_0^x \cos^2 y(t) dt$$

18·1 Scrivere un problema di Cauchy equivalente al problema dato.

18·2 Determinare la soluzione del problema dato e disegnarne il grafico.

18·3 Scrivere il polinomio di Taylor di ordine 3 della soluzione y del problema dato

18·4 Disegnare il grafico di y^{-1} ove è definita

18·5 Verificare che

$$|y(x)| \leq \pi + |x|$$

19

Si consideri il problema di trovare una funzione f tale che

$$f(x) = \int_0^x \cos f(t) dt$$

19.1 Stabilire se esiste una soluzione del problema.

19.2 Determinare la soluzione del problema dato.

19.3 Scrivere il polinomio di Mc Laurin di ordine 2 della soluzione f del problema dato

19.4 Disegnare il grafico di f e confrontarlo con quello del suo polinomio di Mc Laurin

19.5 Disegnare il grafico di f^{-1} in un intorno di 0

20

Si consideri la funzione

$$f(x) = \int_{\frac{1}{x}}^{x+1} \frac{2}{\sqrt{(t+1)|t-2|}} dt$$

20.1 Determinare il campo di definizione D di f.

20.2 Stabilire se esistono e se sono finiti i limiti di f agli estremi del campo di definizione.

20.3 Stabilire dove f è derivabile e calcolarne la derivata prima.

20.4
Tracciare il grafico di f senza tenere conto della derivata seconda.

21

Si consideri la funzione

$$f(x) = \int_{\frac{x}{1+x^2}}^{x} \frac{\sqrt{4t-1}e^{t^2}}{d} t$$

21.1 Determinare il campo di definizione D di f.

21·2 Stabilire se esistono e se sono finiti i limiti di f agli estremi del campo di definizione.

21·3 Stabilire dove f è derivabile e calcolarne la derivata prima.

21·4 Determinare un maggiorante ed un minorante di f nel suo campo di definizione

Si consideri il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''(x) = \max\{2, y(x)\} \\ y(x_0) = a \\ y'(x_0) = b \end{cases}$$

21·5 Studiare esistenza ed unicità locale della soluzione.

21·6 Determinare la soluzione che corrisponde a $x_0 = 0$, $a = 1$ e $b = 0$ precisandone il campo di definizione.

21·7 Determinare la soluzione che corrisponde a $x_0 = 0$, $a = 2$ e $b = 0$ precisandone il campo di definizione.

21·8 Determinare il polinomio di McLaurin di grado 2 della soluzione che corrisponde a $x_0 = 0$, $a = 1$ e $b = 1$

21·9 Determinare il polinomio di McLaurin di grado 3 della soluzione che corrisponde a $x_0 = 0$, $a = 1$ e $b = 1$

22

Si consideri la funzione $y : [-\delta, \delta] \to \mathbb{R}$ che soddisfa le condizioni:

$$\begin{cases} y'(x) = 2 \arctan y(x) + \int_0^x \cos y(t) dt \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

(si suppone che tale funzione esista e sia unica per ogni $\delta > 0$)

22·1 Scrivere il polinomio di McLaurin di y di secondo grado

22·2 Trovare un maggiorante per y' e y'' su $[-\delta, \delta]$

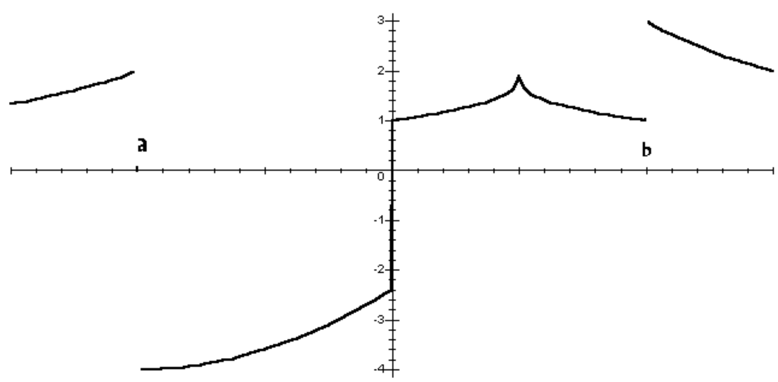
22·3 Determinare δ in modo che la differenza tra y e la sua retta tangente sia inferiore a 0.1 su $[-\delta, \delta]$.

22·4 Calcolare $y^{(4)}(0)$.

22·5 Stabilire se 0 è un punto di minimo o massimo relativo per y.

23

Si consideri la funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ continua da sinistra il cui grafico è rappresentato in figura



23·1 Disegnare il grafico di una primitiva di f su $\mathbb{R} \setminus \{a, 0, b\}$

23·2 Disegnare il grafico di tutte le primitive di f su $\mathbb{R} \setminus \{a, 0, b\}$

23·3 Stabilire se esistono ed in caso affermativo disegnare il grafico di una primitiva di f che sia prolungabile per continuità su tutto $\mathbb{R}$

23·4 Esistono primitive di f definite su tutto $\mathbb{R}$

24

Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{x-1}{x^2+1}$$

e si definisca

$$F(x) = \int_x^{x+1} f(t)dt$$

24·1 Disegnare il grafico di f.

24·2 Calcolare F' dove esiste

24·3 Determinare i punti di massimo e di minimo assoluto di F

24·4 Disegnare il grafico di F.

25

Sia

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x < -1 \\ -\dfrac{1}{\sqrt{|x|}} & -1 \le x < 0 \\ 2x - x^2 & 0 \le x < 1 \\ \dfrac{1}{x^4} & x \ge 1 \end{cases}$$

25·1 Disegnare il grafico di f.

25·2 Disegnare il grafico di $F(x) = \int_0^x f(t)dt$

25·3 Calcolare gli eventuali asintoti, i punti di massimo e di minimo ed i punti di flesso per il grafico di F.

25·4 Disegnare il grafico di $\int_{-\infty}^x f(t)dt$

25·5 Determinare una primitiva di f precisandone il campo di definizione.

newex

Sia

$$f(x) = \frac{1}{(t-1)\sqrt[3]{(t+2)}}$$

e sia $F(x) = \int_x^{\frac{5x|x|+1}{f}} (t)dt$

25·6 Determinare il campo di definizione di F

25·7 Studiare i limiti agli estremi del campo di definizione.

25·8 Stabilire dove F è derivabile e calcolare la derivata di F

Si consideri l'equazione

$$y(x) = a + \int_0^x \frac{2t}{2y(t)-1}dt$$

25·9 Determinare le soluzioni dell'equazione data per $a = 0$

25·10 Determinare le soluzioni dell'equazione data per $a = 4$

25·11 Determinare le soluzioni dell'equazione data per $a = -1$

25·12 Determinare le soluzioni dell'equazione data al variare di a

26

Si consideri la funzione

$$f(x) = e^{-x^2} \int_0^x e^{t^2} dt - x$$

26·1 Calcolare f' e scrivere una equazione differenziale lineare del primo ordine, omogenea di cui f sia soluzione.

26·2 Determinare tutte le soluzioni dell'equazione trovata al punto precedente

26·3 Disegnare il grafico di f

26·4 Stabilire se f è integrabile su $\mathbb{R}$

27

Siano a, b funzioni derivabili con derivata continua su $\mathbb{R}$ a decrescente su $\mathbb{R}$ e b crescente su $\mathbb{R}$ e sia inoltre φ una funzione continua e positiva su $\mathbb{R}$. Si consideri

$$f(x) = \int_{a(x)}^{b(x)} \varphi(t) dt$$

27·1 Stabilire se f è derivabile e calcolarne la derivata.

27·2 Studiare crescenza e decrescenza di f.
Per $f(x) = e^{-x^2}$, $a(x) = -\arctan(x)$ e $b(x) = x^3$

27·3 Studiare il segno di f

27·4 Disegnare il grafico di f

28

Si consideri la funzione

$$f(x) = \int_0^x \frac{\mathrm{e}^{t^2} \sqrt[3]{1-\mathrm{e}^t}\ (t-1)\ \sqrt{t+2}}{d} t$$

28·1 Determinare il dominio di f.

28·2 Studiare la derivabilità di f.

28·3 Disegnare il grafico di f.

28·4 Disegnare il grafico di

$$g(x) = \int_0^{|x|} \frac{e^{t^2} \sqrt[3]{1-e^t}\ (t-1)\ \sqrt{t+2}}{d} t$$

28·5 Calcolare la derivata di

$$h(x) = \int_{x^3}^{x^2+2} \frac{e^{t^2} \sqrt[3]{1-e^t}\ (t-1)\ \sqrt{t+2}}{d} t$$

29

Si consideri la funzione

$$f(x) = \int_1^x \frac{1}{\sqrt{t+1}(e^t-1)^3} dt$$

29·1 Disegnare il grafico di f.

29·2 Disegnare il grafico di

$$g(x) = \int_1^{x^2} \frac{1}{\sqrt{t+1}(e^t-1)^3} dt$$

29·3 Determinare il campo di definizione di

$$h(x) = \int_{x^2}^{x^2+2} \frac{1}{\sqrt{t+1}(e^t-1)^3} dt$$

30

Si consideri la funzione

$$f(z) = \int_0^z e^{-t^2} dt$$

30·1 Studiare il grafico della funzione f

30·2 Studiare il grafico della funzione per $\frac{1}{f}$

30·3 Studiare il grafico della funzione per

$$\int_1^y \frac{1}{f(s)} ds$$

30·4 Disegnare il grafico della soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = f(y(x)) \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$$

31

Si consideri

$$f(x) = \tan(x)$$

31·1 Determinare una primitiva di f

31·2 Determinare tutte le primitive di f

31·3 Determinare l'area a della parte di piano delimitata dagli assi, dalla retta $x = 1$ e dal grafico della funzione f

31·4 Stabilire se esiste e determinare $c \in [0, 1]$ tale che $f(c) = a$

32

Si consideri

$$f(x) = \frac{2x}{1 + x^2}$$

32·1 Disegnare il grafico di f

32·2 Disegnare il grafico di $g(x) = f(E(x))$ dove E indica la parte intera.

32·3 Disegnare il grafico di $F(y) = \int_y^{+\infty} \frac{e^{-x}}{1+x^2} dx$

32·4 Disegnare il grafico di $F(y) = \int_{g(x)}^{+\infty} \frac{e^{-x}}{1+x^2} dx$

33

Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{x^2 + 1} & x < 0 \\ 1 & 0 \leq x < 1 \\ \dfrac{1}{x} & 1 \leq x < 2 \\ \dfrac{10}{x^4} & x \geq 2 \end{cases}$$

33.1 Disegnare il grafico di f

33.2 Disegnare il grafico di f'

33.3 Disegnare il grafico di $\int_1^x f(t)dt$

34

Si consideri la funzione

$$f(x) = \arctan(k(x^3 - x))$$

34.1 Disegnare il grafico di f

34.2 Disegnare il grafico di f'

34.3 Disegnare il grafico di $\int_0^x f(t)dt$

34.4 Determinare il numero di soluzioni dell'equazione $f(x) = 0$ al variare di k

35

Si consideri l'equazione

$$y(x) = 2 + \int_1^x \frac{1}{\sin(y(t))} dt$$

35.1 Studiare esistenza ed unicità della soluzione del problema assegnato

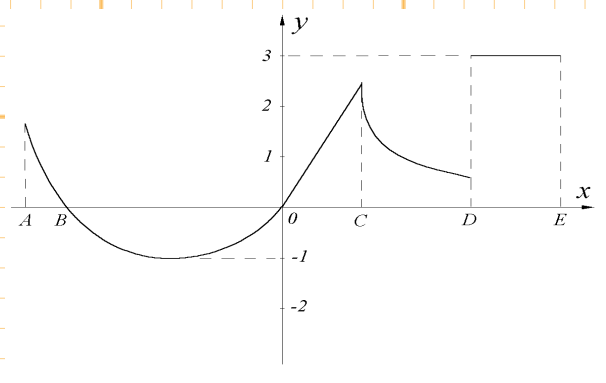
35.2 Determinare la soluzione dell'equazione data

35.3 Disegnare il grafico delle soluzioni dell'equazione

35.4 Scrivere il polinomio di McLaurin di grado 2 della soluzione del problema

36

Sia f una funzione derivabile due volte tale che $f(0) = 0$, $f'(0) = 1$ e sia



il grafico della sua derivata seconda

36·1 Disegnare il grafico di f'

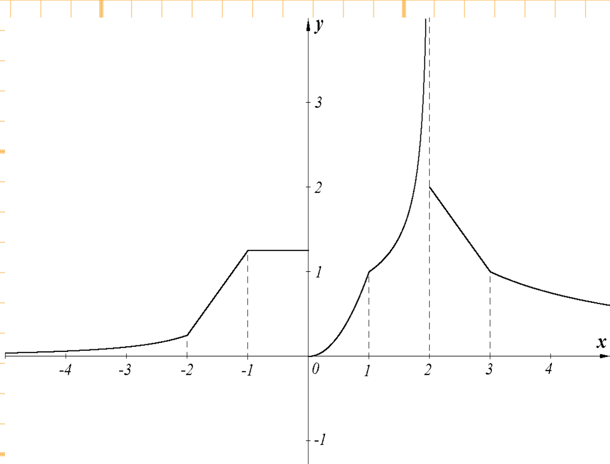
36·2 Disegnare il grafico di f

36·3 Scrivere il suo polinomio di McLaurin di grado 2

36·4 Stabilire con quale errore la retta tangente (Polinomio di McLaurin di grado 1) approssima la funzione data.

37

Sia f una funzione il cui grafico è indicato in figura



$$f(x) = \begin{cases} 1/x^2 & x < -2 \\ x + 9/4 & -2 \le x < -1 \\ 5/4 & -1 \le x < 0 \\ x^2 & 0 \le x < 1 \\ 1/\sqrt{2-x} & 1 \le x < 2 \\ 4 - x & 2 \le x < 3 \\ 3/x & 3 \le x \end{cases}$$

e sia

$$F(x) = \int_0^x f(t)dt$$

37·1 Calcolare

$$\int_{-2}^{0} f(x)dx$$

37·2 Calcolare, se esistono

- * $F'_+(0) =$
- * $F'_-(0) =$
- * $F'_+(2) =$
- * $F'_-(2) =$

37·3 Trovare una primitiva di f in $(-2, 0)$

37·4 Disegnare il grafico di F

38

Sia f una funzione derivabile due volte tale che $f(0) = 0$, $f'(0) = 1$ e

$$f''(x) = \begin{cases} x(x+1) & x \leq 1 \\ 2 & 1 < x \leq 2 \\ 1 - 3x & x > 2 \end{cases}$$

38·1 Disegnare il grafico di f'

38·2 Disegnare il grafico di f

38·3 Scrivere il suo polinomio di McLaurin di grado 4

39

Sia f definita da

$$f(x) = \frac{1}{(x-1)\sqrt[3]{(x+4)}}$$

e sia

$$F(x) = \int_0^x f(t)dt$$

39·1 Trovare il campo di definizione di F

39·2 Calcolare, dove esiste, $F'(x)$ e precisare il suo campo di definizione.

39·3 Disegnare il grafico di F

40

Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{2}{x(1-x^2)}$$

40·1 Disegnare il grafico di f

40·2 Disegnare il grafico di $g(x) = \int_4^x f(t)dt$

40·3 Disegnare il grafico di tutte le primitive di f

41

Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{e^x}{x^2 + x}$$

41·1 Disegnare il grafico di $g(x) = \int_4^x f(t)dt$

41·2 Disegnare il grafico di $g(x) = \int_{-\infty}^x f(t)dt$

42

Si consideri la funzione

$$f_k(x) = e^{2x} + ke^x$$

42·1 Determinare $g_k(t)$ tale che

$$f_k(x) = g_k(e^x)$$

e disegnarne il grafico al variare di $k \in \mathbb{R}$

42·2 Disegnare il grafico di $f_k(x)$ al variare di $k \in \mathbb{R}$

42·3 Per $k = 2$ Disegnare il grafico di $F(x) = \int_0^x f_2(t)dt$

42·4 Per $k = 2$ determinare un intervallo in cui f_2 è invertibile e trovarne l'inversa.

43

Si consideri la funzione

$$f_k(x) = e^x - k^2x$$

43·1 Determinare campo di definizione e limiti agli estremi del campo di f_k

43·2 Determinare eventuali massimi e minimi relativi ed assoluti di f_k, sul suo campo di definizione.

43·3 Stabilire per quali valori di k f_k assume qualche valore negativo.

43·4 Disegnare il grafico di f_k

43·5 Disegnare il grafico di

$$\int_0^x f_k(t)dt$$

44

Si consideri la funzione il cui grafico è indicato in figura
Si consideri la funzione

$$f(x) = x^2 + x \qquad g(x) = e^{f(x)} \qquad h(x) = g(\sqrt{x})$$

44·1 Disegnare il grafico di f

44·2 Disegnare il grafico di g

44·3 Disegnare il grafico h

44·4 Disegnare il grafico di tutte le primitive di g

44·5 Disegnare il grafico di $f(|x|)$

44·6 Disegnare il grafico di $|f(x)|$

44·7 Disegnare il grafico di $f'(x)$

44·8 Disegnare il grafico di $\int_0^x f(t)dt$

45

Si consideri la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} e^x & x < -1 \\ 2 & -1 \le x \le 0 \\ 2 - x - x^2 & x > 0 \end{cases}$$

45·1 Disegnare il grafico di f

45·2 Calcolare f' e disegnare il grafico di f'

45·3 Disegnare il grafico di

$$F(x) = \int_0^x f(t)dt$$

45·4 Calcolare una primitiva di f,precisando dove è definita

45·5 Calcolare tutte le primitive di f.

46

Si consideri la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} -\dfrac{1}{x} & x < -1 \\ 0 & 1 \leq x \leq 0 \\ e^{-x} & x > 0 \end{cases}$$

46·1 Disegnare il grafico di f

46·2 Calcolare f' e disegnare il grafico di f'

46·3 Disegnare il grafico di

$$F(x) = \int_0^x f(t)dt$$

47

Si consideri la funzione

$$f(x) = x\ln(x+1)$$

47·1 Disegnare il grafico di f

47·2 Disegnare il grafico di $g(x) = \int_1^x f(t)dt$

47·3 Disegnare il grafico di tutte le primitive di f

47·4 Calcolare una primitiva di f precisandone il campo di definizione

48

Si consideri la funzione

$$f(x) = x^4 - x^3 + 5 * x^2 + 1$$

48·1 Disegnare il grafico di f

48·2 Disegnare il grafico di $g(x) = \frac{1}{f(x)}$

48·3 Determinare un intervallo che contenga 1 in cui f è invertibile, verificare che $f(1) = -4$

$$(f^{-1})'(-4)$$

48·4 Determinare esplicitamente

$$x = f^{-1}(y-1)$$

49

Si consideri l'equazione

$$\begin{cases} \dfrac{1}{x^2} & x \leq -1 \\ \dfrac{1}{\sqrt{|x+1|}} - 1 & -1 < x < 0 \\ x+1 & 0 \leq x < 1 \\ \dfrac{2}{x} & x \geq 1 \end{cases}$$

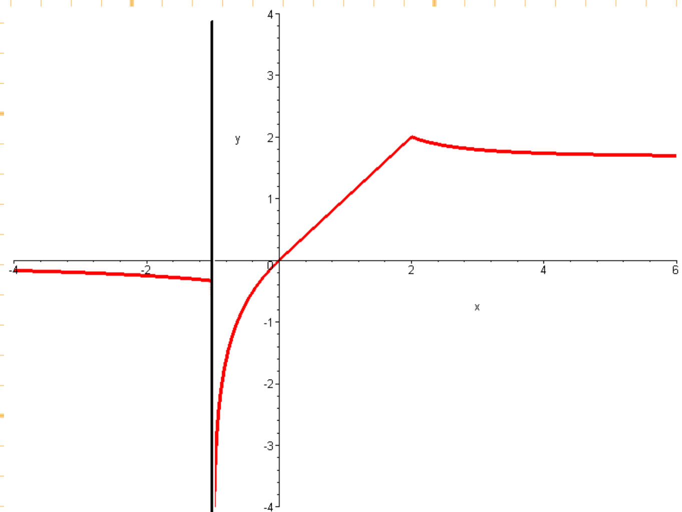
49·1 Disegnare il grafico di f

49·2 Disegnare il grafico di f'

49·3 Disegnare il grafico di $\int_0^x f(t)dt$

50

Sia f una funzione il cui grafico è indicato in figura



$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x-2} & x < -1 \\ \ln(1+x) & -1 \leq x < 0 \\ x & 0 \leq x < 2 \\ \dfrac{1}{x^2-1} + \dfrac{5}{3} & 2 \leq x \end{cases}$$

e sia

$$F(x) = \int_1^x f(t)dt$$

50·1 Disegnare il grafico di F

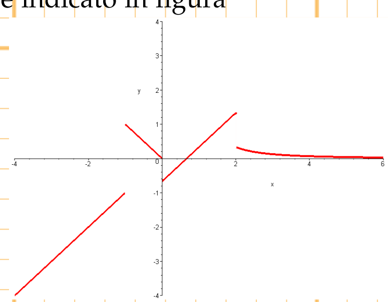
50·2 Determinare una primitiva di f su $[0, +\infty)$

50·3 Determinare tutte le primitive di f su $[0, +\infty)$

50·4 Stabilire se esistono primitive di f definite su $\mathbb{R}$ e giustificare l'affermazione.

51

Sia f una funzione il cui grafico è indicato in figura



$$f(x) = \begin{cases} x & x < -1 \\ -x & -1 \leq x < 0 \\ x - \dfrac{2}{3} & 0 \leq x < 2 \\ \dfrac{1}{x^2-1} & 2 \leq x \end{cases}$$

e sia $F(x) = \int_2^x f(t)dt$

51·1 Disegnare il grafico di F

51·2 Determinare una primitiva di f su $[0, +\infty)$

51·3 Determinare tutte le primitive di f su $[0, +\infty)$

52

Si consideri la funzione

$$f(x) = \int_0^x \frac{|\sin t|}{\sqrt[3]{2-t}(1+t)} dt$$

52·1 Determinare il campo di definizione di f

52·2 Studiare continuità e derivabilità di f

52·3 Studiare crescenza e decrescenza di f

52·4 Disegnare il grafico di f

53

Si consideri la funzione

$$f(x) = (1-k)\ln(x) + k\arctan(x) \qquad , \qquad k \in (0,1)$$

53·1 Disegnare il grafico di f per $k = 0$ e $k = 1$

53·2 Disegnare il grafico di f al variare di k

53·3 Disegnare il grafico di $\int_1^x f(t)dtf$ al variare di k

53·4 Calcolare una primitiva di f

54

Si consideri la funzione

$$f(x) = \int_0^x \frac{e^t - 1}{t\sqrt{|t-1|}(t-3)^2} dt$$

54·1 Determinare il campo di definizione di f

Si consideri la funzione

$$f(x) = \int_0^x \frac{\ln(1+t^2)}{t\sqrt[3]{t+2}(2t-1)^2}dt$$

54·2 Determinare il campo di definizione di f

54·3 Determinare crescenza e decrescenza di f

54·4 Disegnare il grafico di f

54·5 Determinare il campo di definizione di

$$g(x) = \int_{1-x^2}^{x^2-1} \frac{\ln(1+t^2)}{t\sqrt[3]{t+2}(2t-1)^2}dt$$

54·6 Determinare crescenza e decrescenza di f

54·7 Determinare il campo di definizione di

$$g(x) = \int_x^{x+1} \frac{e^t-1}{t\sqrt{|t-1|}(t-3)^2}dt$$

55

Si consideri la funzione

$$f(x) = \int_0^x \frac{\ln(1+t^2)}{t\sqrt[3]{t+2}(2t-1)^2}dt$$

55·1 Determinare il campo di definizione di f

55·2 Determinare crescenza e decrescenza di f

55·3 Disegnare il grafico di f

55·4 Determinare il campo di definizione di

$$g(x) = \int_{1-x^2}^{x^2-1} \frac{\ln(1+t^2)}{t\sqrt[3]{t+2}(2t-1)^2}dt$$

56

Si consideri la funzione

$$f(t) = \frac{e^t}{\sqrt{|t-1|}\sqrt[3]{t+1}}$$

56·1 Studiare l'integrabilità di f nei punti 1 e -1

56·2 Disegnare il grafico di $F(x) = \int_0^x f(t)dt$ giustificando brevemente le affermazioni e fornendo le precisazioni richieste

F 'e crescente in

F è derivabile in

$\lim_{x \to +\infty} F(x) =$

$\lim_{x \to -\infty} F(x) =$

56·3 Disegnare il grafico di $\int_0^{x^2} f(t)dt$ giustificando brevemente le affermazioni

56·4 Disegnare il grafico di $\int_{-\infty}^{x} f(t)dt$ giustificando brevemente le affermazioni

57

Si consideri il sistema differenziale lineare

$$\begin{cases} y'(x) = y(x) - 2z(x) \\ z'(x) = y(x) + 4z(x) + e^x \end{cases}$$

57·1 Determinare l'integrale generale del sistema omogeneo

57·2 Determinare l'integrale generale del sistema completo

57·3 Scrivere una matrice fondamentale del sistema

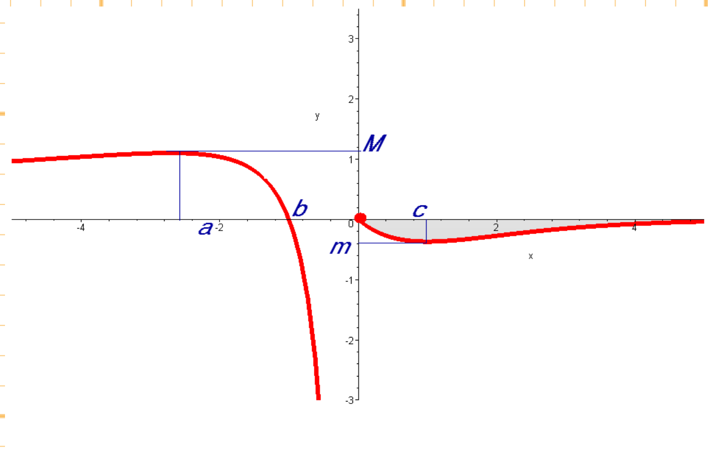
57·4 Scrivere una equazione lineare del secondo ordine equivalente al sistema dato

58

Si consideri la funzione

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$

il cui grafico è riportato in figura;
dove l'area indicata vale π.



58·1 Disegnare il grafico di una funzione g tale che $g'(x) = f(x)$, per $x \neq 0$

58·2 Disegnare il grafico di una funzione f tale che $g'(x) = f(x)$, per$x \neq 0$, $g(a) = 0$, $g(c) = 0$

58·3 Calcolare

$$\int_0^{+\infty} f(x)dx$$

58·4 Calcolare

$$\lim_{x\to+\infty} g(x)$$

dove g è la funzione del punto D

59

Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x} & x < -1 \\ \dfrac{x-1}{x^2-4} & |x| \leq 1 \\ x-1 & 1 < x < 5 \\ 1 & x \geq 5 \end{cases}$$

59·1 Disegnare il grafico di f

59·2 Disegnare il grafico della funzione

$$F(x) = \int_0^x f(t)dt$$

59·3 Precisare dove F è convessa e dove è concava.

59·4 Calcolare i limiti agli estremi del campo di definizione di F.

60

Si consideri la funzione

$$f(x) = \int_5^x \frac{1}{2\sqrt{t}(t-4)} dt$$

60·1 Calcolare esplicitamente $f(x)$

60·2 Calcolare

$$\int_5^{+\infty} \frac{1}{2\sqrt{x}(x-4)} dx$$

60·3 Disegnare il grafico di f

60·4 Determinare il campo di definizione di

$$f(x) = \int_{\frac{1}{x}}^x \frac{1}{2\sqrt{t}(t-4)} dt$$

61

Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} 1 & x < -1 \\ -1 & |x| \leq 1 \\ 2 & 1 < x < 5 \\ 3 & x \geq 5 \end{cases}$$

61·1 Disegnare il grafico di f

61·2 Disegnare il grafico della funzione

$$F(x) = \int_0^x f(t) dt$$

61·3 Calcolare i limiti agli estremi del campo di definizione di F.

62

Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{e^{-x}}{\sqrt{|x-1|}(x^2+2x+1)}$$

62·1 Disegnare il grafico della funzione

$$\int_0^x f(t)dt$$

62·2 Disegnare il grafico della funzione

$$\int_0^{x^2} f(t)dt$$

62·3 Determinare un maggiorante per

$$\int_2^3 f(t)dt$$

62·4 Scrivere la retta tangente a grafico della funzione

$$\int_0^{x^2} f(t)dt$$

in $x = 1/2$

63

Si consideri la funzione

$$f(x) = e^x - x^2$$

63·1 Disegnare il grafico di f

Si considerino

$$f(x) = xe^{-x^2} \quad , \quad g(x) = e^{-x^2}(1-2x^2)$$

63·2 Disegnare il grafico di g

63·3 Disegnare il grafico di f

63·4 Disegnare il grafico di $\int_0^x f(t)dt$

63·5 Calcolare $\int_0^4 f(t)dt$

Si considerino

$$f(x) = xe^{-x^2} \quad , \quad g(x) = e^{-x^2}(1-2x^2)$$

63·6 Disegnare il grafico di g

63·7 Disegnare il grafico di f

63·8 Disegnare il grafico di $\int_0^x f(t)dt$

63·9 Calcolare $\int_0^4 f(t)dt$

63·10 Stabilire se f è crescente ed in caso affermativo disegnare il grafico della sua inversa

63·11 Calcolare, se esiste, $(f^{-1})'(1)$

63·12 Approssimare $\int_0^{0.1} e^t - t^2 dt$ con un numero razionale a meno di 0.01.

64

Si considerino

$$f(x) = xe^{-x^2} \quad , \quad g(x) = e^{-x^2}(1-2x^2)$$

64·1 Disegnare il grafico di g

64·2 Disegnare il grafico di f

64·3 Disegnare il grafico di $\int_0^x f(t)dt$

64·4 Calcolare $\int_0^4 f(t)dt$

65

Si considerino

$$f(x) = xe^{-x} \quad , \quad g(x) = e^{-x}(1-x)$$

65·1 Disegnare il grafico di g

65·2 Disegnare il grafico di f

65·3 Disegnare il grafico di $\int_0^x f(t)dt$

65·4 Calcolare $\int_0^4 f(t)dt$

66

Si consideri la funzione

$$f(x) = \arctan(a\sqrt{x}) - \ln(bx)$$

66·1 Disegnare il grafico di f per $a = 1$ e $b = 1$

66·2 Disegnare il grafico di f per $a = 1$ al variare di b

66·3 Verificare che, per $a = 1$ e $b = 1$, f è invertibile per $x \in [2, +\infty)$ e calcolare

$$f^{-1}(a), \qquad \text{dove} \qquad a = \arctan(4) - \ln(16)$$

66·4 Disegnare, per $a = 1$ e $b = 1$, il grafico di

$$F(x) = \int_0^x f(t)dt$$

.

67

Si consideri la funzione definita da

$$f(x) = \frac{e^x - c}{\sqrt{x}}$$

67·1 Disegnare il grafico di f per $c = 0$

67·2 Disegnare il grafico di f al variare di $c \in \mathbb{R}$

67·3 Determinare il numero delle soluzioni dell'equazione

$$f(x) = 0$$

al variare di $c \in \mathbb{R}$

67·4 Disegnare il grafico di $\int_1^x f(t)dt$ per $c = 1$

68

Si consideri l'equazione

$$y(x) = \int_0^x \frac{y(t)}{t^2 + 1} dt$$

68·1 Calcolare $y(0)$

68·2 Determinare, derivando l'equazione data, un'equazione differenziale equivalente all'equazione data

68·3 Disegnare, al variare di il grafico di $y(x)$.

68·4 Determinare esplicitamente $y(x)$

69

Si consideri la funzione definita da

$$f(x) = \frac{\sqrt{x}(1-x)}{1+x^2}$$

69·1 Calcolare la derivata di f

69·2 Studiare il segno di f'

69·3 Disegnare il grafico di f

69·4 Disegnare il grafico di $\int_1^x f(t)dt$

70

Si consideri la funzione

$$f(x) = \int_0^{x^2} \frac{1}{\sqrt[3]{t}(t-1)} dt$$

70·1 Determinare il campo di definizione di f

70·2 Studiare la derivabilità e la crescenza di f

70·3 Calcolare i limiti di f agli estremi del campo di definizione

70·4 Disegnare il grafico di f

71

Si consideri la funzione

$$f(t) = \frac{1}{t}$$

e la partizione

$$P_n = \left\{ x^{\frac{k}{n}} \quad : \quad k = 0..n \right\}$$

71·1 Disegnare il grafico di f

71·2 Calcolare le somme superiori $U(f, P_n)$ di f rispetto alla partizione P_n

$U(f, P_n) =$
Si consideri la partizione

$$Q_n = \left\{ x^{\frac{k}{2^n}} \quad : \quad k = 0..2^n \right\}$$

71·3 Dimostrare che $U(f, Q_n)$ è una estratta decrescente di $U(f, P_n)$

71·4 calcolare

$$\int_1^x f(t)dt =$$

72

Si consideri la funzione

$$f(t) = \frac{\sin^2(t)}{\sqrt[3]{|t^3+1|}\; t^2\; \sqrt{1-t}}$$

e la funzione

$$F(x) = \int_0^x f(t)dt$$

72·1 Determinare il campo di definizione di F

72·2 Calcolare i limiti di F agli estremi del suo campo di definizione

72·3 Disegnare il grafico di F
Si consideri poi

$$G(x) = \int_{-x}^x f(t)dt$$

72·4 Determinare il campo di definizione di G

72·5 Calcolare i limiti di G agli estremi del suo campo di definizione

72·6 Disegnare il grafico di G

73

Si consideri la funzione

$$f(t) = x$$

e la partizione

$$P_n = \left\{ \frac{k}{2^n} \quad : \quad k = 0..2^n \right\}$$

73·1 Calcolare le somme superiori $U(f, P_n)$ di f rispetto alla partizione P_n

$U(f, P_n) =$

73·2 calcolare

$$\int_0^1 f(t)dt =$$

74

Si consideri la funzione

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt[4]{16 - t^4}\sqrt{|t-1|}}$$

e la funzione

$$F(x) = \int_0^x f(t)dt$$

74·1 Determinare il campo di definizione di F e calcolare i limiti di F agli estremi del suo campo di definizione

74·2 Disegnare il grafico di F

75

75·1 Scrivere l'uguaglianza che si ottiene applicando l'enunciato del teorema di integrazione per parti alle funzioni

$$f(x) = \frac{1}{x} \qquad , \qquad g'(x) = \sin(x)$$

sull'intervallo $[a, b]$

75·2 Studiare l'esistenza di

$$\int_{-10}^{11} f(x)g'(x)dx$$

75·3 Studiare l'esistenza di

$$\int_3^{+\infty} f(x)g'(x)dx$$

75·4 Studiare l'esistenza di

$$\int_{-\infty}^{-1} f(x)g'(x)dx$$

75·5 Studiare l'esistenza di

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)g'(x)dx$$

76

Si consideri $f(x) = \frac{1}{x}$ e la partizione definita da

$$P_n = \{(\sqrt[n]{2})^h \ : h = 0..n\}$$

76·1 Determinare le somme superiori di f su [1,2].

76·2 Determinare le somme inferiori di f su [1,2].

76·3 Calcolare un'approssimazione di

$$\int_1^2 \frac{1}{x} dx$$

76·4 Stimare l'errore che si commette, quando si considera l'approssimazione trovata in luogo di

$$\int_1^2 \frac{1}{x} dx$$

77

Si consideri su $I = [-2, 2]$

$$f(x) = E\,(2\sin(\pi x))$$

77·1 Disegnare il grafico di $f(x)$

77·2 Disegnare il grafico di $F(x) = \int_0^x f(t)dt$

77·3 Determinare una primitiva di f su $(0, 1/6) \cup (1/6, 1/2)$

77·4 Determinare tutte le primitive di f su $(0, 1/6) \cup (1/6, 1/2)$

77·5 Calcolare

$$\int_0^1 f(t)dt$$

78

Si consideri la funzione

$$f(x) = \sqrt[5]{\frac{x+1}{x^3}}$$

78·1 Disegnare il grafico di f.

78·2 Disegnare il grafico di

$$\int_{0.1}^{x} f(t)dt$$

.

79

Calcolare

79·1

$$\int_0^2 \sqrt{4-x^2}dx$$

79·2

$$\int_0^2 \frac{1}{4+x^2}dx$$

79·3

$$\int_0^2 \frac{1}{\sqrt{4-x^2}}dx$$

79·4

$$\int_0^{+\infty} \frac{1}{4+x^2}dx$$

79·5 Determinare una primitiva di $f(x) = \frac{e^{-\frac{1}{x}}}{x^2}$

79·6 Determinare tutte le primitive di $f(x) = \frac{e^{-\frac{1}{x}}}{x^2}$

80

Si consideri

$$f(x) = \frac{e^{-x}}{x^2-1}$$

80·1 Disegnare il grafico di f

80·2 Disegnare il grafico di $\int_0^x f(s)ds$

80·3 Disegnare il grafico di $\int_2^x f(s)ds$

80·4 Disegnare il grafico di tutte le primitive di f

80·5 Determinare il campo di definizione di

$$\int_{\sin(x)}^{\cos(x)} f(s)ds$$

81

Si consideri la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} 1 & x \in (-\infty, -2) \\ 1-3x & x \in [-2,-1] \\ x^2+x & x \in (-1,0) \\ 1-x & x \in (0,1) \\ 1/2^n & x \in (n, n+1),\ n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

e sia

$$F(x) = \int_0^x f(t)dt$$

81·1 Disegnare il grafico di f

81·2 Disegnare il grafico di F

81·3 Calcolare $F(2)$

81·4 Calcolare

$$lim_{x\to+\infty} F(x)$$

82

Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{x-1}{x^2+x+1}$$

82·1 Disegnare il grafico di f

82·2 Disegnare il grafico di $\int_0^x f(t)dt$

82·3 Disegnare il grafico di $\int_0^{\sin(x)} f(t)dt$

83

Si consideri l'equazione

$$y(x) = \int_0^x y(x-t)dt$$

83·1 Applicare la formula di integrazione per sostituzione al secondo membro dell'equazione

83·2 Usando i calcoli del punto precedente, scrivere una nuova equazione equivalente a quella data

83·3 Derivando entrambi i membri dell'equazione ottenuta ricavare una equazione differenziale per y; inoltre determinare il valore di $y(0)$

83·4 Scrivere infine un problema di Cauchy equivalente all'equazione data, e giustificare la seguente affermazione:

La soluzione dell'equazione data è nulla.

84

Si consideri l'equazione

$$y(x) = y_0 + \int_3^x (y^2(t) - 1)dt$$

84·1 Determinare la soluzione per $y_0 = 1$

84·2 Determinare la soluzione per $y_0 = 0$

84·3 Determinare la soluzione per $y_0 = 2$

84·4 Disegnare il grafico delle soluzioni pr $y_0 = 0$, $y_0 = 1$, $y_0 = 2$

85

Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x}$$

85·1 Disegnare il grafico di f

85·2 Determinare l'inversa di f su $(-\infty, -1)$, $(-1, 1)$ e $(1 + \infty)$.

85·3 Disegnare il grafico di $\int_2^x f(t)dt$

85·4 Calcolare la derivata di un'inversa di f in $y_0 = 3/2$

86

Si consideri la funzione

$$f(x)=\int_5^{x^2}\frac{\ln(t^2)}{\sqrt{t^2-4t}}dt$$

86·1 Determinare il campo di definizione di f

86·2 Determinare dove f è crescente e dove è decrescente

86·3 Disegnare il grafico di f

86·4 Stabilire se e dove f ammette punti di massimo o di minimo assoluto e relativo.

86·5 Disegnare il grafico di $f(\sqrt{x})$

87

Si consideri la funzione

$$f(x)=\frac{x^2+x+1}{x^2+1}$$

87·1 Disegnare il grafico di f

87·2 Disegnare il grafico di $F(x)=\int_0^x f(t)dt$

87·3 Determinare tutte le primitive di f

87·4 Calcolare

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)dt$$

88

Si considerino le funzioni F, f, g definite da:

$$g(x)=\frac{x}{1-x^2}$$

$$f(x)=x$$

$$F(x)=\int_0^{f(x)} g(t)dt$$

88·1 Disegnare il grafico di g

88·2 Disegnare il grafico di F

88·3 Disegnare il grafico di F per $f(x)=x^2-x$

88·4 Sempre per $f(x) = x^2 - x$ determinare una espressione di F in termini di funzioni elementari

89

Si consideri la funzione y tale che

$$y(x) = y_0 + \int_0^x \sin(y(t))dt$$

89·1 Dimostrare che per $y_0 = 0$ si ha $|y(x)| \leq |x|$.

89·2 Dimostrare che per $y_0 = 0$ si ha $|y(x)| \leq e^x$

89·3 Disegnare il grafico di y al variare di y_0

90

Si consideri la funzione

$$f(x) = E(\arctan(\tan(x)))$$

(Ricordiamo che E rappresenta la parte intera)

90·1 Determinare il campo di definizione D di f e disegnarne il grafico

90·2 Stabilire se f è prolungabile per continuità dove non è definita.

90·3 Disegnare il grafico di $\int_0^x f(t)dt$

90·4 Disegnare il grafico della soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = f(y(x)) \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

91

Si consideri

$$F(x) = \int_0^{\tan(x)} \frac{t}{1+t^2} dt$$

91·1 Determinarne il campo di definizione di F, giustificando le affermazioni.

91·2 Calcolare F' precisando dove esiste

91·3 Studiare crescenza e decrescenza di F.

91·4 Disegnare il grafico di F. precisandone il comportamento all'infinito.

92

Si consideri

$$g(x) = \int_0^x \frac{t-1}{t+1} dt$$

92·1 Disegnare il grafico di g

92·2 Determinare tutte le primitive di $\frac{x-1}{x+1}$

92·3 Disegnare il grafico di $h(x) = \int_0^{e^x} \frac{t-1}{t+1} dt$

92·4 Determinare una espressione esplicita di h.

93

Si consideri la funzione

$$f(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{t^2+t+1} dt$$

93·1 Studiare campo di definizione, derivata e limiti agli estremi del campo di f

93·2 Disegnare il grafico di f

93·3 Determinare l'espressione esplicita di f

93·4 Calcolare esplicitamente i limiti di f agli estremi del campo di definizione

94

Siano

$$f(x) = arctan(x) \qquad \text{e} \qquad g(x) = \operatorname{arccot}(x)$$

le funzioni inverse di

$$tan(x) \qquad \text{e} \qquad cot(x)$$

94·1 Verificare che $f(1/x) = g(x)$ specificando per quali x l'uguaglianza è vera.

94·2 Disegnare il grafico di $f(x) + g(x)$

94·3 Calcolare

$$\int_1^{\sqrt{3}} f(x)dx$$

94·4 Calcolare

$$\int_1^{\sqrt{3}} g(x)dx$$

95

Sia f la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{e^{2x} + 2e^x + 1} & x \geq 0 \\ 1 & x < 0 \end{cases}$$

95·1 Studiare Continuità e derivabilità di f.

95·2 Disegnare il grafico di f.

95·3 Disegnare il grafico di $g(x) = \int_{-1}^{x} f(t)dt$

95·4 Calcolare $\lim_{x \to -\infty} g(x)$

95·5 Calcolare $\lim_{x \to +\infty} g(x)$

96

Sia f la funzione definita da

$$f(x) = \ln(e^{2x} + e^x)$$

96·1 Studiare continuità e derivabilità di f.

96·2 Disegnare il grafico di f.

96·3 Disegnare il grafico di $g(x) = \int_{-1}^{x} f(t)dt$

97

Si considerino

$$\alpha(x) = e^x \quad , \quad \beta(x) = xe^x \quad , \quad f(x) = \int_{\alpha(x)}^{\beta(x)} \frac{1}{t^2 - 1} dt$$

97·1 Disegnare i grafici di α e di β.

97·2 Determinare il campo di definizione di f

97·3 Calcolare f'

97·4 Determinare una espressione esplicita di f

97·5 Calcolare i limiti di f agli estremi del campo di definizione

97·6 Determinare quanti e quali sono gli zeri di f

98

Si consideri la funzione

$$f(x) = \int_{\frac{1}{x}}^{\frac{1}{x^2}} \frac{dt}{\ln|t|}$$

98·1 Determinare il campo di definizione D di f

98·2 Calcolare f' e studiare la crescenza di f.

98·3 Calcolare il limite di f a $\pm\infty$ e a -1.

98·4 Calcolare il limite di f a 0^+ dopo aver provato con il teorema della media che

$$\frac{1-x}{2x^2\ln(1/x)} \leq f(x) \leq \frac{1-x}{x^2\ln(1/x)} \qquad \forall x \in (0,1)$$

98·5 Dimostrare che $\frac{1}{\ln(t)} - \frac{1}{t-1} = \frac{t-1-\ln(t)}{(t-1)\ln(t)} = \omega(t)$ e che $\omega(t) \to 1/2$ per $t \to 1$, e calcolare il limite di f per $x \to 1$.

98·6 Disegnare il grafico di f

99

Si consideri la funzione f

$$f(x) = \begin{cases} -1/x^2 & x < -1 \\ -1 & -1 \leq x \leq 1 \\ 1/(x^2-1) & x > 1 \end{cases}$$

99·1 Disegnare il grafico di f.

99·2 Determinare una primitiva di f precisandone il campo di definizione e disegnarne il grafico

99·3 Determinare tutte le primitive di f

99·4 Calcolare, se esiste,

$$\int_{-\infty}^{0} f(x)dx$$

100

100·1 $_2$ Sia

$$S_n = \sum_{k=0}^{n} t^k$$

Verificare che

$$S_n = \frac{1 - t^{n+1}}{1 - t}$$

100·2 $_3$ Verificare che

$$\sum_{k=0}^{n} e^{tk} = \frac{1 - e^{(n+1)t}}{-e^t}$$

Sia $f(t) = e^t$ e sia P_n^x la partizione dell'intervallo $[0, x]$ ottenuta suddividendolo in n parti uguali.

100·3 $_3$ Calcolare le somme superiori U_n di f sull'intervallo $[0, x]$ relativamente alla partizione P_n^x

100·4 $_1$ Calcolare le somme inferiori L_n di f sull'intervallo $[0, x]$ relativamente alla partizione P_n^x

100·5 $_2$ Calcolare le somme di Riemann R_n di f sull'intervallo $[0, x]$ relativamente alla partizione P_n^x e alla scelta S che considera in ogni intervallo il punto medio

100·6 $_3$ Calcolare, se esiste

$$\lim_n U_n$$

100·7 $_1$ Calcolare, se esiste

$$\lim_n L_n$$

100·8 $_2$ Calcolare, se esiste

$$\lim_n R_n$$

100·9 $_3$ Dimostrare che

$$\lim_n U_n = \lim_n L_n = \lim_n R_n = \int_0^x e^t dt$$

100·10 $_{10}$ Dimostrare che $f(x) = x^2$ non è uniformemente continua su $[1, +\infty)$

101

Calcolare i seguenti integrali

101·1 $_2$ $\int_0^2 \frac{dt}{\sin(t)}$

101·2 $_1$ $\int_0^x \frac{dt}{t(t-2)}$

101·3 $_1$ $\int_0^x \arctan(s) ds$

101·4 $_2$ $\int_0^x \frac{ds}{s^2+4s+5}$

101·5 $_2$ $\int_0^{+\infty} e^s \sin(2s) ds$

101·6 $_1$ $\int_1^x \frac{1}{s} \sin(\ln(s)) ds$

Sia

$$(f(x) = \begin{cases} e^{-x} & x \leq -1 \\ x & -1 < x \leq 0 \\ -x & 0 < x \leq 1 \\ \arctan(1/x) & x > 1 \end{cases}$$

101·7 $_1$ Disegnare il grafico di f

101·8 $_3$ Disegnare il grafico di una primitiva di f

101·9 $_3$ Disegnare il grafico di una funzione continua, definita su $\mathbb{R}$, che sia primitiva di f sull'insieme in cui f ammette primitiva.

101·10 $_2$ Determinare tutte le primitive di F

Si consideri

$$F(x) = \int_{x^2}^{x^2+\frac{1}{|x|}} \frac{e^{-t^2}}{t\sqrt{|t-1|}} dt$$

101·11 $_3$ Determinare il campo di definizione di F

101·12 $_3$ Stabilire dove f è derivabile e calcolarne la derivata.

101·13 $_3$ Calcolare $\lim_{x\to+\infty} F(x)$

101·14 3 Calcolare $\lim_{x\to-\infty} F(x)$

102

Si consideri la funzione

$$f(x) = \tan(\arctan(x))$$

102·1 Disegnare il grafico di f

102·2 Disegnare il grafico di

$$F(x) = \int_0^x f(t()dt$$

$$f(x) = \int_{1-e^{-x}}^{2+e^{-x}} \frac{1}{1+t^4} dt$$

102·3 Determinare il campo di definizione di f

102·4 Calcolare i limiti di f agli estremi del campo di definizione.

102·5 Calcolare la derivata di f

102·6 Disegnare il grafico di f

102·7 Stabilire se esiste ed in caso affermativo calcolare

$$\lim_{x\to+\infty} F(x)$$

102·8 Determinare tutte le primitive di f precisandone il campo di definizione.

103

$$f(x) = \int_{1-e^{-x}}^{2+e^{-x}} \frac{1}{1+t^4} dt$$

103·1 Determinare il campo di definizione di f

103·2 Calcolare i limiti di f agli estremi del campo di definizione.

103·3 Calcolare la derivata di f

103·4 Disegnare il grafico di f

104

$$f(x) = \int_x^{\frac{1}{x}} \frac{e^{-t^2} - 1}{t} dt$$

104·1 Determinare il campo di definizione di f e i limiti agli estremi del campo.

104·2 Calcolare f' e studiarne il segno.

104·3 Disegnare il grafico di f

104·4 Determinare la retta tangente al grafico di f nel punto di ascissa 1

105

Si consideri la funzione definita da

$$\int_x^{+\infty} \frac{e^{-t}}{(t+1)\sqrt{|t^2-1|}} dt$$

105·1 Determinare il campo di definizione di f.

105·2 Calcolare i limiti di f agli estremi del campo di definizione.

105·3 Calcolare f' e studiarne il segno

105·4 Disegnare il grafico di f

105·5 Studiare la convessità di f

106

Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x^2-1} & x < -1 \\ \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}} & |x| < 1 \\ x\ln(x) & x > 1 \end{cases}$$

106·1 $_2$ Stabilire in quali intervalli di $\mathbb{R}$ f è integrabile

106·2 $_2$ Stabilire dove f ammette primitiva

106·3 $_3$ Sia
$$F(x) = \int_0^x f(t)dt$$
Disegnare il grafico di F.

106·4 $_4$ Sia
$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t)dt$$
Disegnare il grafico di F.

106·5 $_9$ Sia
$$F(x) = \int_{x^2}^{x^4} f(t)dt$$
Disegnare il grafico di F.

106·6 $_6$ Sia
$$F(x) = \int_{-1/x}^{e^{-x}} f(t)dt$$
Disegnare il grafico di F.

106·7 $_4$ Determinare una primitiva di f e disegnarne il grafico

106·8 $_6$ Determinare tutte le primitive di f e disegnarne il grafico

107

Si consideri una funzione $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R}$ di cui si hanno le seguenti informazioni:

- -f è continua nel suo dominio
- - f è infinitesima per $x \to \pm\infty$ di ordine $\sqrt{2}$
- - f è infinita positivamente per $x \to 0^-$ di ordine 1
- - f è infinita negativamente per $x \to 0^+$ di ordine $1/2$
- - f è decrescente su $[1,2]$ e su $[2,+\infty)$
- - f è crescente su $(0,1]$, su $[2,3]$ e su $(-\infty,0)$
- - $f(1) = 3$, $f(2) = 0$ di ordine 2 , $f(3) = 2$

107·1 $_3$ Disegnare il grafico di f precisando il numero dei suoi zeri.

107·2 $_6$ Disegnare il grafico di $F(t) = \int_{x_0}^t f(s)ds$ dove x_0 è il primo zero di f

107·3 $_7$ Disegnare il grafico della soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = f(y(x)) \\ y(0) = 3 \end{cases}$$

108

108·1 Disegnare il grafico della funzione

$$f(x) = \arcsin(x) + \arccos(x)$$

108·2 Disegnare il grafico della funzione

$$g(x) = \frac{\arcsin(x)}{\arccos(x)}$$

108·3 Disegnare il grafico della funzione

$$h(x) = \frac{\arccos(x)}{\arcsin(x)}$$

108·4 Calcolare

$$F(x) = \int_{-1}^{x} \arcsin(t) dt$$

108·5 Calcolare $F(1)$

109

Si considerino le funzioni

$$f(x) = \frac{\ln(1+x^2)}{x^2} \qquad e \qquad \alpha(x) = \frac{1}{x\ln(x)}$$

109·1 Disegnare il grafico di α

109·2 Studiare l'integrabilità di f determinando gli intervalli $[a, b]$ incui f è integrabile.

Si consideri poi

$$F(x) = \int_{-\alpha(x)}^{\alpha(x)} f(t) dt$$

109·3 Determinare il campo di definizione di F

109·4 Calcolare $F'(x)$

109·5 Calcolare i limiti di F agli estremi del campo di definizione.

109·6 Disegnare il grafico di F.

110

110·1 [15] Si consideri $f(x) = \frac{\ln(x)}{x}$, l'intervallo $[1, e]$ e la successione di partizioni $P_n = \{e^{\frac{k}{n}}\ ,\ k = 0 \ldots n\}$

- [2] Provare che la massima ampiezza ΔP_n degli intervalli della partizione P_n è infinitesima.
- [5] Calcolare le somme superiori $U(f, P_n)$ ed inferiori $L(f, P_n)$.
- [6] Calcolare $\lim U(f, P_n)$ e $\lim L(f, P_n)$.
- [2] Calcolare una primitiva di f e verificare il risultato trovato.

110·2 [15]

- [10] Determinare un polinomio di grado 3 che approssimi $f(x) = \int_0^x \frac{\sin(t)}{t} dt$ a meno di infinitesimi di ordine superiore a 3 e
- [5] verificare che il polinomio trovato e' il polinomio di McLaurin di f di ordine 3.

110·2 [10] Sia

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{1+x^6} & x \in (-\infty, -1] \\ -\dfrac{1}{\sqrt{x+1}} & x \in (-1, 0] \\ \dfrac{x}{2} & x \in (0, 1] \\ \dfrac{1}{1+x} & x \in (1, +\infty) \end{cases}$$

Disegnare il grafico di $\int_1^x f(t)dt$

110·3 [10] Calcolare tutte le primitive delle seguenti funzioni sul loro campo di definizione.

- [2] $f(x) = \frac{1}{x(1-x)}$
- [2] $f(x) = x \arctan(x)$
- [2] $f(x) = \frac{1}{\sin(x)}$

- [2] $f(x) = \frac{e^x}{1+e^x}$
- [2] $f(x) = \sin^2(x)$

111

Si consideri la funzione

$$f(x) = e^{-x^2} - \cos(\sqrt{2}x)$$

111.1 Determinare l'ordine di infinitesimo di di f in $x = 0$

111.2 Determinare il polinomio di McLaurin di f di ordine 5

111.3 Calcolare

$$\int_0^{+\infty} \frac{x}{1+x^3} dx$$

112

Sia

$$f(x) = \sqrt{x} \qquad , \qquad P_n = \left\{ \frac{k^2}{n^2}, k = 0..n \right\} \qquad , \qquad P_n^x = \left\{ \frac{xk^2}{n^2}, k = 0..n \right\}$$

112.1 -[6] Calcolare

$$\lim_n L(f, P_n)$$

112.2 -[3] Qualora $\lim_n L(f, P_n)$ esista giustificare il fatto che

$$\lim_n L(f, P_n) = \int_0^1 \sqrt{x} dx$$

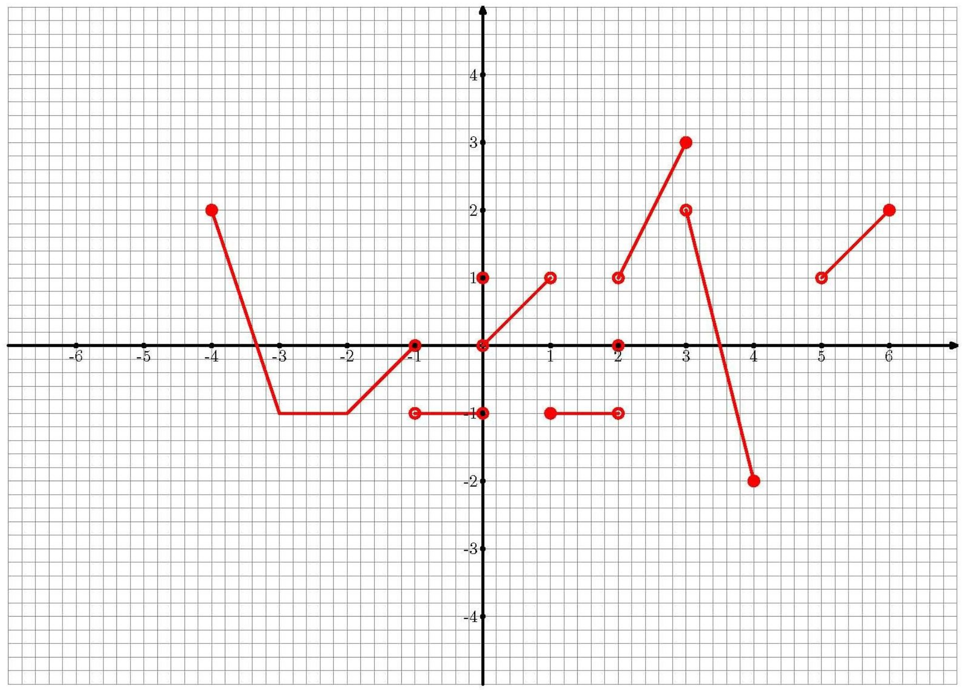
112.3 -[7] Calcolare

$$\lim_n L(f, P_n^x)$$

112.4 -[3] Qualora $\lim_n L(f, P_n^x)$ dimostrare che

$$\lim_n L(f, P_n^x) = \int_0^x \sqrt{t} dt$$

Si consideri la funzione il cui grafico è riportato in figura



112·5 -[3] Calcolare

$$\int_0^1 f(x)dx =$$

$$\int_1^3 f(x)dx =$$

$$\int_2^4 f(x)dx =$$

$$\int_3^6 f(x)dx =$$

112·6 -[10] Calcolare

$$F(x) = \int_0^x f(t)dt$$

112·7 -[9] Disegnare il grafico di

$$F(x) = \int_0^x f(t)dt$$

Per ciascuna delle seguenti funzioni stabilire se sono integrabili sugli intervalli indicati

112·8 -[1] $f(x) = \frac{1}{x}$ su $(0,1)$

112.9 -[1] $f(x) = \frac{1}{x}$ su $(-1, 1)$

112.10 -[1] $f(x) = \frac{1}{x}$ su $(1, +\infty)$

112.11 -[1] $f(x) = \frac{1}{x}$ su $(0.5, 1)$

112.12 -[1] $f(x) = E(x)$ su $[0, 1]$

112.13 -[1] $f(x) = E(x)$ su $[1, 200]$

112.14 -[1] $f(x) = E(x)$ su $[1, +\infty)$

112.15 -[1] $f(x) = E(1/x)$ su $[1, 7]$

112.16 -[2] $f(x) = \arctan(E(1/x))$ su $(0, 2]$

113

Sia

$$f(x) = \ln\Big(\frac{(x-3)^2}{|x-2|}\Big)$$

113.1 -[8] Disegnare il grafico di f

113.2 -[16] Disegnare il grafico di

$$F(x) = \int_0^x f(t)dt$$

precisando crescenza e convessità

113.3 -[6] Disegnare i grafico di

$$G(x) = \int_{-\infty}^x e^t f(t)dt$$

precisando la crescenza

113.4 -[5] Disegnare i grafico di

$$H(x) = \int_{+\infty}^x e^t f(t)dt$$

precisando la crescenza

113.5 -[7] Disegnare il grafico di

$$I(x) = \int_0^{\ln(x)} f(t)dt$$

precisando la crescenza

Si consideri la funzione

$$J(x) = \int_{\frac{1}{1+x^4}}^{+\infty} \ln(t^2 - 1)dt$$

113·6 -[4] Determinare il campo di definizione di J, calcolare i limiti agli estremi del campo di definizione di J ed ove possibile calcolare J'.

113·7 -[4] Disegnare il grafico di J

114

Si consideri la funzione

$$f(t) = e^{-t}\sin(t^2)$$

114·1 -[] Determinare il polinomio di McLaurin di f di ordine 2 e scrivere il relativo resto nella forma di Peano.

114·2 -[] Calcolare, usando il polinomio di McLaurin di ordine 2,

$$\int_0^{1/2} f(t)dt$$

e stimare l'errore commesso.

115

Si consideri la funzione

$$f(x) = (ln(x))^x$$

115·1 -[] Disegnare il grafico di f

115·2 -[] Studiare l'invertibilità di f in un intorno di $x_0 = e$

115·3 -[] Calcolare $(f^{-1})'(1)$

116

Si consideri la funzione

$$f(t) = \frac{1}{1-t^2}$$

116·1 -[] Determinare una primitiva di f

116·2 -[] Determinare tutte le primitive di f

116·3 -[] Calcolare,

$$\int_{-\infty}^{x} f(t)dt$$

precisandone il campo di definizione

116·4 -[] disegnare il grafico di ,

$$\int_{-\infty}^{x} f(t)dt$$

117

Si consideri la funzione

$$f(t) = \frac{1}{t - t^3}$$

117·1 -[] Determinare una primitiva di f

117·2 -[] Determinare tutte le primitive di f

117·3 -[] Calcolare,

$$\int_{-\infty}^{x} f(t)dt$$

precisandone il campo di definizione

117·4 -[] disegnare il grafico di

$$\int_{-\infty}^{x} f(t)dt$$

Si consideri la funzione $f(x) = 2^x$ e la partizione P_n^x ottenuta dividendo l'intervallo $[0, x]$ in n parti uguali.

117·5 - [4] Calcolare $U(f, P_n^1)$

117·6 - [4] Calcolare $L(f, P_n^1)$

117·7 - [5] Calcolare $R(f, P_n^1, S_n^1)$ dove S_n^1 è la scelta di punti associata alla partizione P_n^1 ottenuta scegliendo in ogni intervallo della partizione il suo punto medio.

117·8 - [3] Calcolare

$$\lim_n U(f, P_n^1)$$

117.9 - [3] Calcolare

$$\lim_n L(f, P_n^1)$$

117.10 - [3] Calcolare

$$\lim_n R(f, P_n^1, S_n^1)$$

117.11 - [4] Calcolare

$$\int_0^1 2^t dt$$

117.12 - [5] Calcolare $U(f, P_n^x)$

117.13 - [5] Calcolare $L(f, P_n^x)$

117.14 - [7] Calcolare $R(f, P_n^x, S_n^x)$ dove S_n^x è la scelta di punti associata alla partizione P_n^x ottenuta scegliendo in ogni intervallo della partizione il suo punto medio.

117.15 - [4] Calcolare

$$\lim_n U(f, P_n^x)$$

117.16 - [4] Calcolare

$$\lim_n L(f, P_n^x)$$

117.17 - [4] Calcolare

$$\lim_n R(f, P_n^x, S_n^x)$$

117.18 - [6] Calcolare

$$\int_0^x 2^t dt$$

118

Calcolare i seguenti integrali indicando chiaramente per ciascuno

- 1 Risultato finale
- 2Metodo di integrazione
- 3 Una primitiva dell'integranda

118.1 - [4] $\int_0^1 x\sin(x)dx$

118.2 - [4] $\int_1^2 \frac{x^3}{1+x^8}dx$

118.3 - [4] $\int_0^2 xe^{-x^2}dx$

118.4 - [4] $\int_{-1}^{-2} \frac{1}{2x^2-x}dx$

118.5 - [4] $\int_0^1 \sin^2(x)dx$

118.6 - [4] $\int_1^2 2^x dx$

118.7 - [4] $\int_1^x \frac{1}{\sin(x)}dx$

118.8 - [4] $\int_1^2 \sqrt{1-x^2}dx$

118.9 - [4] $\int_1^2 \sqrt{1+x^2}dx$

118.10 - [4] $\int_0^1 x\sqrt{1-x^2}dx$

118.11 - [4] $\int_1^2 \ln(1+x^2)dx$

118.12 - [4] $\int_1^0 e^x\sin(x)dx$

118.13 - [4] $\int_0^1 xe^x dx$

118.14 - [4] $\int_0^t x^3e^{-x^2}dx$

1

118.15 - [4] $\int_1^\pi E(x)dx$

118.16 - [4] $\int_1^\pi E(\sin(x))dx$

119

119.1 - [6] Disegnare il grafico di

$$f(x) = \int_0^x \frac{1}{(t+1)\sqrt[3]{t-3}}dt$$

119.2 - [12] Disegnare il grafico di

$$f(x) = \int_{|x|}^{|x|+e^{-x2}} \frac{1}{t^4+t^2+1}dt$$

119.3 - [6] Disegnare il grafico di

$$f(x) = \int_{\pi}^{x} \sqrt{(\sin(t) - \cos(t)}dt$$

119.4 - [12] Disegnare il grafico di

$$f(x) = \int_{|x|}^{5|x|} \sqrt{(\sin(t) - \cos(t)}dt$$

119.5 - [12] Determinare campo di definizione e limiti agli estremi del campo di definizione di

$$f(x) = \int_{|x|}^{a|x|} \sqrt{(\sin(t) - \cos(t)}dt$$

al variare di $a \geq 1$

119.6 - [12] Stabilire se esistono, gli $a \geq 1$ tale che il campo di definizione di

$$f(x) = \int_{|x|}^{a|x|} \sqrt{(\sin(t) - \cos(t)}dt$$

non è limitato

120

Si consideri la funzione

$$f(t) = \begin{cases} \dfrac{1}{t^3 - 1} & x < -1 \\ \dfrac{1}{\sqrt{1 - t^2}} & -1 < x < 1 \\ \dfrac{1}{t} & x > 1 \end{cases}$$

120.1 -[] Determinare una primitiva di f

121

Si consideri la funzione

$$f(t) = t^4 + t^3 + t + 1$$

121.1 -[] disegnare il grafico di f

121.2 -[] Studiare le soluzioni $t = t(a)$ dell'equazione $f(t) = a$ e disegnare il luogo dei punti pel piano da essa definito.

121·3 -[] Studiare la derivabilità di $t(a)$ per $a = 1$

121·4 -[] disegnare il grafico di

$$\int_0^{|x|} 1/f(t)dt$$

121·5 -[] Determinare tutte le primitive di f

121·6 -[] Calcolare,

$$\int_0^x f(t)dt$$

precisandone il campo di definizione

121·7 -[] disegnare il grafico di

$$\int_0^{|x|} f(t)dt$$

122

Si consideri la funzione

$$g(x) = \int_0^x \frac{t^2-1}{t^2+1}dt \quad , \quad f(x) = \frac{g(x)}{x}$$

122·1 -[] Disegnare il grafico di g

122·2 -[] Stabilire se f è prolungabile per continuità in $x = 0$ e studiare la regolarità dell'eventuale prolungamento..

122·3 -[] Determinare lo sviluppo di McLaurin di f , se possibile.

122·4 -[] Approssimare $f(1)$ con un numero razionale a meno di 0.01

122·5 -[] Calcolare $f(x)$, se possibile, indicando il procedimento seguito.

123

i consideri la funzione definita da

$$\phi(x) = \int_{-\infty}^x \frac{\sin(t)+3}{\sqrt{t^4+t^2-2}}dt$$

123·1 -[] Determinare dove è definita ϕ e calcolare i limiti agli estremi del campo di definizione

123·2 -[] Calcolare $\phi'(x)$, giustificando le affermazioni.

123·3 -[] Disegnare il grafico di ϕ

123·4 -[] Studiare l'inveribilità di ϕ e disegnare il grafico di ϕ^{-1}

124

Si consideri la funzione

$$g(x) = \frac{e^{-\frac{1}{x}}}{\ln|x|}dt$$

124·1 -[4]Disegnare il grafico di$g$

124·2 -[4] Disegnare il grafico di

$$f(x) = \int_{-\frac{1}{2}}^{x} \frac{e^{-\frac{1}{t}}}{\ln|t|}dt$$

itn -[4] Disegnare il grafico di

$$f(x) = \int_{\frac{1}{2}}^{x} \frac{e^{-\frac{1}{t}}}{\ln|t|}dt$$

124·3 -[4] Disegnare il grafico di

$$f(x) = \int_{-2}^{x} \frac{e^{-\frac{1}{t}}}{\ln|t|}dt$$

itn -[4] Disegnare il grafico di

$$f(x) = \int_{2}^{x} \frac{e^{-\frac{1}{t}}}{\ln|t|}dt$$

l Determinare una primitiva F di f precisando il campo di definizione D

124·4 -[1]
$f(x) = \frac{x}{x+1}$ $F(x) =$ D=

124·5 -[1]
$f(x) = \frac{1}{e^x+e^{-x}}$ $F(x) =$ D= **124·6** -[1]

$f(x) = (\ln(|x|))^2$ $F(x) =$ D=

124.7 -[1]
$f(x) = \frac{\sin(\ln(|x|))}{x}$ $F(x) =$ D=

124.8 -[1]
$f(x) = \sqrt{\cos(x)}\sin(x)$ $F(x) =$ D=
Determinare tutte le primitive F di f precisando il campo di definizione D

124.9 -[1]
$f(x) = \frac{x}{x+1}$ $F(x) =$ D=

124.10 -[1]
$f(x) = \frac{1}{e^x+e^{-x}}$ $F(x) =$ D=

124.11 -[1]
$f(x) = (\ln(|x|))^2$ $F(x) =$ D=

124.12 -[1]
$f(x) = \frac{\sin(\ln(|x|))}{x}$ $F(x) =$ D=

124.13 -[1]
$f(x) = \sqrt{\cos(x)}\sin(x)$ $F(x) =$ D=

125

Sia

$$f(x) = \int_{-\infty}^{\frac{1}{\sin(x)}} \sqrt{1-t^2}dt$$

125.1 -[4] Studiare f
Sia

$$g(x) = \int_{0}^{\sin(x)} e^{-x}dt$$

125.2 -[4] Studiare g
Sia

$$h(x) = \int_{-\infty}^{\sin(x)} e^{x}dt$$

125.3 -[4] Studiare h

126

Si consideri la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} 1 & x \in [0,1) \\ x & x \in (1,2] \end{cases}$$

126.1 -[10] Calcolare $\int_0^2 (t)dt$ applicando la definizione di integrale definito.

Si consideri la funzione definita da

$$f(x) = xE(x)$$

dove $E(x)$ indica la parte intera di x.

126.2 -[3]Disegnare il grafico di f

126.3 -[7] Disegnare il grafico di

$$F(x) = \int_0^x f(t)dt$$

126.4 -[5] Determinare tutte le primitive di f

126.5 -[5] Disegnare il grafico di

$$F(x) = \int_0^{\frac{4}{\pi}\arctan(x)} f(t)dt$$

Calcolare i seguenti integrali

118.4 -[2]

$$\int_0^x \frac{\sin(\sqrt{t})}{\sqrt{t}} dt =$$

118.5 -[2]

$$\int_0^x \frac{1}{e^t - 1} dt =$$

118.6 -[2]

$$\int_0^x \sqrt{t^2 - 1} dt =$$

118.7 -[2]

$$\int \frac{t}{t-1} dt =$$

118.8 -[2]

$$\int_0^x \frac{t}{t-1} dt =$$

119

Si consideri la funzione definita da

$$f(x) = \frac{1}{t^4 - 1}$$

119.1 -[3] Determinare una primitiva di f

119.2 -[4] Determinare tutte le primitive di f

119.3 -[2] Calcolare
$$\int_1^{+\infty} f(t)dt$$

119.4 -[2] Calcolare
$$\int_0^1 f(t)dt$$

119.5 -[5] Calcolare
$$\int_0^{+\infty} f(t)dt$$

Si consideri la funzione definita da
$$F(x) = \int_{x_0}^{x} f(t)dt \ , \ x_0 \in \mathbb{R}$$

119.6 -[3]Disegnare il grafico di F per $x_0 = 0$

119.7 -[3]Disegnare il grafico di F per $x_0 = e$

119.8 -[4] Disegnare il grafico di
$$G(x) = \int_0^{\sqrt{|x|}} f(t)dt$$

119.9 -[4] Disegnare il grafico di
$$G(x) = \int_{-\sqrt{|x|}}^{\sqrt{|x|}} f(t)dt$$

Calcolare i seguenti integrali indefiniti

119.10 -[2]
$$\int e^t \sin(t)dt =$$

119.11 -[2]
$$\int \arctan(t)dt =$$

119.12 -[2]
$$\int \frac{1}{t^2+t+1}dt =$$

119.13 -[2]

$$\int \frac{\ln(t)}{t^2} dt =$$

119.14 -[2]

$$\int \frac{t}{t^4+1} dt =$$

120

Si consideri la funzione definita da

$$F(x) = \int_{y_0}^{y} \frac{1}{\ln|y|}$$

120.1 -[3]Disegnare il grafico di F per $y_0 = 1/2$

120.2 -[3]Disegnare il grafico di F per $y_0 = 2$

120.3 -[3]Disegnare il grafico di F per $y_0 = -2$

120.4 -[1]Disegnare il grafico di F per $y_0 = 1$

121

Si consideri

$$f(x) = \int_0^x e^{-t^2} dt$$

121.1 -[] Determinare lo sviluppo di McLaurin di f, giustificando le affermazioni.

121.2 -[] Determinare n in modo che l'errore che si commette sostituendo lo sviluppo di MCLaurin di ordine n alla funzione, sia uniforme su $[0, 1]$ ed inferiore ad $1/100$

121.3 -[] Sia P_n lo sviluppo di McLaurin di f di ordine n ; mostrare che

$$\lim_n \int_0^1 P_n(x) dx = f(1)$$

122

Si consideri

$$f(x) = \frac{e^x}{x^2+x}$$

122·1 -[] Disegnare il grafico di f.

122·2 -[] Disegnare il grafico di $g(x) = \int_{x_0}^{x} f(t)dt$ dove $x_0 = -2, 1/2, 2$

122·3 -[] Verificare che f è invertibile in $[1, +\infty)$ e disegnare il grafico dell'inversa f^{-1} precisando il campo di definizione.

122·4 -[] Calcolare, se possibile, $(f^{-1})'(e^4/20)$

123

Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x \in [0, 1] \\ ax + b & x \in (1, 2] \end{cases}$$

123·1 Determinare i valori di $a, b \in \mathbb{R}$ in corrispondenza dei quali f è integrabile su $[0, 2]$

123·2 Scrivere le somme superiori $U_1(f, P_n)$ della funzione f sull'intervallo $[0, 1]$ rispetto alla partizione

$$P_n = \{\frac{k}{n} : k = 0, 1, 2, ..., n\}$$

$U_1(f, P_n) =$

123·3 Scrivere le somme superiori $U_2(f, Q_n)$ della funzione f sull'intervallo $[1, 2]$ rispetto alla partizione

$$Q_n = \{1 + \frac{k}{n} : k = 0, 1, 2, ..., n\}$$

$U_2(f, Q_n) =$

123·4 Scrivere le somme superiori $U(f, P_n \cup Q_n)$ della funzione f sull'intervallo $[0, 2]$ rispetto alla partizione $P_n \cup Q_n$

$U(f, P_n \cup Q_n) =$

123·5 Calcolare $\int_0^2 f(x)dx$ mediante il limite di $U(f, P_n \cup Q_n)$ per n che tende ad infinito, precisando le ragioni per cui tale limite fornisce l'integrale richiesto.

124

Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \arctan x + \dfrac{1}{x^2-1} & x < 3 \\ \sin^2(x-1) + a & x \geq 3 \end{cases}$$

124·1 Determinare una primitiva di f su $(3, +\infty)$ precisando dove è definita.

124·2 Determinare una primitiva di f su $(-\infty, 3)$ precisando dove è definita.

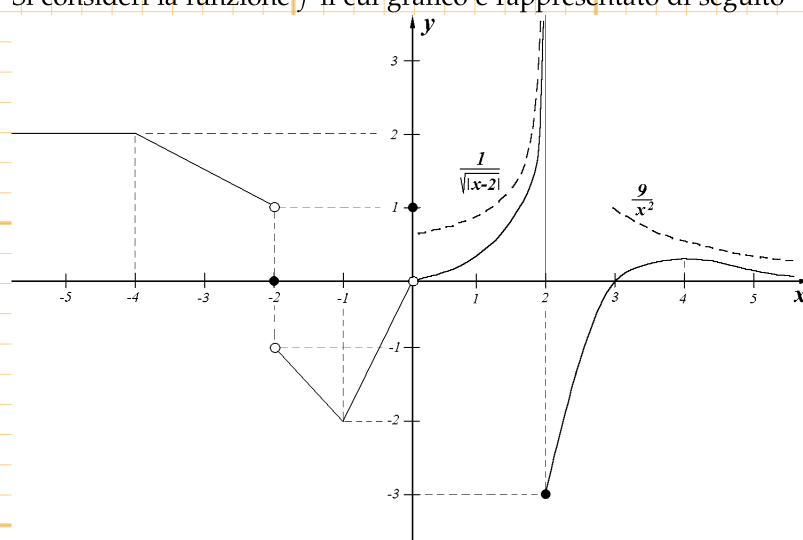
124·3 Determinare per quali $a \in \mathbb{R}$ f ammette primitiva su $\mathbb{R}$ e determinarne una precisando dove è definita.

124·4 Per i valori di $a \in \mathbb{R}$ per i quali f ammette primitiva su $\mathbb{R}$ determinare tutte le primitive di f precisando dove sono definite.

124·5 Calcolare al variare di $a \in \mathbb{R}$ $\int_2^4 f(x)dx$
$\int_2^4 f(x)dx =$

125

Si consideri la funzione f il cui grafico è rappresentato di seguito



125·1 Disegnare il grafico della funzione

$$F(x) = \int_1^x f(t)dt$$

125·2 Precisare dove F è derivabile

125·3 Calcolare, se esistono, $F'(0)$, $F'(0-)$, $F'(0+)$.

125·4 Calcolare

$$F(x) = \int_{-10}^{-4} f(t)dt$$

126

Si consideri il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = e^{y^2(x)} \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$$

126·1 Stabilire esistenza ed unicità locale della soluzione del problema, al variare di $x_0, y_0 \in \mathbb{R}$

126·2 Disegnare il grafico della funzione

$$F(y) = \int_{y_0}^{y} e^{-t^2} dt$$

126·3 Disegnare il grafico della soluzione che corrisponde ai dati iniziali $x_0 = 0$, $y_0 = 1$

126·4 Disegnare il grafico delle soluzioni al variare dei dati iniziali x_0, y_0

127

Si consideri la funzione

$$f(z) = \int_{0}^{z} e^{-t^2} dt$$

127·1 Studiare il grafico della funzione f

127·2 Studiare il grafico della funzione per $\frac{1}{f(s)} ds$

127·3 Studiare il grafico della funzione per

$$\int_{1}^{y} \frac{1}{f(s)} ds$$

128

Si consideri

$$f(x) = \frac{2x}{1+x^2}$$

128·1 Disegnare il grafico di f

128·2 Disegnare il grafico di $g(x) = f(E(x))$ dove E indica la parte intera.

128·3 Disegnare il grafico di $F(y) = \int_y^{+\infty} \frac{e^{-x}}{1+x^2} dx$

128·4 Disegnare il grafico di $F(y) = \int_{g(x)}^{+\infty} \frac{e^{-x}}{1+x^2} dx$

129

Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{x^2+1} & x < 0 \\ 1 & 0 \le x < 1 \\ \dfrac{1}{x} & 1 \le x < 2 \\ \dfrac{10}{x^4} & x \ge 2 \end{cases}$$

129·1 Disegnare il grafico di f

129·2 Disegnare il grafico di f'

129·3 Disegnare il grafico di $\int_1^x f(t)dt$

130

Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{e^{-x}}{1-x^2}$$

130·1 Disegnare il grafico di f

130·2 Disegnare il grafico di $g(x) = \int_0^x f(t)dt$

130·3 Disegnare il grafico di tutte le primitive di f

131

Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} -1 & x \in [0,1) \\ 3x^2 & x \in [1,2] \end{cases}$$

e la partizione $P_n = \{\frac{k}{n}, k = 0, 1, 2, 3, ..., 2n\}$

131·1 Disegnare il grafico di f

131·2 Calcolare le somme superiori $U(f, P_n)$ di f su $[0, 2]$ rispetto alla partizione P_n

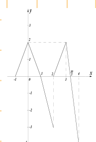
131·3 Calcolare le somme inferiori $L(f, P_n)$ di f su $[0, 2]$ rispetto alla partizione P_n

131·4 Calcolare $\lim_n U(f, P_n)$ e $\lim_n L(f, P_n)$

131·5 Calcolare $\int_0^2 f(x)dx$

132

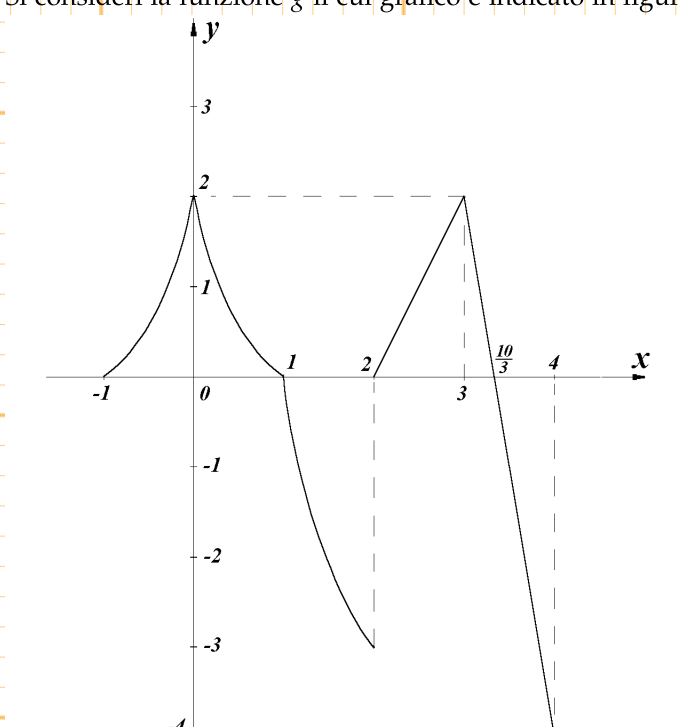
Si consideri la funzione f il cui grafico è indicato in figura



132·1 Disegnare il grafico di $F(x) = \int_0^x f(t)dt$

132·2 Precisare il valore che la funzione F assume in -1, 0, 1, 2, 3, 4

Si consideri la funzione g il cui grafico è indicato in figura



132·3 Disegnare il grafico di $G(x) = \int_0^x g(t)dt$

132·4 Precisare il segno di G

133

Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} 1 - x^2 & |x| < 1 \\ \dfrac{1}{x} - 1 & x > 1 \\ \\ \dfrac{1}{x} + 1 & x < -1 \end{cases}$$

133·1 Disegnare il grafico di f, precisandone il dominio D

133·2 Determinare una primitiva di f su D

133·3 Determinare tutte le primitive di f su D

133·4 Determinare una espressione esplicita per

$$F(x) = \int_0^x f(t)dt$$

134

Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{1}{x(x-1)}$$

134·1 Calcolare

$$\int_4^{+\infty} f(t)dt, \qquad \int_1^4 f(t)dt, \qquad \int_2^4 f(t)dt$$

134·2 Disegnare il grafico di

$$\int_4^x f(t)dt$$

134·3 Disegnare il grafico di tutte le primitive di f

135

Si consideri il problema di Cauchy

$$\begin{cases} e^{y(x)}y'(x) = 2x(e^{y(x)}+1) \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$$

135·1 Disegnare il grafico della soluzione del problema per $x_0 = 0$, $y_0 = 0$, precisando il campo di definizione

135·2 Disegnare il grafico della soluzione del problema per $x_0 = 1$, $y_0 = -1$ precisando il campo di definizione

135·3 Disegnare il grafico della soluzione del problema per $x_0 = -1$, $y_0 = -1$ precisando il campo di definizione

135·4 Disegnare il grafico della soluzione del problema per $x_0 = 0$, $y_0 = 1$ precisando il campo di definizione

136

Si consideri il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = \sqrt[3]{\ln(y(x)+1)} \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$$

136·1 Determinare le soluzioni costanti dell'equazione differenziale data

136·2 Disegnare il grafico della soluzione del problema per $x_0 = 0$, $y_0 = 1$ precisando il campo di definizione ed eventuali prolungamenti.

136·3 Disegnare il grafico della soluzione del problema per $x_0 = 0$, $y_0 = -1/2$ precisando il campo di definizione ed eventuali prolungamenti.

136·4 Disegnare il grafico della soluzione del problema al variare di x_0, y_0

137

Si consideri l'equazione differenziale

$$y'''(x) + 4y'(x) = \sin(x) + \sin(2x)$$

137·1 Determinare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata

137·2 Determinare tutte le soluzioni dell'equazione completa

137·3 Determinare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$ e $y''(0) = 0$

137·4

Determinare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea tali che $y(0) = 0$ e $y(\Pi) = 0$

138

Si consideri il sistema di equazioni differenziali

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = -2x(t) + y(t) + f(t) \\ \dot{y}(t) = 2x(t) - 2y(t) + g(t) \end{cases}$$

138·1 Determinare tutte le soluzioni del sistema omogeneo associato.

138·2 Determinare tutte le soluzioni del sistema relativo al caso in cui $f(t) = \sin t$ e $g(t) = 0$.

138·3 Determinare tutte le soluzioni del sistema relativo al caso in cui $f(t) = 0$ e $g(t) = e^{2t}$.

138·4 Determinare tutte le soluzioni del sistema relativo al caso in cui $f(t) = \sin t$ e $g(t) = e^{2t}$.

139

Si consideri la funzione

$$f(x) = x^2 + x$$

e la partizione $P_n = \{\frac{k}{n}, k = 0, 1, 2, 3, ..., n\}$

139·1 Disegnare il grafico di f

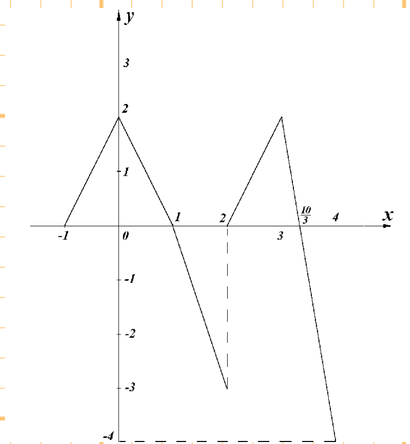
139·2 Calcolare le somme inferiori $L(f, P_n)$ di f su $[0, 1]$ rispetto alla partizione P_n

139·3 Calcolare $\lim_n L(f, P_n)$

139·4 Calcolare $\int_0^1 f(x)dx$

140

Si consideri la funzione f il cui grafico è indicato in figura



140.1 Disegnare il grafico di $F(x) = \int_0^x f(t)dt$

140.2 Disegnare il grafico di $G(x) = \int_0^{x^2} f(t)dt$

141

Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} x & |x| \leq 1 \\ 1 & x > 1 \\ -1 & x < -1 \end{cases}$$

141.1 Disegnare il grafico di f, precisandone il dominio D

141.2 Determinare una primitiva di f su D

141.3 Determinare tutte le primitive di f su D

141.4 Determinare una espressione esplicita per

$$F(x) = \int_0^x f(t)dt$$

142

Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{1}{x} + \frac{2}{3-x} + \frac{1}{3+x} = \frac{9+9x}{9x-x^3}$$

142.1 Calcolare

$$\int_4^{+\infty} f(t)dt, \qquad \int_0^1 f(t)dt, \qquad \int_1^2 f(t)dt$$

142·2 Disegnare il grafico di tutte le primitive di f

143

Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{2}{x(1-x^2)}$$

143·1 Disegnare il grafico di f

143·2 Disegnare il grafico di $g(x) = \int_0^x f(t)dt$

143·3 Disegnare il grafico di tutte le primitive di f

144

Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{e^x}{x^2+x}$$

144·1 Disegnare il grafico di f

144·2 Disegnare il grafico di $g(x) = \int_4^x f(t)dt$

144·3 Disegnare il grafico di $g(x) = \int_{-\infty}^x f(t)dt$

145

Si consideri la funzione

$$f_k(x) = e^{2x} + ke^x$$

145·1 Determinare $g_k(t)$ tale che

$$f_k(x) = g_k(e^x)$$

e disegnarne il grafico al variare di $k \in \mathbb{R}$

145·2 Disegnare il grafico di $f_k(x)$ al variare di $k \in \mathbb{R}$

145·3 Per $k = 2$ Disegnare il grafico di $F(x) = \int_0^x f_2(t)dt$

145·4 Per $k = 2$ determinare un intervallo in cui f_2 è invertibile e trovarne l'inversa.

146

Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} 1 & x \leq 1 \\ x - 1 & 1 < x \leq 2 \\ 0 & x > 2 \end{cases}$$

146·1 Disegnare il grafico di f

146·2 Calcolare,usando la geometria elementare, l'area $A(x)$ della parte di piano delimitata

dall'asse delle x, dall'asse delle y, dalla retta parallela all'asse delle y di ascissa generica x e dal grafico di f.

146·3 Disegnare il grafico di A

146·4 Calcolare le somme superiori e le somme inferiori di f sull'intervallo $[1, 2]$ relativamente alla partizione

$$P_n = \{1 + \frac{k}{n} : k = 0, ..., n\}$$

147

Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2+1} - \frac{1}{2} & x \leq 1 \\ \ln(x) & 1 < x \leq 2 \\ x + a & x > 2 \end{cases}$$

147·1 Disegnare il grafico di f e determinare a in modo che f ammetta primitiva su $\mathbb{R}$

147·2 Calcolare una primitiva di f su $\mathbb{R}$, per gli a per cui ciò è possibile

147·3 Calcolare tutte le primitive di f su $\mathbb{R}$, per gli a per cui ciò è possibile

147·4 Per $a = 0$, disegnare il grafico di $F(x) = \int_1^x f(t)dt$

148

Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x-1}(e^x - 1/e)}$$

148·1 Determinare gli intervalli in cui f è integrabile (propriamente)

148·2 Stabilire se f è integrabile in senso improprio in intervalli che contengono $x = 1$

148·3 Stabilire se f è integrabile in senso improprio in intervalli che contengono $x = -1$

148·4 Stabilire se f è integrabile in senso improprio su $[3, +\infty)$ oppure su $(-\infty, -5]$

148·5 Disegnare il grafico di

$$F(x) = \int_0^x f(t)dt$$

149

Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & x \leq 1 \\ 1 & 1 < x \leq 2 \\ x + a & x > 2 \end{cases}$$

149·1 Disegnare il grafico di f e determinare a in modo che f ammetta primitiva su $\mathbb{R} \setminus \{0\}$

149·2 Calcolare una primitiva di f su $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, per gli a per cui ciò è possibile

149·3 Calcolare tutte le primitive di f su $\mathbb{R}$, per gli a per cui ciò è possibile

150

Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}(x-4)}$$

150·1 Disegnare il grafico di

$$F(x) = \int_0^x f(t)dt$$

151

Si considerino la funzione

$$f(x) = \begin{cases} x+4 & x \in [-1,0] \\ 4 & x \in (0,1] \end{cases}$$

sia P_n la partizione di $[-1,0]$ definita da

$$P_n = \{x_k = -1 + \frac{k}{n}, k = 0....n\}$$

sia Q_n la partizione di $[0,1]$ definita da

$$Q_n = \{x_k = \frac{k}{n}, k = 0....n\}$$

151·1 Calcolare le somme superiori di f su $[0,1]$ rispetto alla partizione Q_4

151·2 Calcolare le somme superiori di f su $[-1,0]$ rispetto alla partizione P_4

151·3 Calcolare le somme superiori di f su $[-1,1]$ rispetto alla partizione $P_n \cup Q_n$

151·4 Calcolare il limite delle somme superiori di f su $[-1,1]$ rispetto alla partizione $P_n \cup Q_n$

152

Si considerino la funzione

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x}(1-x) & x \geq 0 \\ \dfrac{x}{x^2+1} & x < 0 \end{cases}$$

152·1 Disegnare il grafico di f precisando il suo campo di definizione.

152·2 Disegnare il grafico di

$$F(x) = \int_0^x f(t)dt$$

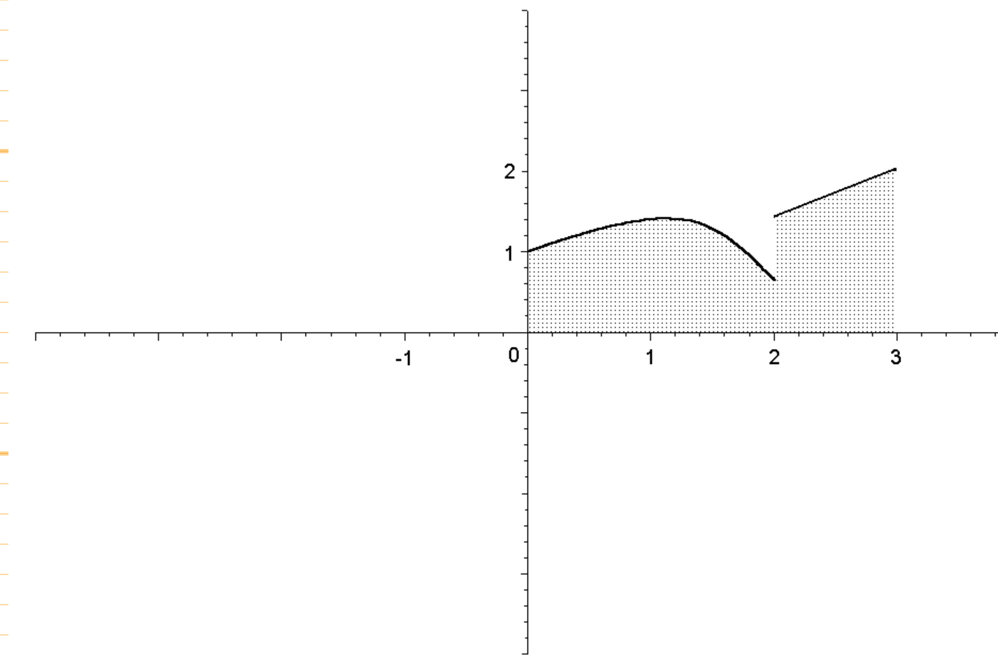
precisando il suo campo di definizione.

152·3 Calcolare una primitiva di f su $\mathbb{R} \setminus \{0\}$

152·4 Stabilire se esiste una primitiva di f su $\mathbb{R}$, giustificando le affermazioni.

153

Si considerino la funzione che per $x < 3$ è definita dal grafico indicato in figura



mentre per $x \geq 3$

$$f(x) = \frac{20}{1 + x^2}$$

Si supponga inoltre che l'area ombreggiata in figura valga 4 e si consideri

$$F(x) = \int_0^x f(t)dt$$

153·1 Calcolare

$$\lim_{x \to +\infty} F(x)$$

153·2 Disegnare il grafico di

$$G(x) = \int_3^x f(t)dt$$

153·3 Disegnare il grafico di F

153·4 Disegnare il grafico di

$$H(x) = \int_0^{x^2} f(t)dt$$

154

Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \ln(|x|) & x < 0 \\ \dfrac{1}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x} - \sqrt{2}\right)} & 0 < x < 2 \\ 0 & x > 2 \end{cases}$$

e si definisca

$$F(x) = \int_1^x f(t)dt$$

154·1 Determinare il campo di definizione di F ed i limiti agli estremi del campo di definizione

154·2 Disegnare il grafico di F

154·3 Trovare una primitiva di f sul suo campo di definizione.

154·4 Esprimere mediante funzioni elementari F

155

Si considerino la funzione

$$f(x) = \begin{cases} 2x & x \in [-1, 0] \\ 0 & x \in (0, 1] \end{cases}$$

sia P_n la partizione di $[-1, 0]$ definita da

$$P_n = \{x_k = -1 + \frac{k}{n}, k = 0....n\}$$

sia Q_n la partizione di $[0, 1]$ definita da

$$Q_n = \{x_k = \frac{k}{n}, k = 0....n\}$$

155·1 Calcolare le somme superiori di f su $[-1, 1]$ rispetto alla partizione $P_n \cup Q_n$

155·2 Calcolare il limite delle somme superiori di f su $[-1,1]$ rispetto alla partizione $P_n \cup Q_n$

156

Si considerino la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x^2+1} & x \geq 0 \\ xe^x & x < 0 \end{cases}$$

156·1 Disegnare il grafico di f precisando il suo campo di definizione.

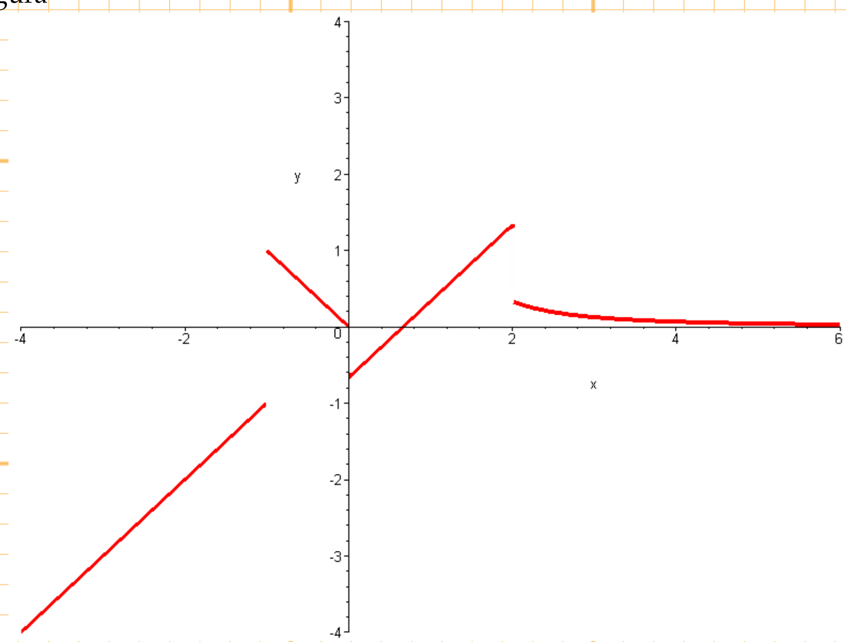
156·2 Disegnare il grafico di $F(x) = \int_0^x f(t)dt$ precisando il suo campo di definizione.

156·3 Calcolare una primitiva di f su $\mathbb{R} \setminus \{0\}$

156·4 Stabilire se esiste una primitiva di f su $\mathbb{R}$, giustificando le affermazioni.

157

Si considerino la funzione che è definita dal grafico indicato in figura



157·1 Disegnare il grafico di

$$F(x) = \int_0^x f(t)dt$$

157·2 Disegnare il grafico di $G(x) = \int_0^{x^2} f(t)dt$

158

Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x+1} & x < 0 \\ \dfrac{1}{\sqrt{|x+2|}} & 0 < x < 2 \\ -1 & x > 2 \end{cases}$$

e si definisca

$$F(x) = \int_1^x f(t)dt$$

158·1 Determinare il campo di definizione di F ed i limiti agli estremi del campo di definizione

158·2 Disegnare il grafico di F

158·3 Trovare una primitiva di f sul suo campo di definizione.

159

Si considerino la funzione

$$f(x) = \begin{cases} 2x & x \in [-1, 0] \\ 0 & x \in (0, 1] \end{cases}$$

sia P_n la partizione di $[-1, 0]$ definita da

$$P_n = \{x_k = -1 + \frac{k}{n}, k = 0....n\}$$

sia Q_n la partizione di $[0, 1]$ definita da

$$Q_n = \{x_k = \frac{k}{n}, k = 0....n\}$$

159·1 Calcolare le somme superiori di f su $[-1, 1]$ rispetto alla partizione $P_n \cup Q_n$

159·2 Calcolare il limite delle somme superiori di f su $[-1, 1]$ rispetto alla partizione $P_n \cup Q_n$

160

Si considerino la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x^2+1} & x \geq 0 \\ xe^x & x < 0 \end{cases}$$

160·1 Disegnare il grafico di f precisando il suo campo di definizione.

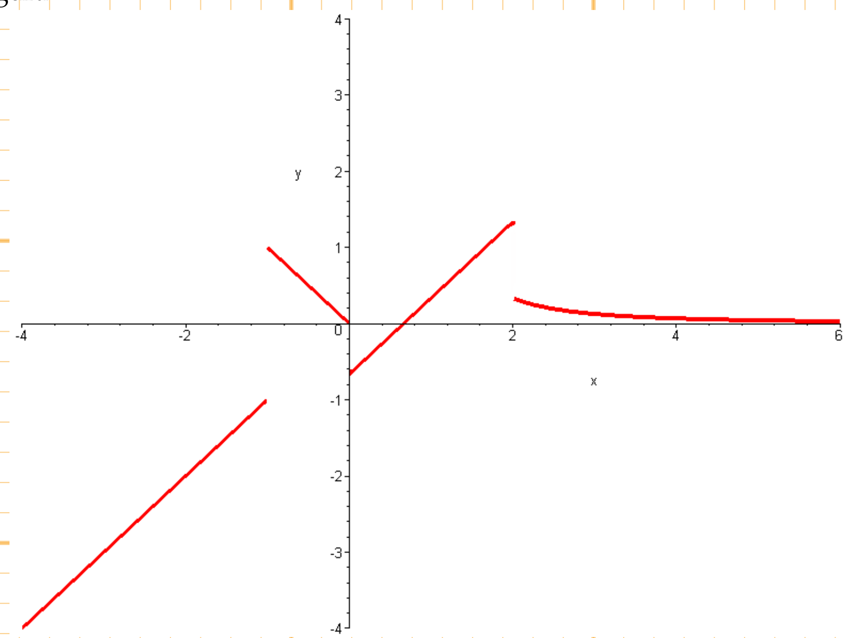
160·2 Disegnare il grafico di $F(x) = \int_0^x f(t)dt$ precisando il suo campo di definizione.

160·3 Calcolare una primitiva di f su $\mathbb{R} \setminus \{0\}$

160·4 Stabilire se esiste una primitiva di f su $\mathbb{R}$, giustificando le affermazioni.

161

Si considerino la funzione che è definita dal grafico indicato in figura



161·1 Disegnare il grafico di

$$F(x) = \int_0^x f(t)dt$$

161·2 Disegnare il grafico di $G(x) = \int_0^{x^2} f(t)dt$

162

Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x+1} & x < 0 \\ \dfrac{1}{\sqrt{|x+2|}} & 0 < x < 2 \\ -1 & x > 2 \end{cases}$$

e si definisca

$$F(x) = \int_1^x f(t)dt$$

162·1 Determinare il campo di definizione di F ed i limiti agli estremi del campo di definizione

162·2 Disegnare il grafico di F

162·3 Trovare una primitiva di f sul suo campo di definizione.

163

Si consideri la funzione

$$f(x) = 3x^3$$

e la partizione

$$P_n = \left\{ \frac{k}{n} \quad : \quad k = 0...n \right\}$$

e si tenga conto che

$$\sum_{k=1}^{n} k^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2} \right)^2$$

163·1 Calcolare le somme superiori si f rispetto alla partizione P_n
$U(f, P_n) =$

163·2 Calcolare le somme inferiori si f rispetto alla partizione P_n
$L(f, P_n) =$

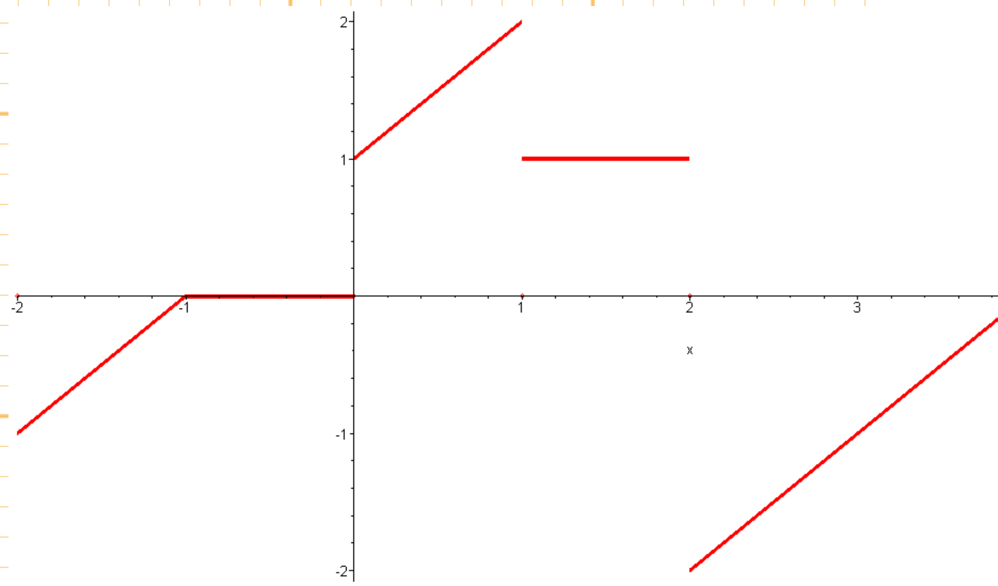
163·3 Calcolare
$\lim_n U(f, P_n) =$
$\lim_n L(f, P_n) =$
$\int_0^1 f(x)dx =$

163·4 **Facoltativo** Dimostrare che

$$\sum_{k=1}^{n} k^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2} \right)^2$$

164

Si consideri la funzione f il cui grafico è riportato a lato



164·1 Disegnare il grafico della funzione $F(x) = \int_0^x f(t)dt$

164·2 Calcolare

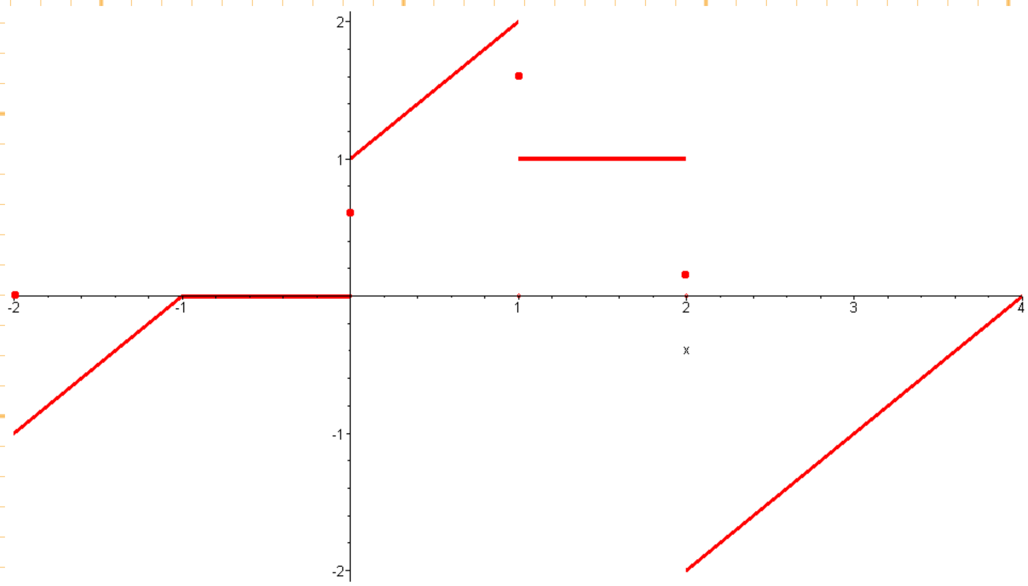
$F(-2) =$, $F(-1) =$, $F(1) =$, $F(2) =$, $F(4) =$

164·3 Disegnare il grafico della funzione $G(x) = \int_0^x F(t)dt$

164·4 Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico della funzione F nel punto di ascissa $x = -\frac{1}{2}$

165

Si consideri la funzione f il cui grafico è riportato a lato



165·1 Determinare una primitiva di f su $(-2, 0)$

165·2 Determinare una primitiva di f su $(0, 2)$

165·3 Determinare tutte le primitive di f su $(0, 2)$

165·4 Determinare tutte le primitive di f su $(-2, 0)$

165·5 Calcolare una espressione in termini di funzioni elementari di $F(x) = \int_0^x f(t)dt$

165·6 Determinare tutte le primitive di f su $(-2, 1) \setminus \{0\}$

166

Si consideri la funzione

$$f(x) = \int_{x_0}^{x} \frac{dt}{t^3 - 1}$$

166·1 Disegnare il grafico di f per $x_0 = 0$

166·2 Disegnare il grafico di f per $x_0 = 1$

166·3 Disegnare il grafico di f al variare di $x_0 \in \mathbb{R}$

166·4 Per $x_0 = 2$, calcolare $f(3)$.

167

Si consideri la funzione

$$f(x) = x/3$$

e la partizione

$$P_n = \left\{ \frac{k}{n} \quad : \quad k = 0 ... n \right\}$$

167·1 Calcolare le somme superiori di f rispetto alla partizione P_n

$U(f, P_n) =$

167·2 Calcolare le somme inferiori di f rispetto alla partizione P_n

$L(f, P_n) =$

167·3 Calcolare

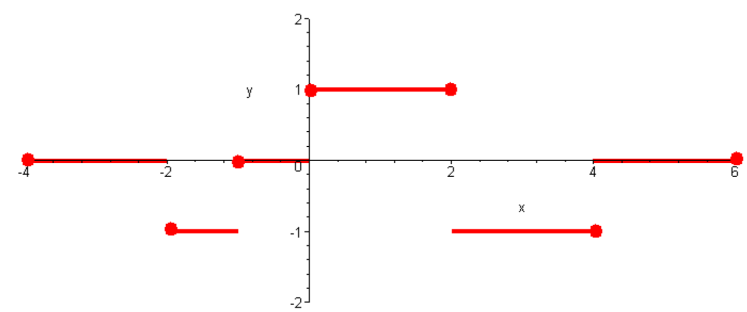
$\lim_n U(f, P_n) =$

$\lim_n L(f, P_n) =$

$\int_0^1 f(x)dx =$

168

Si consideri la funzione f il cui grafico è riportato a lato



168·1 Disegnare il grafico della funzione $F(x) = \int_0^x f(t)dt$

168·2 Calcolare

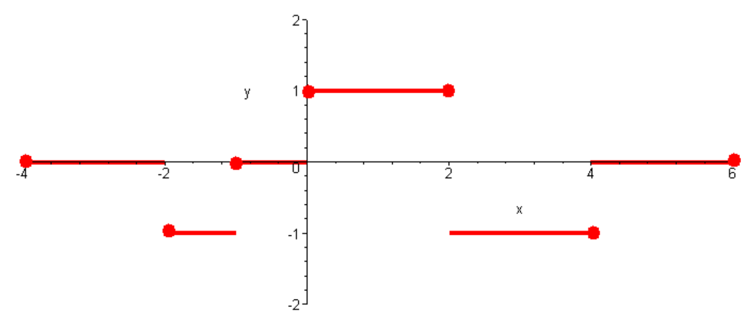
$F(-2) =$, $F(-1) =$, $F(1) =$, $F(2) =$, $F(4) =$

168·3 Disegnare il grafico della funzione $G(x) = \int_0^x F(t)dt$

168·4 Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico della funzione F nel punto di ascissa $x = -\frac{1}{2}$

169

Si consideri la funzione f il cui grafico è riportato a lato



169·1 Calcolare una espressione in termini di funzioni elementari di $F(x) = \int_0^x f(t)dt$

169·2 Disegnare il grafico della funzione $F(x) = \int_0^x f(t)dt$

169·3 Determinare tutte le primitive di f su $(-2, 2) \setminus \{0, -1\}$

170

Si consideri la funzione

$$f(x) = \int_{x_0}^{x} \frac{dt}{t^2 - 1}$$

170·1 Disegnare il grafico di f per $x_0 = 0$

170·2 Disegnare il grafico di f per $x_0 = 1$

170·3 Disegnare il grafico di f al variare di $x_0 \in \mathbb{R}$

170·4 Per $x_0 = 2$, calcolare $f(3)$.

171

Si consideri la funzione

$$f(x) = E(2x)$$

dove con E si indica la parte intera, e la partizione

$$P_n = \left\{ \frac{k}{n} \quad : \quad k = 0...n \right\}$$

171·1 Calcolare le somme superiori si f rispetto alla partizione P_n
$U(f, P_n) =$

171·2 Calcolare le somme inferiori si f rispetto alla partizione P_n
$L(f, P_n) =$

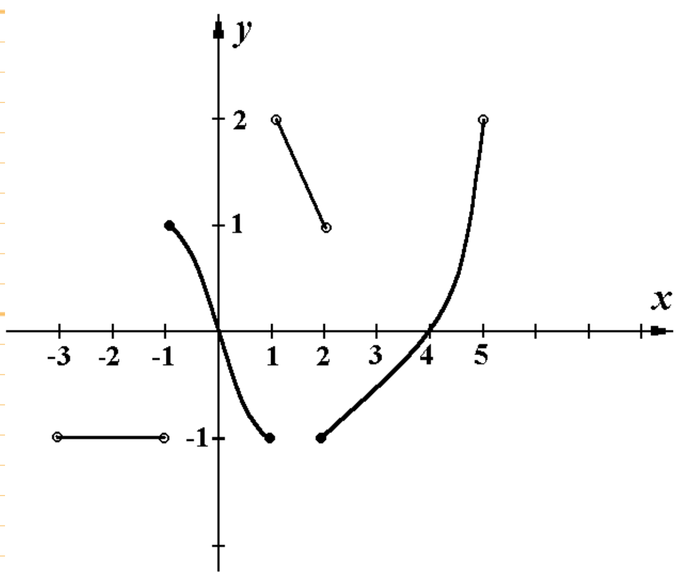
171·3 Calcolare

$$\overline{\int_0^1} f(x)dx =$$

$$\underline{\int_0^1} f(x)dx =$$

$$\int_0^1 f(x)dx =$$

Sia g la funzione il cui grafico è riportato a fianco



171·4 Disegnare il grafico di $G(x) = \int_1^x g(t)dt$ (È utile ricordare che $G' = g$

172

Si consideri la funzione

$$f(x) = \int_2^x \frac{e^{-t}}{\ln(1+t^2)\sqrt[3]{t-1}}dt$$

172·1 Determinare il campo di definizione di f

172·2 Calcolare $f'(x)$

172·3 Calcolare i limiti agli estremi del campo di definizione di f

172·4 Disegnare il grafico di f giustificando brevemente le affermazioni.

172·5 Calcolare la derivata di

$$g(x) = \int_2^{x^4+x^2} \frac{e^{-t}}{\ln(1+t^2)\sqrt[3]{t-1}}dt$$

173

Si consideri la funzione

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{x^2} & x\le -1\\ -x & -1<x\le 0\\ \dfrac{1}{\sqrt{x}} & 0<x<1\\ \dfrac{1}{x^2}+1 & x\ge 1\end{cases}$$

173·1 Disegnare il grafico di f

173·2 Disegnare il grafico di $F(x)=\int_2^x f(t)dt$

173·3 Calcolare una primitiva di f su $[-2,0]$

173·4 Calcolare tutte le primitive di f su $[-2,0]$

174

Si consideri la funzione

$$f(x)=x(e^{-x^2}+e^{-x})$$

174·1 Calcolare una primitiva di f

174·2 Calcolare

$$\int_0^1 f(t)dt$$

174·3 Calcolare

$$\int_0^{+\infty} f(t)dt$$

174·4 Calcolare

$$\int_{-\infty}^1 f(t)dt$$

174·5 Calcolare tutte le primitive di f

175

Si consideri la funzione

$$f(x)=x-1/2$$

e la partizione

$$P_n=\left\{\frac{k}{n}\quad:\quad k=0\ldots n\right\}$$

175.1 Calcolare le somme superiori di f rispetto alla partizione P_n
$U(f, P_n) =$

175.2 Calcolare le somme inferiori di f rispetto alla partizione P_n
$L(f, P_n) =$

175.3 Calcolare

$$\overline{\int_0^1} f(x)dx =$$

$$\underline{\int_0^1} f(x)dx =$$

$$\int_0^1 f(x)dx =$$

176

Si consideri la funzione

$$f(x) = \int_2^x \frac{e^{-t}}{(1+t^2)\sqrt[3]{t-1}}dt$$

176.1 Determinare il campo di definizione di f

176.2 Calcolare $f'(x)$

176.3 Disegnare il grafico di f giustificando brevemente le affermazioni.

177

Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \leq -1 \\ -x & -1 < x \leq 0 \\ \sqrt{x} & 0 < x < 1 \\ \dfrac{1}{x} & x \geq 1 \end{cases}$$

177.1 Disegnare il grafico di f il

177.2 Disegnare il grafico di $F(x) = \int_2^x f(t)dt$

177·3 Calcolare tutte le primitive di f su $[-2,0]$

178

Si consideri la funzione

$$f(x) = xe^x$$

178·1 Calcolare una primitiva di f

178·2 Calcolare

$$\int_0^1 f(t)dt$$

178·3 Calcolare

$$\int_0^{+\infty} f(t)dt$$

178·4 Calcolare

$$\int_{-\infty}^1 f(t)dt$$

179

Si consideri la funzione

$$f(x) = E(x^3+1)$$

dove con E si indica la parte intera, e la partizione

$$P_n = \left\{ \frac{k}{n} \quad : \quad k = -n...n \right\}$$

179·1 Disegnare il grafico di f

179·2 Calcolare le somme superiori di f rispetto alla partizione P_n

$U(f, P_n) =$

179·3 Calcolare le somme inferiori di f rispetto alla partizione P_n

$L(f, P_n) =$

179·4 Calcolare

$$\overline{\int_{-1}^{1}} f(x)dx =$$

$$\int_{-1}^{1} f(x)dx =$$

$$\int_{-1}^{1} f(x)dx =$$

179·5 Calcolare, per $x \in [-1,1]$

$$\int_0^x f(t)dt =$$

180

Calcolare

180·1 $\int_0^1 \frac{1}{2t^2+1}dt$

180·2 $\int_0^1 \frac{e^t}{\sqrt{e^t+1}}dt$

180·3 $\int_0^{\pi/4} \frac{\sin(t)}{\cos^2(t)+1}dt$

180·4 $\int_1^2 t\ln(t)dt$

180·5 $\int_2^3 \frac{t+1}{t-1}dt$

180·6 $\int_{-2}^3 \frac{t+1}{t-1}dt$

180·7 Determinare una primitiva di $\frac{t+1}{t-1}$

180·8 Determinare tutte le primitive di $\frac{t+1}{t-1}$

181

Si consideri la funzione

$$f(x) = \int_a^x \frac{1}{t^3-t}dt$$

181·1 Determinare, al variare di a, il campo di definizione di f

181·2 Calcolare $f'(x)$.

181·3 Studiare al variare di a crescenza e decrescenza di f.

181·4 Disegnare il grafico di f, giustificando brevemente le affermazioni.

181·5 Stimare (trovare un maggiorante ed un minorante di) $x^3 - x$ per $x \in [10, 20]$ ed approssimare $\int_{10}^{20} \frac{1}{t^3-t} dt$

182

Si consideri la funzione

$$f(x) = x + 1$$

dove con E si indica la parte intera, e la partizione

$$P_n = \left\{ -1 + \frac{k}{n} \quad : \quad k = 0...n \right\}$$

182·1 Disegnare il grafico di f

182·2 Calcolare le somme superiori di f rispetto alla partizione P_n

$U(f, P_n) =$

182·3 Calcolare le somme inferiori di f rispetto alla partizione P_n

$L(f, P_n) =$

182·4 Calcolare

$$\overline{\int_{-1}^{0}} f(x)dx =$$

$$\underline{\int_{-1}^{0}} f(x)dx =$$

$$\int_{-1}^{0} f(x)dx =$$

182·5 Calcolare, per $x \in [-1, 0]$

$$\int_{0}^{x} f(t)dt =$$

183

Calcolare

183·1 $\int_0^1 \frac{1}{t^2+2} dt$

183·2 $\int_1^e \frac{\ln(t)}{t} dt$

183·3 $\int_0^{\pi/4} \frac{\sin(t)}{\cos(t)} dt$

183·4 $\int_1^2 te^t dt$

183·5 $\int_2^3 \frac{t}{t^2-1} dt$

183·6 Determinare una primitiva di $\frac{t}{t^2-1}$

183·7 Determinare tutte le primitive di $\frac{t}{t^2-1}$

184

Si consideri la funzione

$$f(x) = \int_a^x \frac{1}{t^3 + 4t^2} dt$$

184·1 Determinare, al variare di a, il campo di definizione di f

184·2 Calcolare $f'(x)$.

184·3 Studiare al variare di a crescenza e decrescenza di f.

184·4 Disegnare il grafico di f, giustificando brevemente le affermazioni.

185

Si consideri la funzione

$$f(x) = \arctan(a\sqrt{|x|}) - \ln(bx)$$

185·1 Disegnare il grafico di f per $a = -2$ e $b = -1$

185·2 Disegnare il grafico di f per $a = -2$ al variare di b

185·3 Verificare che, per $a = 1$ e $b = 1$, f è invertibile per $x \in [-5, +\infty)$ e calcolare

$$f^{-1}(a), \qquad \text{dove} \qquad a = \arctan(-3) - \ln(9)$$

185·4 Disegnare il grafico di

$$F(x) = \int_0^x f(t) dt$$

.

186

Si consideri l'equazione differenziale

$$y''(x) + (y'(x))^3 = 1$$

186·1 Disegnare il grafico della soluzione dell'equazione tale che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$.

186·2 Disegnare il grafico della soluzione dell'equazione tale che $y(0) = 5$, $y'(0) = 0$.

186·3 Determinare la soluzione dell'equazione tale che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$.

187

Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{1}{x}$$

e la partizione

$$P_n = \left\{ e^{\frac{k}{n}} \quad : \quad k = 0..n \right\}$$

187·1 Disegnare il grafico di f

187·2 Calcolare le somme superiori di f rispetto alla partizione P_n

$U(f, P_n) =$

187·3 Calcolare le somme inferiori di f rispetto alla partizione P_n

$L(f, P_n) =$

187·4 Calcolare

$$\overline{\int_1^e} f(x)dx =$$

$$\underline{\int_1^e} f(x)dx =$$

$$\int_1^e f(x)dx =$$

187·5 Usando la partizione

$$P_n^x = \left\{ e^{\frac{k}{n}\ln x} \quad : \quad k = 0..n \right\}$$

calcolare, per $x \in [1, e]$

$$\int_1^x f(t)dt =$$

188

Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} 1 & -3 \le x < -2 \\ x & -2 \le x < -1 \\ -1 & -1 \le x < 0 \\ 1 & 0 \le x < 1 \\ x & 1 \le x < 2 \\ x-4 & 2 \le x \le 4 \end{cases}$$

188·1 Disegnare il grafico di f

188·2 Disegnare il grafico di $F(x) = \int_1^x f(t)dt$

188·3 Calcolare $F(2)$, $F(3)$ ed $F(0)$

188·4 Calcolare $F(4) - F(1)$

188·5 Studiare la derivabilità di F

189

Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{6}{2 + x^2} \qquad , \qquad g(x) = E(f(x))$$

189·1 Disegnare il grafico di f

189·2 Disegnare il grafico di g

189·3 Disegnare il grafico di $F(x) = \int_0^x f(t)dt$

189·4 Disegnare il grafico di $G(x) = \int_0^x g(t)dt$

189·5 Scrivere il polinomio di McLaurin di F di grado 3

190

Calcolare una primitiva delle seguenti funzioni

190·1

$$f(x) = x^2 + \frac{2}{x} + 1$$

190·2

$$f(x) = \ln(x)$$

190·3

$$f(x) = \frac{1}{1+x^2}$$

190·4

$$f(x) = \frac{x}{1+x^2}$$

190·5

$$f(x) = \arctan(x)$$

190·6

$$f(x) = \frac{1}{|x-1|}$$

190·7

$$f(x) = \frac{x}{x-1}$$

190.8

$$f(x) = e^x \sin(e^x)$$

190.9

$$f(x) = \cos(x) e^{\sin(x)}$$

190.10

$$f(x) = x e^{x^2}$$

190.11

$$f(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$$

190.12

$$f(x) = \sin(2x + 1)$$

190.13

$$f(x) = \sin(2x) + 1$$

190.14

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$$

191

Si consideri la funzione

$$f(t) = x$$

e la partizione

$$P_n = \left\{ \frac{k}{2^n} \quad : \quad k = 0..2^n \right\}$$

191.1 Calcolare le somme superiori $U(f, P_n)$ di f rispetto alla partizione P_n

$U(f, P_n) =$

191.2 calcolare

$$\int_0^1 f(t)dt =$$

192

Si consideri la funzione

$$f(x) = x - E(x)$$

192·1 Disegnare il grafico di f

192·2 Disegnare il grafico di $F(x) = \int_1^x f(t)dt$

192·3 Calcolare $F(4) - F(1)$

193

Si consideri la funzione

$$f(x) = E(\sin(x))$$

193·1 Disegnare il grafico di f

193·2 Disegnare il grafico di $F(x) = \int_0^x f(t)dt$

194

Calcolare una primitiva delle seguenti funzioni

194·1

$$f(x) = \frac{1}{1-x^2}$$

194·2

$$f(x) = e^x \sin(x)$$

194·3

$$f(x) = \frac{1}{\sin(x)}$$

194·4

$$f(x) = \frac{1}{2x\ln(x)}$$

195

Sia

$$f(x) = \begin{cases} x & x \in [0,1) \\ 1 & x \in [1,2] \end{cases}$$

195·1 Determinare la partizione P_n ottenuta dividendo l'intervallo $[0,2]$ in $2n$ parti uguali.

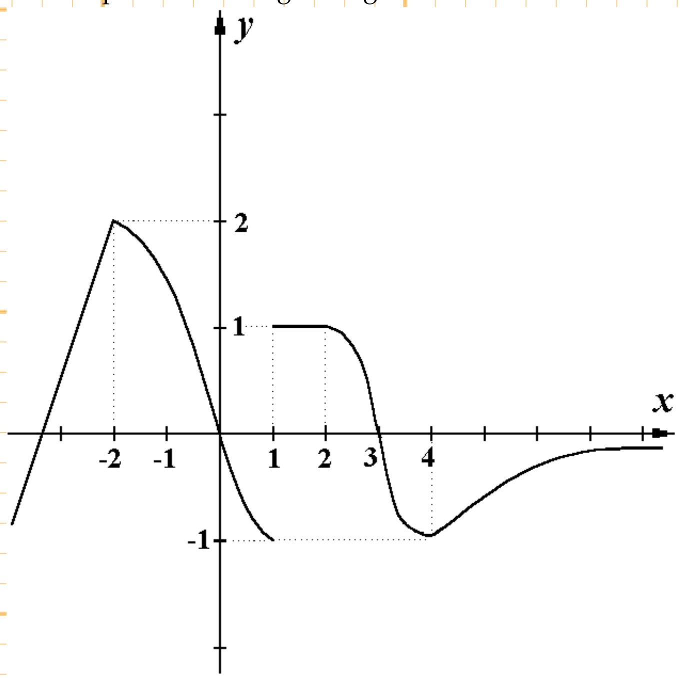
195·2 Determinare le somme superiori e le somme inferiori di f rispetto alla partizione P_n

195·3 Calcolare l'integrale inferiore e l'integrale superiore di f su $[0,2]$

195·4 Calcolare l'integrale di f su $[0,2]$

196

196·1 Si consideri la funzione F che associa ad $x \in \mathbb{R}$ l'integrale esteso all'intervallo di estremi $x_0 = 2$ ed x della funzione f il cui grafico è riportato nella figura seguente.



Disegnare il grafico di F enunciando le proprietà che si possono dedurre dalle informazioni fornite e giustificando le affermazioni fatte.

196·2 Si consideri poi la funzione che associa ad $x \in \mathbb{R}$ l'integrale esteso all'intervallo di estremi $x_0 = 2$ ed x della funzione $E(f(\cdot))$

Disegnare il grafico di F enunciando le proprietà che si possono dedurre dalle informazioni fornite e giustificando le affermazioni fatte.

197

197·1 Si consideri la funzione F definita da:

$$F(x) = \int_0^x \frac{e^{-t}}{\sqrt{|t+1|}\sqrt[3]{(t^2-1)}}dt$$

197·2 Determinare il campo di definizione di F

197·3 Studiare la derivabilità di f e calcolare F'

197·4 Studiare crescenza e decrescenza di F

197·5 Disegnare il grafico di F giustificando le affermazioni fatte.

198

Si consideri la funzione

$$f(x) = \sqrt[5]{\frac{x+1}{x^3}}$$

198·1 Disegnare il grafico di f.

198·2 Disegnare il grafico di

$$\int_{0.1}^{x} f(t)dt$$

.

199

Calcolare

199·1

$$\int_0^2 \sqrt{4-x^2}dx$$

199·2

$$\int_0^2 \frac{1}{4+x^2}dx$$

199·3

$$\int_0^2 \frac{1}{\sqrt{4-x^2}}dx$$

199·4

$$\int_0^{+\infty} \frac{1}{4+x^2}dx$$

199.5 Determinare una primitiva di

$$f(x) = \frac{e^{\frac{-1}{x}}}{x^2}$$

199.6 Determinare tutte le primitive di

$$f(x) = \frac{e^{\frac{-1}{x}}}{x^2}$$

200

i consideri

$$f(x) = \frac{e^{-x}}{x^2 - 1}$$

200.1 Disegnare il grafico di f

200.2 Disegnare il grafico di $\int_0^x f(s)ds$

200.3 Disegnare il grafico di $\int_2^x f(s)ds$
l

200.4 Disegnare il grafico di tutte le primitive di f

200.5 Determinare il campo di definizione di

$$\int_{\sin(x)}^{\cos(x)} f(s)ds$$