Funzioni di due variabili: Limiti, Continuità, Differenziabilità

1

Si consideri la funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{\arctan(|x|y)}{\sqrt{x^2+y^2}}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

A_3 ◯ **Stabilire se f è continua e differenziabile in** $(0,0)$

B_2 ◯ **Stabilire se f è continua e differenziabile in** $(1/2, 2)$**.**

C_2 ◯ **Calcolare, per i punti** (x,y) **per le quali esistono, le derivate parziali di** f**.**

D_4 ◯ **Calcolare**

$$\lim (x,y) \to \infty f(x,y)$$

E_4 ◯ **Stabilire se f è limitata su $\mathbb{R}^2$ provando brevemente quanto affermato.**

2

Sia

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{e^{y\sin(x)}-1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

A_3 ◯ **Stabilire se f è continua in** $(0,0)$

B_3 ◯ **Calcolare, se esiste,** $\nabla f(0,0)$

C_3 ◯ **Stabilire se f è differenziabile in** $(0,0)$

D_3 ◯ **Stabilire se f è differenziabile in** $(1,1)$

E_3 ◯ **Calcolare**

$$\lim_{(x,y)\to\infty} f(x,y)$$

3

Si consideri la funzione

$$\begin{cases} \dfrac{x\arctan(y)}{x^2+y^2} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

A_3 ◯ **Stabilire se f è continua in** $(0,0)$

B_3 ◯ **determinare l'insieme in cui f è differenziabile, giustificando brevemente la risposta**

4

Si consideri la funzione

$$f(x,y) = x^2 + \left(\int_0^y e^{-t^2}\,dt\right)^2$$

F_3○ **Determinare il campo di definizione di f.**

G_3○ **Determinare, se esiste, (giustificando brevemente la risposta)**

$$\lim_{(x,y)\to\infty} f(x,y)$$

5

Si considerino le funzioni

$$f(x,y) = y^2 - \sin x \qquad\qquad g(x,y) = \max\{0, f(x,y)\}$$

F_3○ **Disegnare gli insiemi**

$$L = \{(x,y)\in\mathbb{R} : f(x,y)=0\} \qquad L_+ = \{(x,y)\in\mathbb{R} : f(x,y)>0\} \qquad L_- = \{(x,y)\in\mathbb{R} : f(x,y)<0\}$$

e stabilire l'insieme in cui g è continua

E_3○ **Calcolare $\nabla g(\pi/2,1)$ e le derivate direzionali di g in $P=(\pi/2,1)$**

F_3○ **Stabilire se g è differenziabile in P**

6

Si consideri la funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} 1 + \dfrac{|x|y^6}{x^6+y^6} & ,\ (x,y)\neq(0,0) \\ k & ,\ (x,y)=(0,0) \end{cases}$$

A_2○ **Determinare, per $k\in\mathbb{R}$, l'insieme di continuità di f.**

B_2○ **Determinare, per $k\in\mathbb{R}$, l'insieme di differenziabilità di f.**

C_1○ **Calcolare, se esiste, $\lim_{(x,y)\to\infty} f(x,y)$.**

7

Si consideri la funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} \ln y & y > e^x \\ xye^{-x} & x \le y \le e^x \\ 0 & y < x \end{cases}$$

A_2○ **Determinare i punti del piano in cui f è continua**

B_3○ **Calcolare, se esiste** $\nabla f(0,0)$ **e** $\nabla f(0,1)$

C_3○ **Calcolare, se esistono le derivate direzionali di** f **in** $(0,0)$ **e** $(0,1)$

D_2○ **Determinare se** f **è differenziabile in** $(0,0)$ **e** $(0,1)$

8

Si consideri la funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} 2 - \sqrt{x^2+y^2} & 1 \le x^2+y^2 \le 4 \\ 0 & x^2+y^2 > 4 \\ a - \sqrt{R^2-x^2-y^2} & x^2+y^2 < 1 \end{cases}$$

A_4○ **Determinare i valori di** a **e di** R **per i quali** f **è continua su** $\mathbb{R}^2$

B_3○ **Calcolare le derivare parziali di** f **in** $(0,1)$

C_3○ **Stabilire se** f **è differenziabile in** $(1,1)$ **e calcolarne il gradiente.**

9

Si consideri la funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} x+y+1 & x^2+y^2 \le 1 \\ x+y+x^2+y^2 & x^2+y^2 > 1 \end{cases}$$

F_3○ **Studiare la continuità di** f

G_3○ **Studiare la differenziabilità di** f **in** $(1,1)$

H_3○ **Studiare la derivabilità di** f **in** $(-1,0)$ **e calcolare le derivate direzionali di** f **in** $(-1,0)$

10

Si consideri la funzione

$$f(x,y) = \max\{(y-x^2)(x-y^2), 0\}$$

A_2○ **Determinare i punti del piano in cui** f **è continua**

B_2○ **Stabilire se** f **è differenziabile in** $(0,0)$

C_3○ **Calcolare, se esistono le derivate direzionali di** f **in** $(\frac{1}{4}, \frac{1}{2})$ **e** $(0,1)$

D_4○ **Calcolare** $\lim_{(x,y)\to\infty} f(x,y)$

11

Si consideri la funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} x^2+y & y \le x \\ y^2+x & x > x \end{cases}$$

A_3○ **Stabilire dove** f **è continua**

B_3○ **Stabilire dove f è differenziabile e calcolare il piano tangente al suo grafico in $(1,0)$**

12

Si consideri la funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} x + \sqrt{y} & y \le x \\ y + \sqrt{x} & y > x \end{cases}$$

A_5○ **Stabilire dove f è continua**

B_5○ **Stabilire dove f è differenziabile e calcolare il piano tangente al suo grafico in $(1,2)$**

13

Si consideri la funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} (y - \arctan x)^2 & y > \arctan x \\ y - \arctan x & y \le \arctan x \end{cases}$$

A_2○ **Determinare i punti del piano in cui f è continua**

B_2○ **Determinare i punti del piano in cui f è differenziabile**

C_2○ **Calcolare, se esistono le derivate direzionali di f in $(\pi/4, 2)$**

D_2○ **Scrivere l'equazione del piano tangente in $(\pi/4, 2)$**

D_2○ **Calcolare, se esistono le derivate direzionali di f in $(\pi/4, 1)$**

14

Si consideri la funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{xy^2}{x^2 + y^4} & (x,y) \ne (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

A_2○ **Determinare i punti del piano in cui f è continua**

B_2○ **Determinare i punti del piano in cui f è differenziabile**

C_2○ **Calcolare, se esistono le derivate direzionali di f in $(0,0)$**

D_2○ **Scrivere, se esiste, l'equazione del piano tangente in $(0,0)$**

15

Si consideri la funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{xy}{(x^2 + y^2)^\alpha} & (x,y) \ne (0,0) \\ \beta & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

A_5○ **Stabilire per quali α e β f è continua in $(0,0)$**

B_5○ **Stabilire per quali α e β f è differenziabile in $(0,0)$**

16

Si consideri la funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{(x-1)y}{x^2+y^2} & (x,y) \neq (1,0) \\ \beta & (x,y) = (1,0) \end{cases}$$

A_5○ **Stabilire se f è continua in $(1,0)$**

B_5○ **Stabilire se f è differenziabile in $(1,0)$**

C_5○ **Stabilire se f ammette in $(1,0)$ derivate direzionali ed in caso affermativo calcolarle**

D_5○ **Verificare che $f(x,y) \leq 1$ in $\mathbb{R}^2$**

17

Si consideri la funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} xy(x-y) & xy(x-y) \geq 0 \\ 0 & xy(x-y) < 0 \end{cases}$$

A_2○ **Determinare i punti del piano in cui f è continua**

B_2○ **Determinare i punti del piano in cui f è differenziabile**

C_2○ **Calcolare, se esistono le derivate direzionali di f in $(0,1)$**

18

Si consideri la funzione

$$f(x,y) = \max\{xy(x-y), 0\}$$

A_2○ **Determinare i punti del piano in cui f è continua**

B_2○ **Determinare i punti del piano in cui f è differenziabile**

C_2○ **Calcolare, se esistono le derivate direzionali di f in $(0,1)$**

19

Si consideri la funzione

$$f(x,y) = \frac{\sin(\theta(x,y) - \phi)}{\rho^3(x,y)}$$

ove $\rho(x,y)$ e $\theta(x,y)$ sono le usuali coordinate polari nel piano associate al punto (x,y) e $\phi \in [0,\pi]$ è fissato.

A_3○ **Determinare il campo di definizione**

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \quad : \quad f(x,y) \in \mathbb{R}\}$$

di f

$B_4\bigcirc$ **Trovare i sottoinsiemi di** D **in cui** f **è positiva, negativa o nulla.**

$C_3\bigcirc$ **Calcolare**

$$\lim_{(x,y)\to\infty} f(x,y), \lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)$$

$D_5\bigcirc$ **Calcolare**

$$\int\int_T f(x,y)dxdy$$

ove

$$T = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \quad : \quad 1 \leq x^2 + y^2 \leq 2\}$$

$E_5\bigcirc$ **Disegnare le curve di livello di** f

20

Si consideri la funzione

$$f(x,y) = \sum_0^{+\infty} \left(\frac{2xy}{x^2+y^2}\right)^n$$

$A_3\bigcirc$ **Determinare il dominio di** f

$B_3\bigcirc$ **Stabilire dove** f **è continua e differenziabile**

$C_3\bigcirc$ **Calcolare** $\nabla f(0,1)$

$D_3\bigcirc$ **Calcolare esplicitamente** f **e studiare la prolungabilità di** f **sui punti della bisettrice** $II-IV$ **quadrante**

Funzioni di due variabili: Massimi e Minimi, Funzioni implicite

21

Si consideri la funzione

$$f(x,y) = x^2 + \left(\int_0^y e^{-t^2}\,dt\right)^2$$

H_5◯ **Calcolare, se esistono,** $\inf f$, $\sup f$, $\min f$ **e** $\max f$ **su** $\mathbb{R}^2$

I_4◯ **Calcolare, se esistono,** $\inf f$, $\sup f$, $\min f$ **e** $\max f$ **su** $[0,1]^2$

22

Si considerino le funzioni

$$f(x,y) = y^2 - \sin x \qquad\qquad g(x,y) = \max\{0, f(x,y)\}$$

G_3◯ **Stabilire in quali punti del piano l'equazione** $f(x,y) = 0$ **può essere esplicitata in funzione di** x

H_3◯ **Stabilire in quali punti del piano l'equazione** $f(x,y) = 0$ **può essere esplicitata in funzione di** y

23

Si consideri l'equazione

$$bx^2 + 2ax + b = 0 \qquad b \neq 0$$

e siano $f_\pm(a,b)$ **le funzioni che esprimono le soluzioni reali dell'equazione data rispetto ad** a **ed a** b**.**

F_3◯ **Determinare il campo di definizione di** $f_\pm$

E_3◯ **Disegnare l'insieme dei punti del piano** (a,b) **tali che:**

$$|f_\pm(a,b)| = 1$$

F_3◯ **Disegnare l'insieme dei punti del piano** (a,b) **tali che:**

$$|f_+(a,b)| \gtrless 1 \qquad |f_-(a,b)| \gtrless 1$$

G_3◯ **Calcolare**

$$\lim_{(a,b)\to(1,0)} f_+(a,b) \qquad \lim_{(a,b)\to(-1,0)} f_+(a,b)$$

H_3◯ **Stabilire se esistono massimi e minimi assoluti per** $|f_+|$

24

Si consideri la funzione

$$f(x,y)=\begin{cases}1+\dfrac{|x|y^6}{x^6+y^6} & ,\ (x,y)\neq(0,0)\\ k & ,\ (x,y)=(0,0)\end{cases}$$

D_1○ **Determinare, per $k=1$, se esistono, i punti di massimo e di minimo, relativi ed assoluti, di f, sul suo dominio.**

25

Si consideri la funzione

$$f(x,y)=\begin{cases}2-\sqrt{x^2+y^2} & 1\leq x^2+y^2\leq 4\\ 0 & x^2+y^2>4\\ 1-\sqrt{1-x^2-y^2} & x^2+y^2<1\end{cases}$$

A_4○ **Determinare tutti i punti di possibile massimo o minimo assoluti di f su $[1/2,3]\times[0,3]$**

B_3○ **Disegnare il grafico della funzione $g(x)=f(x,x)$**

C_3○ **Stabilire se f ha massimo e minimo assoluti sulla bisettrice primo-terzo quadrante**

26

Si consideri la funzione

$$f(x,y)=\begin{cases}x+y+1 & x^2+y^2\leq 1\\ x+y+x^2+y^2 & x^2+y^2>1\end{cases}$$

I_3○ **Determinare massimi e minimi assoluti di f sul quadrato di vertici $(0,0)$ ed $(1,1)$**

27

Si considerino le funzioni

$$f(x,y)=x^4+y^2 \qquad , \qquad g(x,y)=y^2+x^6-16$$

A_2○ **Determinare i punti di massimo o minimo relativo ed assoluti per f**

B_2○ **Disegnare l'insieme**

$$D=\{(x,y)\in D: g(x,y)\leq 0\}$$

C_4○ **Determinare i punti di minimo o massimo relativo ed assoluto per f su**

$$E=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2: g(x,y)=0\}$$

D_2○ **Determinare i punti di minimo o massimo relativo ed assoluto per f su**

$$D=\{(x,y)\in D: g(x,y)\leq 0\}$$

28

Si consideri la funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} x^2 + y & y \le x \\ y^2 + x & x > x \end{cases}$$

C_3◯ **Determinare massimi e minimi assoluti di f su $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 1\}$**

29

Si consideri la funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} xy(x-y) & xy(x-y) \ge 0 \\ 0 & xy(x-y) < 0 \end{cases}$$

D_2◯ **Calcolare massimi e minimi assoluti di f su**

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R} : x \ge 0, y \ge 0, y \le 1 - x\}$$

30

Si consideri la funzione

$$f(x,y) = \max\{xy(x-y), 0\}$$

D_2◯ **Calcolare massimi e minimi assoluti di f su**

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R} : x \ge 0, y \ge 0, y \le 1 - x\}$$

31

Si consideri la funzione

$$f(x,y) = x^2 + xy - 2y^2$$

A_2◯ **Determinare δ_1 tale che**

$$f(x,3) \le 0 \qquad \forall x \in [2-\delta_1, 2+\delta_1]$$

B_2◯ **Determinare δ_2 tale che**

$$f(x,1) \ge 0 \qquad \forall x \in [2-\delta_2, 2+\delta_2]$$

C_2◯ **Determinare δ tale che per ogni x fissato in $[2-\delta, 2+\delta]$ l'equazione $f(x,y) = 0$ ammette una ed una sola soluzione.**

D_2◯

Disegnare il grafico della funzione implicita definita da $f(x,y) = 0$

32

Si consideri la funzione

$$f(x,y) = y^2 + 4x^2(x^2-1)$$

A_2◯ **Determinare** δ_1 **tale che**

$$f(x,0) \le 0 \qquad\qquad \forall x \in [0,\delta_1]$$

B_2◯ **Determinare** δ_2 **tale che**

$$f(x,1) \ge 0 \qquad\qquad \forall x \in [0,\delta_2]$$

C_2◯ **Determinare** δ **tale che per ogni** x **fissato in** $[0,\delta]$ **l'equazione** $f(x,y) = 0$ **ammette una ed una sola soluzione in** $[0,1]$

D_2◯ **Calcolare** $f_x(x,y)$ **ed** $f_y(x,y)$ **e disegnare l'insieme dei punti del piano in cui in cui sono positive.**

D_2◯ **Disegnare il grafico della funzione implicita definita da** $f(x,y) = 0$

33

Si consideri la funzione

$$\int_0^{x^2} \frac{1}{\sin(x-t)} dt$$

A_4◯ **Determinare il campo di definizione di** f

B_3◯ **Studiare la derivabilità di** f

C_4◯ **Calcolare la derivata di** f

D_4◯ **Calcolare una approssimazione di** f **sostituendo** $\sin y$ **con** y **.**

34

Si consideri la funzione

$$f(x,y) = xy + y^2 e^y$$

A_2◯ **Stabilire se, in un intorno di** $(0,0)$**, è possibile esplicitare** y **in funzione di** x **o** x **in funzione di** y **nell'equazione**

$$f(x,y) = 0$$

B_2◯ **Stabilire se, in un intorno di** $(1,0)$**, è possibile esplicitare** y **in funzione di** x **o** x **in funzione di** y **nell'equazione**

$$f(x,y) = 0$$

C_2◯ **Stabilire se, in un intorno di** $(-e,1)$**, è possibile esplicitare** y **in funzione di** x **o** x **in funzione di** y **nell'equazione**

$$f(x,y) = 0$$

D_4◯ **Disegnare il luogo di punti del piano definito da**

$$\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : f(x,y) = 0\}$$

35

Si consideri la funzione

$$f(x,y) = x\ln(x^2+y^2) - y - 2$$

A_2○ **Calcolare** f_x f_y

B_3○ **Studiare il segno di** $\lim_{y\to+\infty} f(x,y)$ **e di** $\lim_{y\to-\infty} f(x,y)$**;**
Determinare inoltre il segno di f **sulla circonferenza** $x^2+y^2=1$**.**

C_3○ **Studiare il segno di** $f_y(x,y)$

D_2○ **Studiare il segno di** $f_x(x,y)$ **nella parte di piano esterna alla circonferenza** $x^2+y^2=1$**.**

D_2○ **Disegnare il grafico della funzione** $\phi(x)$ **definita implicitamente dall'equazione**

$$f(x,y) = 0$$

36

Si consideri la funzione

$$f(x,y) = x^4 + y^4 - 2x^2 + x^2y^2$$

A_2○ **Determinare tutti i punti di possibile massimo o minimo relativo per** f

B_3○ **Stabilire se tali punti risultano effettivamente di massimo o di minimo relativo**

C_3○ **Determinare minimi e massimi assoluti di** f **su**

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R} : |x| \le y^2 \le 1\}$$

D_2○ **Stabilire se** f **è convessa.**

37

Si consideri la funzione

$$f(x,y) = a(x^2+y^2-2x) + xy$$

A_2○ **Determinare tutti i punti di possibile massimo o minimo relativo per** f

B_3○ **Stabilire, al variare di** a**, se tali punti risultano effettivamente di massimo o di minimo relativo**

C_3○ **Per** $a=1$**, Determinare minimi e massimi assoluti di** f **su**

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R} : |x-1| + |y| \le 1\}$$

D_2◯ **Stabilire, al variare di a, se f è convessa.**

38

A_3◯ **Determinare la retta di equazione $y = mx$ in modo che sia minimo lo scarto quadratico dai punti**

$$A = (1, 1) \qquad B = (2, 3) \qquad C = (3, 2)$$

B_4◯ **Determinare la retta di equazione $y = mx + n$ in modo che sia minimo lo scarto quadratico dai punti**

$$A = (1, 1) \qquad B = (2, 3) \qquad C = (3, 2)$$

39

Si consideri la funzione

$$f(x, y) = x^4 + xy + 2y^3$$

F_3◯ **Calcolare f_x ed f_y e disegnare gli insiemi in cui $f_x \geq 0$ e $f_y \geq 0$**

G_3◯ **Determinare il segno di f sugli assi e sulla parte avente ordinata negativa delle curve $f_x = 0$ e $f_y = 0$**

H_3◯ **Determinare il segno di f sulle curve $f_x = 0$ e $f_y = 0$**

I_3◯ **Disegnare il grafico della funzione definita implicitamente da $f(x, y) = 0$ per $y \leq 0$**

40

Si consideri il luogo D dei punti del piano definito da

$$f(x, y) = 2xy + x^3 + y^3 = 0$$

F_3◯ **Esprimere in funzione del coefficiente angolare m l'ascissa $x(m)$ e l'ordinata $y(m)$ della intersezione di D con la retta $y = mx$, che non coincidono con l'origine.**

G_3◯ **Disegnare il grafico di $x(m)$**

H_3◯ **Disegnare il grafico di $y(m)$**

I_3◯ **Disegnare D nel piano.**

H_3◯ **Calcolare la misura della parte di D compresa nel quadrato di vertici $(1, 1)$ e $(0, 0)$**

41

Si consideri l'insieme

$$C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 + 2xy + x = 0\}$$

A_3◯ **Determinare, al variare di t le intersezioni di C con la retta di equazione $y = tx$**

$B_3\bigcirc$ **Scrivere una parametrizzazione**

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \end{cases}$$

di C

$C_3\bigcirc$ **Disegnare il grafico di** $x(t)$ **ed** $y(t)$**.**

$D_3\bigcirc$ **Disegnare** C

$E_3\bigcirc$ **Calcolare i punti di minima e di massima distanza dall'origine di** C**.**

42

$E_3\bigcirc$ **Disegnare nel piano** (y, z) **i luoghi dei punti tali che**

$$|z| = y + 1 \qquad z = |y + 1| \qquad z^2 = (y + 1)^2$$

$F_3\bigcirc$ **Descrivere il luogo dei punti dello spazio** (x, y, z) **tali che**

$$|z| = y + 1 \qquad z = |y + 1| \qquad z^2 = (y + 1)^2$$

$G_3\bigcirc$ **Stabilire quali sono i punti dello spazio in un intorno dei quali è possibile esplicitare il sistema di equazioni**

$$\begin{cases} z^2 - x^2 - y^2 = 1 \\ |z| = 1 + y \end{cases}$$

$H_3\bigcirc$ **Determinare una parametrizzazione della curva** γ **descritta dal sistema dato nel semispazio** $z > 0$**.**

$I_3\bigcirc$ **Determinare i punti di minima distanza dalla curva** γ **della retta**

$$\begin{cases} z = \sqrt{5} \\ y = 4 + x \end{cases}$$

43

Si consideri la funzione

$$f(x) = \int_0^{+\infty} e^{-x^2 t} \sin(\omega t) dt$$

$D_3\bigcirc$ **Determinare il campo di definizione di** f **al variare di** $\omega \in \mathbb{R}$

$E_3\bigcirc$ **Esprimere** $f(x)$ **in termini di funzioni elementari.**

$F_3\bigcirc$ **Calcolare, se esiste** $\ell = \lim_{x\to 0}(x)$**;**

$G_3\bigcirc$ **Prolungare per continuità** $f(x)$

$H_3\bigcirc$ **Calcolare** $f'(0)$ **e scrivere il polinomio di Mc Laurin di** f **di primo grado.**

44

Sia

$$f(x,y) = x^4 + 2xy^3 - xy$$

ed

$$A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \ : \ f(x,y) = x^4 + 2xy^3 - xy = 0 \ , \ x \neq 0\}$$

A_3◯ **Determinare, al variare di m, le intersezioni di A con la retta $y = mx$**

B_2◯ **Scrivere, usando m come parametro, delle equazioni parametriche**

$$\begin{cases} x = x(m) \\ y = y(m) \end{cases}$$

di A

C_2◯ **Disegnare i grafici di $x(m)$ ed $y(m)$.**

D_4◯ **Disegnare A**

E_4◯ **Studiare l'esplicitabilità di $f(x,y) = 0$ rispetto ad x o a y.**

45

Si consideri la funzione

$$f(x,y) = \frac{\sin(\theta(x,y) - \phi)}{\rho^3(x,y)}$$

ove $\rho(x,y)$ e $\theta(x,y)$ sono le usuali coordinate polari nel piano associate al punto (x,y) e $\phi \in [0,\pi]$ è fissato.

A_3◯ **Determinare il campo di definizione**

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \quad : \quad f(x,y) \in \mathbb{R}\}$$

di f

B_4◯ **Trovare i sottoinsiemi di D in cui f è positiva, negativa o nulla.**

C_3◯ **Calcolare**

$$\lim_{(x,y)\to\infty} f(x,y), \lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)$$

E_5◯ **Disegnare le curve di livello di f**

46

Sia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x,y) = \frac{e^{-x^2}}{y} + xy$$

A_2◯ **Determinare il campo di definizione di f, eventuali simmetrie della superficie di equazione $z = f(x,y)$, il segno di f nel primo e nel quarto quadrante.**

B_3○ **Determinare i punti stazionari di f, specificando se si tratta di punti di estremo o di sella.**

C_3○ **Determinare i massimi ed i minimi relativi ed assoluti di f vincolati all'iperbole di equazione $y = 1/x$**

D_2○ **Determinare i massimi ed i minimi relativi ed assoluti di f vincolati all'iperbole di equazione $y = -1/x$**

E_5○ **Dimostrare che**

$$f(x,y) = 0 \qquad \Rightarrow \qquad x < 0 \quad , \quad |y| < -\frac{1}{x}$$

47

Si consideri il sistema di equazioni

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 1 \\ x + z = 1 \end{cases}$$

A_3○ **Determinare tutti i punti dello spazio per i quali non esiste un intorno in cui è possibile esplicitare x e y in funzione di z.**

B_3○ **Determinare esplicitamente x e y in funzione di z in un intorno di $(1/2, 1/\sqrt{2}, 1/2)$**

C_3○ **Determinare una parametrizzazione della curva γ definita dal sistema di equazioni dato.**

D_3○ **Calcolare il punto di minima distanza tra la curva γ e la retta di equazioni**

$$\begin{cases} x + 2z = 1 \\ x + z = 1 \end{cases}$$

E_3○ **Stabilire se esistono punti di massima distanza tra la curva γ e la retta di equazioni**

$$\begin{cases} x + 2z = 1 \\ x + z = 1 \end{cases}$$

48

Si considerino le funzioni

$$g(x) = x^2 + e^{-x^2} - 1 \qquad\qquad f(x,y) = g(x) - e^{-1/y} + y$$

A_2○ **Dimostrare che l'equazione $g(x) \geq 0$**

B_3○ **Dimostrare che l'equazione $f(x,y) = 0$ definisce implicitamente una ed una sola funzione negativa $y = h(x)$ definita su $\mathbb{R}$**

C_3○ **Dimostrare che l'equazione $f(x,y) = 0$ definisce implicitamente una ed una sola funzione positiva $y = \phi(x)$ definita su $\mathbb{R}$**

D_4○ **Tracciare sommariamente il grafico di ϕ precisando crescenza e decrescenza. (non è richiesto lo studio della convessità)**

49

Si consideri la funzione $f_\lambda : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x,y,z) = \lambda(z+y-2)x + e^z - 1$$

A_2◯ **Dimostrare che, $\forall \lambda \in \mathbb{R}$, l'equazione $f_\lambda(x,y,z) = 0$ definisce implicitamente un'unica funzione $z = \phi_\lambda(x,y)$ in un intorno del punto $A = (0,1,0)$**

B_2◯ **Calcolare $\nabla\phi_\lambda(0,1)$**

C_5◯ **Dimostrare che, $\forall \lambda \in \mathbb{R}$, il problema di Cauchy**

$$\begin{cases} f_\lambda(x,y(x),y'(x)) = 0 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

ammette un'unica soluzione in un intorno di 0

D_3◯ **Calcolare, al variare di $\lambda \in \mathbb{R}$, $y''(x)$**

E_3◯ **Disegnare, al variare di $\lambda \in \mathbb{R}$, un grafico qualitativo di $y(x)$ in un intorno di 0.**

Integrali Multipli, Integrali dipendenti da un parametro

50

Si consideri la funzione

$$f(x,y) = \frac{\sin(\theta(x,y) - \phi)}{\rho^3(x,y)}$$

ove $\rho(x,y)$ **e** $\theta(x,y)$ **sono le usuali coordinate polari nel piano associate al punto** (x,y) **e** $\phi \in [0,\pi]$ **è fissato.**

A_3◯ **Determinare il campo di definizione**

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \quad : \quad f(x,y) \in \mathbb{R}\}$$

di f

B_4◯ **Trovare i sottoinsiemi di** D **in cui** f **è positiva, negativa o nulla.**

D_5◯ **Calcolare**

$$\int\int_T f(x,y)dxdy$$

ove

$$T = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \quad : \quad 1 \le x^2 + y^2 \le 2\}$$

51

Si consideri

$$T = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \ : \ 0 \le 2 - \sqrt{x^2+y^2} \le z \le 3 - \sqrt{x^2+y^2}\}$$

E_2◯ **Disegnare** T

F_1◯ **Stabilire se** T **è limitato.**

G_1◯ **Stabilire se** T **è chiuso.**

H_7◯ **Calcolare il baricentro di** T

$x_b =$ $\qquad$ $y_b =$ $\qquad$ $z_b =$

riportando succintamente i calcoli.

52

Sia

$$V = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : 1 + z^2 + x^2 \le y, \qquad y \in [1,2]\}$$

A_3◯ **Determinare il volume del solido descritto da** V

53

Si consideri il solido definito da

$$V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \ : \ y \leq z \leq 1 \ , \ y \geq 0 \ , \quad x^2 + y^2 \leq 1\}$$

F_3◯ **Calcolare il volume di V supponendo il solido di densità costante δ**

G_3◯ **Calcolare il volume di V supponendo il solido di densità lineare con la distanza dall'origine**

H_3◯ **Calcolare la coordinata x del baricentro di V (supponendo la densità costante)**

I_3◯ **Calcolare la coordinata y del baricentro di V (supponendo la densità costante)**

H_3◯ **Calcolare la coordinata z del baricentro di V (supponendo la densità costante)**

54

Sia

$$V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq z \leq 2 - \sqrt{x^2 + y^2} \ , \ 0 \leq z \leq 1 - x\}$$

A_3◯ **Disegnare la proiezione di V sul piano (x, y)**

B_3◯ **Determinare una formula di riduzione per il calcolo del volume di V**

C_3◯ **Calcolare la coordinata y del baricentro di V**

55

Si consideri il solido definito da:

$$T = \{(x, y.z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 1, 0 \leq z \leq 1\} \cup \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 1 \leq z \leq 2, x^2 + y^2 \leq z^2\}$$

F_3◯ **Disegnare l'insieme $T_\theta = \{(\rho, z) : (\rho \cos\theta, \rho \sin\theta, z) \in T\}$**

H_3◯ **Calcolare il volume del solido T**

56

Si consideri l'insieme D definito dalle

$$z \geq 0 \qquad z \geq x^2 + y^2 - 1 \qquad z \leq \sqrt{4 - x^2 - y^2}$$

F_3◯ **Calcolare il volume di D**

I_3◯ **Calcolare le coordinate x ed y del baricentro di D**

J_3◯ **Calcolare la coordinata z del baricentro di D (è sufficiente fornire le formule di riduzione dell'integrale)**

57

Si consideri la parte di piano

$$D = \{(z, y) \in \mathbb{R}^2 : y^2 - z^2 \geq 1, z \geq 2y - 2, y \geq 0\}$$

ed il solido V ottenuto facendo ruotare D attorno all'asse z di un giro completo

A_4○ **Determinare il volume di V**

D_3○ **Calcolare le coordinate del baricentro di V**

58

Si consideri al variare di $a, b \in \mathbb{R}$ la famiglia di piani

$$\pi_{(a,b)}: \qquad \frac{1}{a}x + \frac{1}{b}y + z = 1 \qquad a, b \in \mathbb{R}_+$$

e si indichi con

- **$V(a, b)$ il volume della parte di spazio avente coordinate positive, delimitata dal piano $\pi_{(a,b)}$**
- **$S(a, b)$ l'area della parte del pianoo $\pi_{(a,b)}$ che è delimitata dal primo ottante.**

A_2○ **Calcolare l'area di $S(a, b)$. (Può essere utile ricordare che l'area di un parallelogrammo è uguale alla norma del prodotto vettoriale dei suoi lati.)**

B_2○ **Calcolare il Volume di $V(a, b)$**

59

Si consideri il solido V

$$V = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 \le 1, x + y + z \ge 0\}$$

A_3○ **Scrivere le formule di riduzione che consentono di calcolare il volume di T e calcolarlo**

60

Si consideri

$$V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 3 + 2x \ge z \ge x^2 + 4y^2\}$$

A_4○ **Disegnare nel piano**

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x, y, z) \in V\}$$

B_3○ **Stabilire se V è limitato giustificando l'affermazione**

C_3○ **Determinare il trasformato di D attraverso il cambio di variabili**

$$\begin{cases} x - 1 = \rho\cos\theta \\ 2y = \rho\sin\theta \end{cases}$$

e disegnarlo nel piano (ρ, θ)

C_5○ **Calcolare il volume di V, indicando le formule di riduzione usate per calcolare gli integrali usati a questo scopo.**

61

Si consideri

$$V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + x \le z \le 1 + x + y, y \ge 0\}$$

A_4○ **Disegnare nel piano la proiezione di V cioè l'insieme**

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x, y, z) \in V\}$$

$B_3\bigcirc$ **Stabilire se V è limitato giustificando l'affermazione**

$C_3\bigcirc$ **Calcolare il volume di V**

62

Si consideri

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \le 1, x \ge 0, y \ge 0\}$$

$$f(x, y) = 1 + E(\theta)$$

$$V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : (x, y) \in D, 0 \le z \le f(x, y)\}$$

dove (x, y) e (ρ, θ) sono le usuali coordinate cartesiane e polari nel piano ed E indica la parte intera.

$A_4\bigcirc$ **Calcolare**

$$\int_D f(x, y)dxdy$$

$B_3\bigcirc$ **Calcolare il volume di V**

63

Si consideri

$$f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 4 \qquad g(x, y, z) = x^2 + y^2 - 1$$

$A_4\bigcirc$ **Calcolare il volume del solido definito da $f(x, y, z) \le 0$, $g(x, y, z) \le 0$, $z > 0$**

64

Si consideri

$$V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \le z^2, x^2 + y^2 \le (z - 1)^2, z \in [0, 1]\}$$

$A_4\bigcirc$ **Calcolare il volume di V**

$D_4\bigcirc$ **Calcolare le coordinate del baricentro di V**

65

Si consideri

$$A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \le z \le 1 - x^2, z \le 1 - |y|\}$$

$A_2\bigcirc$ **Disegnare**

$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x, y, z) \in A\}$$

$B_2\bigcirc$ **Disegnare**

$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 - x^2 = 1 - |y|\}$$

C_4◯ **Disegnare**

$$\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 1 - x^2 \leq 1 - |y|\}$$

D_2◯ **Calcolare il volume di** A

66

Calcolare il volume di

$$V = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq z \leq f(x,y), (x,y) \in D\}$$

67

Si consideri l'insieme definito da

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \ : \ x \geq 0 \ , \ y \leq 1 - x \ , \ y \geq \sqrt{x}\}$$

ed il volume V **ottenuto facendo ruotare** D **attorno all'asse** y**.**

A_3◯ **Calcolare il Volume di** V

68

Si consideri l'insieme definito da

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \ : \ x \geq 0 \ , \ y \leq 1 - x \ , \ y \geq \sqrt{x}\}$$

ed il volume V **ottenuto facendo ruotare** D **attorno all'asse** x**.**

A_3◯ **Calcolare il Volume di** V

69

Si consideri l'insieme definito da

$$V = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \ : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1 \ , \ x \geq 0 \ , \ y \geq 0 \ , \ z \geq 0 \ , \ x + y \leq 1\}$$

A_3◯ **Calcolare il Volume di** V

Sia

$$S = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \ : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1 \ , \ x \geq 0 \ , \ y \geq 0 \ , \ z \geq 0 \ , \ x + y = 1\}$$

70

Si consideri l'insieme definito da

$$V = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \ : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1 \ , \ x \geq 0 \ , \ y \geq 0 \ , \ z \geq 0 \ , \ x + y \leq 1\}$$

A_3◯ **Calcolare il Volume di** V

71

Si consideri la funzione

$$\int_0^{x^2} \frac{1}{\sin(x-t)} dt$$

A_4◯ **Determinare il campo di definizione di** f

B_3◯ **Studiare la derivabilità di** f

C_4◯ **Calcolare la derivata di** f

D_4◯ **Calcolare una approssimazione di** f **sostituendo** $\sin y$ **con** y **.**

72

Si consideri la funzione

$$y(x) = \int_0^{+\infty} e^{-t} \sin(x - t) dt$$

F_3◯ **Stabilire dove** f **è definita e continua, giustificando la risposta.**

G_3◯ **Stabilire dove** f **è derivabile, giustificando la risposta.**

H_3◯ **Calcolare** $y'(x)$ **e, integrando per parti esprimere** y' **in funzione di** y**.**

I_3◯ **Calcolare** $y(0)$**.**

H_3◯ **Scrivere un problema di Cauchy la cui soluzione sia** y **e determinare** y **mediante funzioni elementari.**

73

Si consideri la funzione

$$g(x) = \int_0^{+\infty} e^{-a^2 t} \cos(t - x) dt$$

A_3◯ **Determinare il campo di definizione di** g

B_3◯ **Studiare continuità e derivabilità di** g **e calcolare, ove esiste,** g'**.**

C_3◯ **Integrare per parti** g' **e ricavare** g' **in funzione di** g

D_3◯ **Calcolare** $g(0)$

E_3◯ **Scrivere un problema di Cauchy che identifichi** g **e determinarne una espressione esplicita.**

74

Si consideri la funzione

$$f(x) = \int_0^{+\infty} e^{-x^2 t} \sin(\omega t) dt$$

D_3◯ **Determinare il campo di definizione di** f **al variare di** $\omega \in \mathbb{R}$

E_3◯ **Esprimere** $f(x)$ **in termini di funzioni elementari.**

F_3◯ **Calcolare, se esiste** $\ell = \lim_{x \to 0}(x)$**;**

G_3◯ **Prolungare per continutà** $f(x)$

H_3○ **Calcolare $f'(0)$ e scrivere il polinomio di Mc Laurin di f di primo grado.**

75

Sia

$$f(x,y) = \int\int_A \frac{|\sin(ts)|}{\sqrt{t^2+s^2+1}}dtds$$

ove

$$A = \{(t,s) \in \mathbb{R}^2 \;:\; t \in [0,x]\;,\; s \in [0,y]\}$$

A_3○ **Determinare il dominio di definizione di f**

B_3○ **Calcolare, dove esiste, ∇f**

C_3○ **Calcolare, se esiste, $\lim_{(x,y)\to+\infty}$**

D_3○ **Calcolare le derivate direzionali di f nell'origine**

E_3○ **Studiare la differenziabilità di f.**

76

Si consideri la funzione

$$f(k) = \int_\pi^{+\infty} \frac{\sin(kx)}{x^2}dx$$

E_3○ **Dimostrare che f è definita $\mathbb{R}$**

F_4○ **Stabilire per quali valori f è derivabile e calcolarne la derivata.**

G_4○ **Esprimere, integrando per parti, $f'(k)$ in funzione di f**

H_4○ **Determinare esplicitamente $f(k)$.**

77

Si consideri la funzione

$$f(x) = \int_0^{+\infty} e^{-x^2 t}\sin(\omega t)dt$$

D_3○ **Determinare il campo di definizione di f al variare di $\omega \in \mathbb{R}$**

E_3○ **Esprimere $f(x)$ in termini di funzioni elementari.**

F_3○ **Calcolare, se esiste $\ell = \lim_{x\to 0}(x)$;**

G_3○ **Prolungare per continutà $f(x)$**

H_3○ **Calcolare $f'(0)$ e scrivere il polinomio di Mc Laurin di f di primo grado.**

78

Si consideri la funzione

$$z = \ln(2-x) \qquad x \in [0,1]$$

e la superficie S ottenuta mediante una rotazione attorno all'asse z di $\pi/2$.

D_3○ **Calcolare il volume del solido delimitato da S e dai piani coordinati**

Integrali di Linea di Superficie e Forme Differenziali

79

Si consideri la curva definita da

$$\Gamma \ : \ \begin{cases} x(t) = \dfrac{t}{1+t^2} \\ y(t) = \arctan t \end{cases} \qquad t \in \mathbb{R}$$

A_3◯ **Stabilire, giustificando la risposta, se Γ è una curva semplice**

B_3◯ **Stabilire, giustificando la risposta, se Γ è una curva regolare**

C_3◯ **Stabilire, giustificando la risposta, se Γ è una curva chiusa**

D_3◯ **Stabilire, giustificando la risposta, se Γ è una curva limitata**

E_3◯ **Disegnare nel piano la curva Γ, giustificando la risposta.**

80

Si consideri il luogo D dei punti del piano definito da

$$f(x,y) = 2xy + x^3 + y^3 = 0$$

F_3◯ **Esprimere in funzione del coefficiente angolare m l'ascissa $x(m)$ e l'ordinata $y(m)$ della intersezione di D con la retta $y = mx$, che non coincidono con l'origine.**

G_3◯ **Disegnare il grafico di $x(m)$**

H_3◯ **Disegnare il grafico di $y(m)$**

I_3◯ **Disegnare D nel piano.**

H_3◯ **Calcolare la misura della parte di D compresa nel quadrato di vertici $(1,1)$ e $(0,0)$**

81

Si consideri la curva γ di equazioni parametriche

$$\gamma \ \begin{cases} x = t^2 - 2t \\ y = -t^2 \end{cases} \qquad t \in [0,1]$$

A_3◯ **Disegnare la curva γ**

B_3◯ **Verificare che è semplice**

C_3◯ **Verificare che è regolare**

D_3◯ **Stabilire se è chiusa**

D_3○ **Calcolarne la lunghezza**

82

Si consideri la linea γ di equazioni

$$\begin{cases} z(t) = t^3 + t + 1 \\ y(t) = t\ln(t) - t \end{cases} \qquad t =\in [3,4]$$

A_3○ **Determinare le equazioni parametriche della superficie S ottenuta mediante la rotazione di 2π radianti della linea γ attorno all'asse z**

B_2○ **Calcolare il vettore N normale alla superficie S**

C_3○ **Scrivere le formule di riduzione che consentono di calcolare l'area della superficie S.**

D_2○ **Scrivere le formule di riduzione che consentono di calcolare il volume delimitato da S e dai piani $z = 0$ e $z = 1$.**

D_2○ **Determinare le equazioni parametriche della superficie S ottenuta mediante la rotazione di 2π radianti della linea γ attorno all'asse y**

83

Si consideri la linea γ di equazioni

$$\begin{cases} z(t) = t^3 \\ y(t) = t\ln(t) \end{cases} \qquad t =\in [1,2]$$

A_3○ **Determinare le equazioni parametriche della superficie S ottenuta mediante la rotazione di 2π radianti della linea γ attorno all'asse z**

B_2○ **Calcolare il vettore N normale alla superficie S**

C_3○ **Scrivere le formule di riduzione che consentono di calcolare l'area della superficie S.**

D_2○ **Scrivere le formule di riduzione che consentono di calcolare il volume delimitato da S e dai piani $z = 1$ e $z = 8$.**

84

Si consideri la curva definita da

$$\gamma(t) = \begin{cases} x(t) = \dfrac{t}{1+t^2} \\ x(t) = \dfrac{1}{1+t^2} \end{cases} \qquad t \in \mathbb{R}$$

A_3○ **Disegnare il grafico delle funzioni $x(t)$ ed $y(t)$.**

B_4○ **Disegnare il grafico della curva γ.**

C_4○ **Provare che γ è una curva limitata**

C_4○ **Calcolare il vettore tangente a γ e la lunghezza della curva.**

85

Si consideri la curva

$$\gamma \begin{cases} x(t) = \sin(t) \\ z(t) = \sin(2t) \end{cases} \qquad t \in [0, 1/2]$$

A_2◯ **Disegnare la curva** γ

B_2◯ **Calcolare la lunghezza di** γ

C_2◯ **Calcolare l'area della superficie** S **ottenuta facendo ruotare** γ **di** $\pi/2$ **attorno all'asse** z

D_2◯ **Calcolare il volume del solido delimitato da** S**, dai piani coordinati e dal piano** $z = \sin(1)$

86

Si consideri la curva

$$\gamma \begin{cases} x(t) = t \\ z(t) = t^3 - t \end{cases} \qquad t \in [0, 1]$$

A_2◯ **Disegnare la curva** γ

B_2◯ **Calcolare la lunghezza di** γ

C_2◯ **Calcolare l'area della superficie** S **ottenuta facendo ruotare** γ **di** 2π **attorno all'asse** z

D_2◯ **Calcolare il volume del solido delimitato da** S**, e dal piano** $z = 0$

87

Si consideri l'insieme

$$C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 + 2xy + x = 0\}$$

A_3◯ **Determinare, al variare di** t **le intersezioni di** C **con la retta di equazione** $y = tx$

B_3◯ **Scrivere una parametrizzazione**

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \end{cases}$$

di C

C_3◯ **Disegnare il grafico di** $x(t)$ **ed** $y(t)$**.**

D_3◯ **Disegnare** C

E_3◯ **Calcolare i punti di minima e di massima distanza dall'origine di** C**.**

88

Si consideri il solido V **ottenuto facendo ruotare la parte di piano**

$$D = \{(x, z) : 1 \leq x \leq 2 - z^2\}$$

attorno all'asse z, e la superficie S ottenuta facendo ruotare la parte di piano

$$L = \{(x, z) : 1 \leq x = 2 - z^2\}$$

attorno allo stesso asse z.

C_2◯ **Scrivere una parametrizzazione di S. e una parametrizzazione di S è**

D_2◯ **Scrivere una formula di riduzione per l'integrale di superficie che permette di calcolare l'area di S.**

E_2◯ **Calcolare $\int_S \frac{d\sigma}{\sqrt{1+4z^2}}$.**

89

Si consideri la parte di piano

$$D = \{(z, y) \in \mathbb{R}^2 : y^2 - z^2 \geq 1, z \geq 2y - 2, y \geq 0\}$$

ed il solido V ottenuto facendo ruotare D attorno all'asse z di un giro completo

B_4◯ **Determinare la superficie di ∂V**

C_4◯ **Calcolare**

$$\int_{\partial V} x dx dy$$

D_3◯ **Calcolare le coordinate del baricentro di V**

90

Si consideri il solido definito da:

$$T = \{(x, y.z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 1, 0 \leq z \leq 1\} \cup \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 1 \leq z \leq 2, x^2 + y^2 \leq z^2\}$$

F_3◯ **Disegnare l'insieme $T_\theta = \{(\rho, z) : (\rho \cos\theta, \rho \sin\theta, z) \in T\}$**

G_3◯ **Determinare una parametrizzazione per ∂T**

I_3◯ **Calcolare l'area della superficie ∂T**

H_3◯ **Calcolare il flusso del campo $F = (0, 0, 1)$ attraverso la superficie ∂T**

91

Sia

$$V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 1 + z^2 + x^2 \leq y, \qquad y \in [1, 2]\}$$

B_4◯ **Sia $S = \partial V$, determinare una parametrizzazione di S**

C_3◯ **Determinare il vettore normale ad S**

D_5◯ **Calcolare l'area della superficie di S**

E_5◯ **Calcolare le coordinate del baricentro di S**

92

Si consideri la parte S di $\mathbb{R}^3$ definita parametricamente da

$$\begin{cases} x(\rho,\theta) = (\rho+1)\cos\theta \\ y(\rho,\theta) = (\rho+1)\sin\theta \\ z(\rho,\theta) = \phi(\theta) \end{cases} \qquad \begin{cases} \rho \in [0,1] \\ \theta \in [0,2\pi] \end{cases}$$

dove ϕ è una funzione continua con la sua derivata seconda in$\mathbb{R}$.

F_4◯ **Determinare una rappresentazione cartesiana**

$$z = f(x,y)$$

della superficie S precisandone il campo di definizione D

G_3◯ **Disegnare le curve di livello di f.**

H_2◯ **Calcolare il vettore normale ad S.**

I_3◯ **Scrivere una formula di riduzione per il calcolo dell'area di S.**

H_3◯ **Scrivere una formula di riduzione per il calcolo del baricentro di S.**

93

F_3◯ **Determinare una parametrizzazione della superficie S_o e del volume V_o descritti dalla circonferenza e dal cerchio di raggio unitario giacente in un piano parallelo al piano $z=0$ il cui centro si muove sulla linea di equazioni parametriche**

$$\begin{cases} x(\theta) = \cos\theta \\ y(\theta) = \sin 2\theta \\ z(\theta) = \theta \end{cases} \qquad \theta \in [0,2\pi]$$

G_3◯ **Determinare una parametrizzazione della superficie S_v e del volume V_v descritti dalla circonferenza e dal cerchio di raggio unitario giacente in un piano parallelo al piano $x=0$ il cui centro si muove sulla linea di equazioni parametriche**

$$\begin{cases} x(\theta) = \cos\theta \\ y(\theta) = \sin 2\theta \\ z(\theta) = \theta \end{cases} \qquad \theta \in [0,2\pi]$$

H_3◯ **Scrivere le formule di riduzione per il calcolo del volume di V_v**

I_3◯ **Scrivere le formule di riduzione per il calcolo della superficie di S_o**

94

Si consideri il solido V

$$V = \{(x,y,z) : x^2+y^2+z^2 \le 1, x+y+z \ge 0\}$$

B_3◯ **Determinare una parametrizzazione della superficie ∂T**

C_4◯ **Scrivere le formule di riduzione che consentono di calcolare l'area di ∂T e calcolarla**

95

Si consideri la curva γ di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x = \cos\theta \\ y = \sin\theta \\ z = \dfrac{2\theta}{\pi} \end{cases} \qquad 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$$

A_3◯ **Stabilire se γ è semplice e regolare e calcolare la lunghezza di γ**

B_3◯ **Sia S_1 la superficie ottenuta congiungendo ogni punto di γ con l'origine; scrivere una parametrizzazione di S_1 e calcolarne l'area**

C_3◯ **Sia S_2 la superficie ottenuta congiungendo ogni punto di γ con la sua proiezione sul piano $z = 0$; scrivere una parametrizzazione di S_2 e calcolarne l'area**

D_3◯ **Calcolare il volume della parte di spazio compresa tra S_1, S_2, il piano $x = 0$ ed il piano $z = 0$.**

96

Si consideri la superficie S generata, mediante rotazione attorno all'asse z dalla curva definita da $z = \sin y$ con $y \in [0, 2\pi]$

A_3◯ **Determinare l'equazione cartesiana della superficie S.**

B_3◯ **Determinare una parametrizzazione di S.**

C_3◯ **Calcolare il vettore normale alla superficie S nel punto $(0, \pi, 0)$.**

D_3◯ **Calcolare l'area di S**

D_3◯ **Calcolare il baricentro di S**

97

Si consideri il campo vettoriale definito da

$$F(x, y, z) = (x, 2y, z)$$

A_3◯ **Stabilire se, e dove, F ammette potenziale**

B_3◯ **Trovare un potenziale di F**

C_3◯ **Trovare tutti i potenziali di F**

D_3◯ **Determinare le superfici equipotenziali e descriverle.**

E_3◯ **Determinare le linee di forza di F, cioè le linee che hanno in ogni punto direzione parallela al campo, e descriverle.**

98

Si consideri

$$f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2 - 4 \qquad g(x,y,z) = x^2 + y^2 - 1$$

B_3○ **Calcolare la misura della superficie definita da** $f(x,y,z) = 0$**,** $g(x,y,z) \leq 0$**,** $z > 0$

C_4○ **Calcolare la misura superficie definita da** $f(x,y,z) \leq 0$**,** $g(x,y,z) = 0$**,** $z > 0$

D_4○ **Calcolare la superficie definita da** $f(x,y,z) \leq 0$**,** $g(x,y,z) \leq 0$**,** $z = 0$

99

Si consideri

$$V = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq z^2, x^2 + y^2 \leq (z-1)^2, z \in [0,1]\}$$

B_3○ **Scrivere le equazioni parametriche di** ∂V

C_4○ **Calcolare la superficie di** ∂V

100

Si consideri

$$A = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : z = x^2 + y^2, x^2 + y^2 - 2y \leq 0\}$$

A_2○ **Determinare le equazioni parametriche di** A

B_2○ **Calcolare il vettore** N **normale ad** A

C_4○ **Calcolare la misura di** A

D_2○ **Scrivere una parametrizzazione di**

$$A = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : z = x^2 + y^2, x^2 + y^2 - 2y = 0\}$$

D_2○ **Calcolare la misura di**

$$A = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : z = x^2 + y^2, x^2 + y^2 - 2y = 0\}$$

101

Si consideri il campo vettoriale definito da

$$F(x,y) = \left(\frac{2x}{(y+x^2)^2}, 1 + \frac{1}{(y+x^2)^2} \right)$$

F_3○ **Determinare il campo di definizione di** F

G_4○ **Determinare, se esiste, un potenziale di** F

H_4○ **Determinare, se esistono, tutti i potenziali di** F

I_4○ **Calcolare il lavoro svolto dal campo lungo la semicirconferenza di centro l'origine, raggio unitario, giacente nel semipiano positivo delle y orientata in senso antiorario.**

102

Si consideri la funzione

$$z = \sqrt{x+2} \qquad x \in [0,1]$$

e la superficie S ottenuta mediante una rotazione attorno all'asse z di $\pi/2$.

A_3○ **Scrivere una parametrizzazione di S**

B_3○ **Calcolare il vettore normale alla superficie S**

C_3○ **Calcolare l'area della superficie S**

D_3○ **Calcolare il volume del solido delimitato da S e dai piani coordinati**

103

Si consideri

$$V = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$$

A_3○ **Scrivere le equazioni parametriche della frontiera ∂V di V.**

B_2○ **Calcolare il flusso del campo vettoriale $F = (x,y,z)$ attraverso la superficie ∂V**

C_3○ **Calcolare il flusso del campo vettoriale $F = (x,y,z)$ attraverso la superficie**

$$\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 1, x \geq 0, y \geq 0\}$$

104

Si consideri la superficie S di equazioni parametriche

$$S \begin{cases} x = t \\ y = s \\ z = \sqrt{1 - (t^2 + s^2)} \end{cases} \qquad t, s \in \mathbb{R}, t^2 + s^2 \leq 1.$$

A_3○ **Determinare la normale alla superficie S**

B_3○ **Calcolare l'area della superficie S**

C_3○ **Calcolare il flusso del campo vettoriale $(0,0,1)$ attraverso S**

D_3○ **Calcolare il volume della parte di spazio delimitata da S e dal piano $z = 0$.**

105

Si consideri il campo vettoriale definito da

$$F(x,y) = \left(\frac{2x}{(y+x^2)}, 1 + \frac{1}{(y+x^2)} \right)$$

F_3○ **Determinare il campo di definizione di F**

G_4○ **Determinare, se esiste, un potenziale di F**

H_4○ **Determinare, se esistono, tutti i potenziali di F**

I_4○ **Calcolare il lavoro svolto dal campo lungo la semicirconferenza di centro l'origine, raggio unitario, giacente nel semipiano positivo delle y orientata in senso antiorario.**

106

Si consideri il campo vettoriale definito da

$$F(x,y) = (f(x,y), g(x,y)) = \left(\frac{\sin(2x)}{\sin^2(x) + \cos^2(y)}, -\frac{\sin(2y)}{\sin^2(x) + \cos^2(y)} \right)$$

A_3○ **Determinare l'insieme D in cui F é definito, precisando se D é connesso, convesso o semplicemente connesso.**

B_4○ **Stabilire se F é conservativo nel cerchio di centro $(2,0)$ e raggio 1.**

C_4○ **Stabilire se F é conservativo in D.**

D_4○ **Determinare un potenziale di F in $(0,\pi) \times (-\pi/2, \pi/2)$**

107

Si consideri l'insieme definito da

$$V = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \ : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1 \ , \ x \geq 0 \ , \ y \geq 0 \ , \ z \geq 0 \ , \ x + y \leq 1\}$$

Sia

$$S = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \ : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1 \ , \ x \geq 0 \ , \ y \geq 0 \ , \ z \geq 0 \ , \ x + y = 1\}$$

B_4○ **Determinare una parametrizzazione della superficie S.**

C_4○ **Calcolare il vettore normale alla superficie S.**

D_4○ **Calcolare l'area della superficie S.**

108

Si consideri il solido delimitato dalla superficie di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x(u,\theta) = u\cos\theta \\ y(u,\theta) = (1-u)\sin\theta \qquad 0 \leq u \leq 1 \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi \\ z(u,\theta) = u \end{cases}$$

A_3○ **Disegnare le sezioni del solido ottenute tagliandolo con i piani**

$$z = 0 \qquad z = 1 \qquad z = 1/2$$

B_3○ **Disegnare le sezioni S_k del solido ottenute tagliandolo con i piani $z = k$ con $0 \leq k \leq 1$.**

C_3○ **Calcolare l'area delle sezioni S_k.**

D_3○ **Calcolare il volume del solido**

E_3○ **Calcolare le coordinate del baricentro del solido**

109

Si consideri il tetraedro T definito da

$$T = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3; x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, x + y + z - 1 \leq 0\}$$

ed il campo vettoriale

$$F(x, y, z) = (x, 0, 0)$$

A_3○ **Calcolare il volume di T, determinare una parametrizzazione di ∂T e il vettore normale alla frontiera di T.**

B_3○ **Calcolare $\int_T$ div F e $\int_{\partial T}$ rot F**

C_3○ **Individuare le facce del tetraedro attraverso le quali il flusso del campo F è non nullo e calcolarlo.**

D_3○ **Calcolare il flusso di F attraverso ∂T**

E_3○ **Stabilire se F è conservativo e, in caso affermativo, calcolarne il potenziale**

110

Si consideri la superficie S di equazioni parametriche

$$S \begin{cases} x = \rho \cos \theta \\ y = \rho \sin \theta \\ z = \theta \end{cases} \qquad \begin{cases} \theta \in [0, \pi] \\ \rho \in [1, 2] \end{cases}$$

A_3○ **Determinare la normale alla superficie S**

B_3○ **Determinare l'area della superficie S.**

C_3○ **Il flusso del campo vettoriale $(0, 0, 1)$ attraverso S**

D_3○ **La lunghezza di ∂S**

D_3○ **Calcolare il baricentro di S**

111

Si consideri la superficie S generata, mediante rotazione attorno all'asse z dalla curva definita da $z = 2y - y^2$ con $y \in [0, 2]$

A_3○ **Determinare l'equazione cartesiana della superficie S.**

B_3○ **Determinare una parametrizzazione di S.**

C_3○ **Calcolare il vettore normale alla superficie S nel punto $(0, 1, 1)$.**

D_3○ **Calcolare l'area di S**

D_3○ **Calcolare il baricentro di S**

112

Si consideri la curva

$$\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y = \arctan x, x \in [0,1]\}$$

ed il solido ottenuto facendo ruotare la curva attorno all'asse y

A_4◯ **Determinare le equazioni parametriche del solido ottenuto**

B_3◯ **Calcolare il vettore normale alla superficie ottenuta**

C_4◯ **Calcolare l'area della superficie ottenuta**

D_4◯ **Calcolare il flusso del campo** $F(x,y,z) = (x,0,0)$ **attraverso la superficie ottenuta.**

113

Si consideri il solido V **ottenuto facendo ruotare la parte di piano**

$$D = \{(x,z) : 1 \leq z \leq 2 - x^2\}$$

attorno all'asse x. **ed il campo vettoriale** $F(x,y,z) = (x,0,0)$.

A_2◯ **Calcolare div** F **e** $\int_V$ **div** $F dxdydz$

B_2◯ **Calcolare il flusso del campo vettoriale** F **attraverso la superficie** S **ottenuta facendo ruotare la parte di piano**

$$D_1 = \{(x,z) : 1 = z \leq 2 - x^2\}$$

attorno all'asse x.

C_2◯ **Calcolare il flusso del campo vettoriale** F **attraverso la superficie** ∂V **e attraverso la superficie** T **ottenuta facendo ruotare la parte di piano**

$$D_2 = \{(x,z) : 1 \leq z = 2 - x^2\}$$

attorno all'asse x.

D_2◯ **Calcolare il rot** F

E_2◯ **Calcolare il lavoro di** F **lungo la curva descritta dai punti** $(x,0,z)$ **con** $(x,z) \in D_1$

114

Si consideri il campo vettoriale definito da

$$F(x,y,z) = (x,z,y)$$

E_4◯ **Calcolare div** F **e rot** F.

F_3◯ **Calcolare il flusso di** F **attraverso la parte della superficie definita da** $z^2 = 1 + x^2 + y^2$ **che si trova tra i piani** $z = 0$ **e** $z = 1$.

G_2◯ **Calcolare il flusso di** f **attraverso il cerchio giacente nel pinao** $z = 0$ **di centro l'origine e raggio unitario.**

H_3◯ **Calcolare il lavoro compiuto da rot** F **lungo la circonferenza frontiera del cerchio di cui al punto precedente.**

I_3◯ **Verificare il teorema della divergenza sul volume identificato dalle superfici di cui ai precedenti punti.**

115

Si consideri il campo vettoriale di componenti

$$F(x,y,z) = \big(x\ln(x^2+y^2+z^2), y\ln(x^2+y^2+z^2), z\ln(x^2+y^2+z^2)\big)$$

A_3○ **Determinare se il campo è conservativo e calcolarne i potenziali.**

B_3○ **Calcolare**

$$\int_\gamma \langle F, T\rangle ds$$

dove

$$\gamma = \{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 \ : \ z=0 \ , \ x^2+y^2+z^2=1\}$$

C_3○ **Calcolare**

$$\int_S \langle \textbf{rot } F, N\rangle d\sigma$$

dove

$$S = \{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 \ : \ z\geq 0 \ , \ x^2+y^2+z^2=1\}$$

D_3○ **Calcolare div** F **e**

$$\int_V \textbf{div } F \ dxdydz$$

dove

$$V = \{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 \ : \ \ x^2+y^2+z^2\leq 1\}$$

E_3○ **Calcolare**

$$\int_{\partial V} \langle F, N\rangle d\sigma$$

116

Si consideri il campo vettoriale

$$F(x,y) = \left(\frac{1}{1+x} - \frac{y}{1+xy}, -\frac{x}{1+xy}\right)$$

A_2○ **Determinare il campo di definizione di** F **e stabilire se il campo è chiuso (irrotazionale).**

B_2○ **Calcolare, se esiste, un potenziale di** F**, precisandone il campo di definizione**

C_3○ **Calcolare il lavoro svolto dal campo lungo la semicirconferenza di centro** $(0,0)$ **e raggio** $1/2$

D_3○ **Calcolare tutti i potenziali di** F

117

Si consideri il campo vettoriale definito da

$$F(x,y,z) = (1,x,y)$$

e l'insieme

$$V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \ : x^2 + y^2 \leq 1 \ , 1 \geq z \geq 0\}$$

A_3◯ **Stabilire se F ammette potenziale ed, in caso affermativo, calcolarlo.**

B_4◯ **Calcolare il flusso di F attraverso ∂V**

C_4◯ **Verificare il teorema della divergenza per F e V.**

C_4◯ **Calcolare il lavoro di F lungo la curva definita da**

$$\gamma(t) = \begin{cases} x(t) = \cos t \\ y(t) = \sin t \\ z(t) = \dfrac{2t}{\pi} \end{cases} \qquad t \in [0, \pi/2]$$

118

Si consideri il campo vettoriale definito da

$$F(x, y, z) = \left(\frac{x}{2\sqrt{x^2 + y^2}}, \frac{y}{2\sqrt{x^2 + y^2}}, 0 \right)$$

ed il cilindro C con asse parallelo all'asse z delimitato dai piani $z = 0$ e $z = 1$ e generato dalla circonferenza giacente nel piano $z = 0$ di raggio 1 e centro $(0, 0)$.

A_3◯ **Stabilire se il campo F ammette potenziale e, in caso affermativo, calcolarlo.**

B_4◯ **Calcolare il flusso uscente dal cilindro C**

C_4◯ **Calcolare il flusso uscente dalla superficie laterale del cilindro C**

C_4◯ **Calcolare il lavoro svolto dal campo lungo la curva di equazioni parametriche**

$$\gamma = \begin{cases} x(t) = \sin(t) \\ y(t) = \cos(t) \\ z(t) = t \end{cases} \qquad . \qquad t \in [0, 2\pi]$$

119

Si consideri l'insieme

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \ : \ x^2 + y^2 + z^2 = 1 \ , \ x \leq y \leq \sqrt{3}x \ , \ \sqrt{2} \leq 2z \leq \sqrt{3}\}$$

A_3◯ **Scrivere una parametrizzazione di S**

B_4◯ **Calcolare l'area di S**

C_4◯ **Calcolare il flusso attraverso S del campo $F(x, y, z) = (x, y, z)$**
(a prescindere dall'orientamento)

C_4◯ **Calcolare il volume di**

$$V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \ : \ x^2 + y^2 + z^2 \leq 1 \ , \ x \leq y \leq \sqrt{3}x \ , \ \sqrt{2} \leq 2z \leq \sqrt{3}\}$$

120

Si consideri l'insieme

$$S = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \ : \ z = x^2 + y^2 \ , \ x \leq 3y \leq 3x \ , \ 1 \leq z \leq 2\}$$

A_3◯ **Scrivere una parametrizzazione di** S

B_4◯ **Calcolare l'area di** S

C_4◯ **Calcolare il flusso attraverso** S **del campo** $F(x,y,z) = (x,y,z)$
(a prescindere dall'orientamento)

C_4◯ **Calcolare il volume di**

$$V = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \ : \ z \geq x^2 + y^2 \ , \ x \leq 3y \leq 3x \ , \ 1 \leq z \leq 2\}$$

121

Si consideri la parte $S \subset \mathbb{R}^3$ **di superficie cilindrica** $x^2 + y^2 = 1$ **delimitata dalle curve di equazioni parametriche**
dove

$$\gamma(\theta) = \begin{cases} \cos(\theta) \\ \sin(\theta) \\ \theta \end{cases} \qquad \delta(\theta) = \begin{cases} \cos(\theta) \\ \sin(\theta) \\ \theta + 1 \end{cases}$$

A_3◯ **Scrivere una parametrizzazione di** S

B_4◯ **Calcolare il vettore normale ad** S

C_4◯ **Calcolare l'area di** S

D_4◯ **Calcolare il flusso attraverso** S **del campo** $F(x,y,z) = (1,1,0)$
(a prescindere dall'orientamento)

122

Si consideri l'insieme D **definito dalle**

$$z \geq 0 \qquad z \geq x^2 + y^2 - 1 \qquad z \leq \sqrt{4 - x^2 - y^2}$$

G_3◯ **Scrivere una parametrizzazione di** ∂D

H_3◯ **Calcolare la superficie di** ∂D **(è sufficiente fornire le formule di riduzione dell'integrale)**

123

Si consideri

$$V = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + x \leq z \leq 1 + x + y, y \geq 0\}$$

A_4◯ **Disegnare nel piano la proiezione di** V **cioè l'insieme**

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (x,y,z) \in V\}$$

B_3◯ **Stabilire se V è limitato giustificando l'affermazione**

D_5◯ **Determinare le equazioni parametriche della superficie ∂V**

124

Si consideri

$$A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = 1, x^2 + z^2 \leq 1, x > 0, y > 0\}$$

A_4◯ **Determinare una parametrizzazione di A**

B_3◯ **Calcolare la misura di A**
Sia

$$B = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = 1, x^2 + z^2 = 1, x > 0, y > 0\}$$

C_3◯ **Determinare una parametrizzazione di B**

D_5◯ **Calcolare la misura di B**

125

Si consideri

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$$

$$f(x, y) = 1 + E(\theta)$$

$$V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : (x, y) \in D, 0 \leq z \leq f(x, y)\}$$

dove (x, y) e (ρ, θ) sono le usuali coordinate cartesiane e polari nel piano ed E indica la parte intera.

C_4◯ **Calcolare l'area della frontiera ∂V di V**

D_4◯ **Scrivere una parametrizzazione della frontiera di V**

126

Si consideri l'insieme definito da

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \ : \ x \geq 0 \ , \ y \leq 1 - x \ , \ y \geq \sqrt{x}\}$$

ed il volume V ottenuto facendo ruotare D attorno all'asse y.

B_4◯ **Determinare una parametrizzazione della superficie ∂V.**

C_4◯ **Calcolare l'area della superficie ∂V.**

D_4◯ **Calcolare**

$$\int_{\partial V} x dy$$

127

Sia

$$S = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \ : x^2+y^2+z^2 \leq 1 \ , \ x \geq 0 \ , \ y \geq 0 \ , \ z \geq 0 \ , \ x+y=1\}$$

B_4○ **Determinare una parametrizzazione della superficie S.**

C_4○ **Calcolare il vettore normale alla superficie S.**

D_4○ **Calcolare l'area della superficie S.**

128

Si consideri l'insieme

$$\begin{cases} x(\theta,\phi) = \theta\cos\theta\cos\phi \\ y(\theta,\phi) = \theta\sin\theta\cos\phi \\ z(\theta,\phi) = \theta\sin\phi \end{cases} \qquad \theta,\phi \in [0,\pi/2]$$

A_3○ **Provare che S giace nel primo ottante.**

B_3○ **Determinare le equazioni parametriche della curva ottenuta intersecando S con il piano $y = x$.**

C_3○ **Determinare le equazioni parametriche della curva ottenuta intersecando S con il piano $z = k \in [0,\pi/2]$.**

D_3○ **Verificare che S è limitata.**

E_3○ **Calcolare il punto della superficie data che ha massima distanza dall'origine.**

129

Si consideri la superficie definita da

$$S = \{(x,z) \in \mathbb{R}^2 \ : \ z = xy+1, \ x^2+y^2 \leq 4\}$$

F_3○ **Calcolare l'area di S**

G_3○ **Calcolare il vettore normale ad S**

H_3○ **Calcolare le coordinate del baricentro di S**

I_3○ **Calcolare il flusso di attraverso S del campo vettoriale**

$$F(x,y,z) = (0,0,1)$$

H_3○ **Scrivere una parametrizzazione della curva**

$$C = \{(x,z) \in \mathbb{R}^2 \ : \ z = xy+1, \ x^2+y^2 = 4\}$$

ed indicarne il versore tangente

130

Si consideri la funzione

$$z = \ln(2 - x) \qquad x \in [0, 1]$$

e la superficie S ottenuta mediante una rotazione attorno all'asse z di $\pi/2$.

A_3◯ **Scrivere una parametrizzazione di S**

B_3◯ **Calcolare il vettore normale alla superficie S**

C_3◯ **Calcolare l'area della superficie S**

131

Si consideri in campo vettoriale

$$F(x, y, z) = (0, 0, y)$$

A_2◯ **Calcolare rot F e div F**

B_4◯ **Sia S la superficie $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \quad : \quad x = 0, \quad z^2 + y^2 \leq 1\}$ calcolare il vettore normale ad S ed il flusso di rot F attraverso S.**

C_4◯ **Sia S la superficie $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \quad : \quad x^2 + y^2 + z^2 = 1\}$ calcolare il vettore normale ad S ed il flusso di rot F attraverso S.**

D_4◯ **Calcolare il lavoro di F sulla curva γ intersezione di $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \ : \ x^2 + y^2 + z^2 = 1\}$ con il piano $x = 1/2$.**

E_3◯ **Calcolare il flusso di rot F attraverso la superficie $S_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \ : \ x = 1/2\ , x^2+y^2+z^2 \leq 1\}$, $S_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \ : \ x \leq 1/2\ , x^2+y^2+z^2 = 1\}$, $S_3 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \ : \ x \geq 1/2\ , x^2+y^2+z^2 = 1\}$.**

132

Si consideri poi il campo vettoriale

$$F(x, y, z) = (x + zy^2, 0, z + 1)$$

H_5◯ **Calcolare il flusso di F attraverso S**

I_4◯ **Calcolare il flusso di F attraverso la superficie**

$$T = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \ : \ |x| \leq 2 \ \ 0 \leq y \leq 2 \ \ 0 \leq z = x - x^2\}$$

◯ **Determinare, se esistono, un maggiorante ed un minorante del campo di definizione della soluzione.**

133

Si consideri il campo vettoriale piano F associato ad una funzione potenziale ottenuta sommando due quantità, rispettivamente, proporzionali all'inverso dei quadrati delle distanze dai punti $(0, 1)$ e $(0, -1)$.

$A_3\bigcirc$ **Scrivere le componenti F_1 ed F_2 del campo $F = (F_1, F_2)$**

$B_3\bigcirc$ **Calcolare $\int_\gamma F$ dove**

$$\gamma = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \ : \ x^4 + y^4 = 10000\}$$

$C_3\bigcirc$ **Calcolare $\int_\gamma F$ dove**

$$\gamma = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \ : \ x^2 + y^2 = 2 \quad y \geq x\}$$

$D_3\bigcirc$ **Stabilire se è vero che $\frac{\partial}{\partial y}F_1 = \frac{\partial}{\partial x}F_2$ precisando, in caso affermativo per quali (x, y) è vero.**

$E_3\bigcirc$ **Calcolare il flusso del rotore di $G = (F_1, F_2, 0)$ attraverso un quadrato avente un vertice in $(0, 0)$ e in $(1/2, 1/2)$**

134

Si consideri il campo vettoriale di componenti

$$F(x, y, z) = \left(\frac{x}{x^2 + y^2}, \frac{y}{x^2 + y^2}, \frac{z}{x^2 + y^2}\right)$$

$A_3\bigcirc$ **Determinare il campo di definizione D di F**

$B_4\bigcirc$ **Stabilire se F è conservativo in D**

$C_3\bigcirc$ **Calcolare il flusso del campo F attraverso la superficie laterale del cilindro $C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R} \quad : \quad 1 \leq x^2 + y^2 \leq 2 \ , \quad |z| \leq 1\}$**

$D_5\bigcirc$ **Calcolare il flusso del campo F attraverso le superfici di base del cilindro.**

135

Scrivere le componenti di un campo vettoriale in $\mathbb{R}^3$ generato da una forza diretta verso l'asse z avente intensità $f(x, y, z)$

$B_2\bigcirc$ **Scrivere le componenti di un campo vettoriale in $\mathbb{R}^3$ generato da una forza diretta verso l'asse z avente intensità proporzionale alla distanza dall'origine degli assi.**

$C_2\bigcirc$ **Calcolare il flusso Φ_n del campo vettoriale trovato attraverso una corona sferica S_n delimitata dalle sfere di raggio $1/n$ ed 1.**

$D_4\bigcirc$ **Calcolare**

$$\lim \Phi_n$$

$E_4\bigcirc$ **Verificare il teorema della divergenza relativamente a S_n**

136

Si consideri il campo vettoriale

$$F(x, y) = \left(\frac{y}{x^2 + y^2} + 2x, \frac{-x}{x^2 + y^2}\right)$$

$E_1\bigcirc$ **Determinare l'insieme I di definizione del campo F.**

$F_2\bigcirc$ **Verificare che F è chiuso in I.**

$G_3\bigcirc$ **Stabilire se il campo F è conservativo in $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y > 0\}$, giustificando brevemente la risposta.**

$H_3\bigcirc$ **Stabilire se F è conservativo in A, ed in caso affermativo trovarne un potenziale**

$I_3\bigcirc$ **Stabilire se F è conservativo in I, ed in caso affermativo trovarne un potenziale**

$J_3\bigcirc$ **Calcolare $\int_\gamma F$ dove γ è l'arco di circonferenza di centro l'origine e raggio $\sqrt{2}$ compreso, nell'ordine, tra i punti $(1, 1)$ e $(-1, 1)$, giustificando brevemente le affermazioni.**

137

Si consideri, nel piano (x, z), la circonferenza di centro $(2, 3)$ e raggio 1, e sia S la superficie ottenuta ruotando tale circonferenza di un giro completo attorno all'asse z.

$A_2\bigcirc$ **Determinare una parametrizzazione di S.**

$B_2\bigcirc$ **Calcolare la massa di S, supponendo la sua densità superficiale proporzionale alla distanza dal piano $z = 0$.**
Si consideri il campo vettoriale

$$F(x, y) = \left(\frac{ax}{x^2 + 2y^2 - 1}, \frac{2y + b}{x^2 + 2y^2 - 1} \right)$$

$C_1\bigcirc$ **Stabilire per quali $a, b \in \mathbf{R}$ il campo è chiuso.**

$D_1\bigcirc$ **Calcolare, per gli a e b determinati al punto c), il lavoro fatto dal campo F lungo la curva di equazione**

$$\begin{cases} x(t) = 10 + t \cos t \\ y(t) = t \sin t \end{cases} \qquad t \in [0, 2\pi]$$

$E_1\bigcirc$ **Sempre con gli a e b trovati al punto c), determinare, se esistono, tutti i potenziali di F.**

138

Si consideri il campo vettoriale di componenti

$$F(x, y, z) = (x, y, 0)$$

ed il solido T generato dalla rotazione di 2π attorno all'asse z dell'insieme

$$D = \{(x, z) \in \mathbb{R}^2 \ : \ 0 \le z \le 1, \ 0 \le x \le 2 - z\}$$

$F_3\bigcirc$ **Stabilire se F è conservativo, precisandone il campo di definizione.**

$G_3\bigcirc$ **Calcolare ove esistono tutti i potenziali di F**

$H_3\bigcirc$ **Calcolare il flusso di F attraverso la superficie frontiera di T.**

$I_3\bigcirc$ **Calcolare il flusso di F attraverso le circonferenze definite da**

$$\{z = 0 \ \ x^2 + y^2 = 4\} \qquad \{z = 1 \ \ x^2 + y^2 = 1\}$$

H_3○ **Calcolare il flusso di F attraverso la superficie generata dalla rotazione attorno all'asse z della curva**

$$x = 2 - z \qquad 0 \leq z \leq 1$$

139

Si consideri il campo vettoriale di componenti

$$F(x, y) = \left(\frac{bx}{ax^2 + y^2 + 1}, \frac{y}{ax^2 + y^2 + 1} \right)$$

F_3○ **Determinare il campo di definizione di F e stabilire se F è conservativo, al variare di $a, b \in \mathbb{R}$,**

G_3○ **Calcolare ove esistono tutti i potenziali di F**

H_3○ **Disegnare la curva γ di equazioni parametriche**

$$\begin{cases} x(t) = \sqrt{2} \cos^3 t \\ y(t) = \sin t \end{cases} \qquad t \in [0, \pi]$$

I_3○ **Calcolare $\int_\gamma F$**

H_3○ **Calcolare, usando il teorema di Stokes,**

$$\int\int_D \frac{2xy}{(x^2 + y^2 + 1)^2} dxdy$$

ove $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \quad 4x^2 + 4y^2 \leq 1 \quad x \geq 0 \quad y \geq 0\}$

140

Si consideri la forma differenziale

$$\omega_1 = \frac{\alpha x^2 + \beta y}{x^2 - y^2 - 1} dx + \frac{\alpha y^2 + \beta x}{x^2 - y^2 - 1} dy$$

A_3○ **Determinare al variare di $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, il campo di definizione di ω_1 precisando se è semplicemente connesso.**

B_4○ **Stabilire per quali $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, ω_1 è una forma chiusa.**

C_3○ **Stabilire per quali valori di $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, ω_1 è una forma esatta.**

D_5○ **Determinare, se ne esistono, tutte le primitive della forma ω_1**

141

Si consideri

$$V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 1 \geq z \geq x^2 + y^2, x \geq 0, y \geq 0\}$$

A_3○ **Scrivere le equazioni parametriche della frontiera ∂V di V.**

B_2○ **Calcolare il flusso del campo vettoriale $F = (0, 0, 1)$ attraverso la superficie ∂V**

C_3○ **Calcolare il flusso del campo vettoriale $F = (0, 0, 1)$ attraverso la superficie**

$$\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 1 = z \geq x^2 + y^2, x \geq 0, y \geq 0\}$$

D_2○ **Calcolare il flusso del campo vettoriale $F = (0, 0, 1)$ attraverso la superficie**

$$\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 1 \geq z = x^2 + y^2, x \geq 0, y \geq 0\}$$

Serie di Funzioni

142

Si consideri la serie

$$f(x) = \sum_{n=1}^{+\infty} \ln\left(1 + \frac{1}{n}\right) x^{n^2+2n}$$

A_2 ◯ **Determinare l'intervallo D in cui la serie converge**

B_2 ◯ **Studiare la convergenza della serie negli estremi di D**

C_3 ◯ **Approssimare la somma della serie calcolata nel primo estremo di D, a meno di $1/10$**

D_3 ◯ **Calcolare, dove esiste, la derivata di f.**
Si consideri la funzione definita da

$$f(z) = \sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{a^n + 1}{b^n}\right) \left(\frac{z^2 - 1}{z^2}\right)^n$$

A_3 ◯ **Stabilire se f è una serie di potenze ed, in caso affermativo, scriverne i coefficienti.**

B_3 ◯ **Stabilire se è possibile trovare una serie di potenze $g(z) = \sum b_n z^n$ tale che**

$$f(z) = g\left(\frac{z^2 - 1}{z^2}\right)$$

ed, in caso affermativo, scriverne i coefficienti.

C_3 ◯ **Determinare il raggio di convergenza di g.**

D_3 ◯ **Disegnare nel piano complesso l'insieme dove è definita f precisando il comportamento di f sulla frontiera di tale insieme.**

E_3 ◯ **Determinare, ove possibile, una espressione di f in termini di funzioni elementari.**

143

Si consideri la funzione definita da

$$f(z) = \sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{a^n + 1}{b^n}\right) \left(\frac{z^2 - 1}{z^2}\right)^n$$

A_3 ◯ **Stabilire se f è una serie di potenze ed, in caso affermativo, scriverne i coefficienti.**

B_3 ◯ **Stabilire se è possibile trovare una serie di potenze $g(z) = \sum b_n z^n$ tale che**

$$f(z) = g\left(\frac{z^2 - 1}{z^2}\right)$$

ed, in caso affermativo, scriverne i coefficienti.

C_3◯ **Determinare il raggio di convergenza di g.**

D_3◯ **Disegnare nel piano complesso l'insieme dove è definita f precisando il comportamento di f sulla frontiera di tale insieme.**

E_3◯ **Determinare, ove possibile, una espressione di f in termini di funzioni elementari.**

144

Si consideri la funzione definita da

$$f(z) = \sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{z-1}{z+1} \right)^{2n}$$

A_3◯ **Stabilire, nel campo complesso, l'insieme di definizione D della serie.**

B_3◯ **Scrivere la serie che definisce $f'(z)$ e precisarne il campo di definizione**

C_4◯ **Determinare esplicitamente f (in termini di funzioni elementari)**

Serie di Potenze e di Taylor

145

Si consideri la serie di potenze

$$f(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} \Big(\ln(1 + e^{-n})\Big) x^{n!}$$

A_3◯ **Determinare il raggio di convergenza della serie data.**

B_3◯ **Precisare se la serie è convergente negli estremi dell'intervallo reale di convergenza.**

C_3◯ **Studiare la convergenza uniforme della serie precisando se è convergente su tutto il suo intervallo di convergenza reale**

D_3◯ **Determinare, nel piano complesso il cerchio di convergenza della serie data, precisando il suo comportamento sulla frontiera**

E_3◯ **Stabilire se la serie data è uniformemente o totalmente convergente su tutto il suo cerchio di convergenza, nel piano complesso.**

146

Si consideri la serie di potenze

$$f(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^{n!}}{n!}$$

E_5◯ **Determinare i coefficienti** a_n **della serie di potenze e precisare se è vero che** $\lim \frac{a_{n+1}}{a_n}$ **fornisce il raggio di convergenza della serie**

F_5◯ **Trovare il raggio di convergenza** R **della serie**

G_5◯ **Stabilire se la serie data converge per** $x = R$

H_5◯ **Stabilire se la serie data converge per** $x = -R$

I_3◯ **Esprimere in serie di potenze**

$$F(x) = \int_0^x f(t)dt$$

precisando il raggio di convergenza dello sviluppo ottenuto

147

Si consideri la serie di potenze

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{2^n} \left(1 - \cos\frac{1}{n}\right)(x+1)^n$$

E_3○ **Determinare il raggio di convergenza della serie giustificando brevemente le affermazioni**

F_3○ **Provare che per $x = -3$ la serie data è convergente**

G_4○ **Determinare gli insiemi in cui la serie converge puntualmente, assolutamente, uniformemente.**

H_5○ **Approssimare a meno di** $.1$

$$\int_{-2}^{-1} \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(x+1)^n}{2^n} \left(1 - \cos\frac{1}{n}\right)$$

148

Si consideri la serie

$$h(x) = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{x^{n-1}}{n(n+1)}$$

A_3○ **Dopo aver stabilito che si tratta di una serie di potenze e averne determinato centro e coefficienti, calcolarne il raggio di convergenza.**

B_3○ **Trovare $f_n(x)$ tale che $f_n''(x) = x^{n-1}$**

C_3○ **Determinare $g(x)$ in modo che**

$$\frac{x^{n-1}}{n*(n+1)} = g(x) f_n(x)$$

D_3○ **Calcolare la somma della serie $\sum_{n=1}^{+\infty} f_n''(x)$**

E_3○ **Calcolare la somma della serie data $h(x)$**

149

Si consideri la serie di potenze definita da

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{z^n}{n^3+n}$$

A_3○ **Determinarne il raggio di convergenza e disegnare nel piano complesso il cerchio di convergenza.**

B_3○ **Precisare se la serie converge negli estremi dell'intervallo di convergenza reale.**

C_4○ **Disegnare il grafico della somma della serie sul suo intervallo di convergenza reale**
Si consideri poi

$$f(x) = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(x-x^2)^n}{n^3+n}$$

D_2○ **Stabilire dove f è continua, dove è derivabile e disegnare il grafico della somma della serie.**

150

Si consideri la serie di potenze definita da

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{z^n}{\sqrt{n^2+1}}$$

A_3◯ **Determinarne il raggio di convergenza e disegnare nel piano complesso il cerchio di convergenza.**

B_3◯ **Precisare se la serie converge negli estremi dell'intervallo di convergenza reale.**
Si consideri poi

$$f(x) = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{e^{nx}}{\sqrt{n^2+1}}$$

C_4◯ **studiare il campo di definizione di f la sua continuità e la sua derivabilità**

151

Si consideri la serie di potenze definita da

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(z-1)^n}{\ln(n^2+1)}$$

A_3◯ **Determinarne il raggio di convergenza e disegnare nel piano complesso il cerchio di convergenza.**

B_3◯ **Precisare se la serie converge negli estremi dell'intervallo di convergenza reale.**
Si consideri poi

$$f(x) = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(\sin(x))^n}{2^n \ln(n^2+1)}$$

C_4◯ **studiare il campo di definizione di f, la sua continuità e la sua derivabilità**

152

Si consideri la funzione definita da

$$f(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} (8^n + 2^n)(x-3)^{3n}$$

A_2◯ **Determinare il raggio di convergenza R della serie che definisce f e l'insieme di definizione D di f**

B_2◯ **Stabilire se f è definita agli estremi dell'intervallo di convergenza.**

C_2◯ **Calcolare $f(3-\frac{1}{4})$ con un errore inferiore a $\frac{1}{100}$**

153

Si consideri la funzione

$$f(x,y) = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(x-y)^n}{(n-1)}$$

A_3○ **Disegnare il campo di definizione di f.**

B_3○ **Stabilire dove f è continua**

C_3○ **Stabilire dove f è differenziabile**

D_3○ **Tenendo conto dello sviluppo in serie di Taylor di $\ln t$, determinare un'espressione in termini di funzioni elementari di f**

E_3○ **Calcolare $f(0,1)$ a meno di $1/100$**

154

Si consideri la funzione definita da

$$f(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} (8^n + 2^n)(x-3)^{3n}$$

A_2○ **Determinare il raggio di convergenza R della serie che definisce f e l'insieme di definizione D di f**

B_2○ **Stabilire se f è definita agli estremi dell'intervallo di convergenza.**

C_2○ **Calcolare $f(3-\frac{1}{4})$ con un errore inferiore a $\frac{1}{100}$ $f(3-\frac{1}{4}) = \qquad \pm$**

155

Si consideri, nel campo complesso la serie di funzioni

$$f(z) = \sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{z-1}{z}\right)^n \frac{1}{(1+i)^n} \qquad z \in \mathbb{C}$$

E_3○ **Determinare l'insieme di convergenza D della serie assegnata**

F_3○ **Disegnare l'insieme di convergenza D della serie assegnata**

G_3○ **Determinare un insieme in cui la serie converga totalmente**

H_3○ **Studiare la convergenza della serie**

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{(1+i)^n}$$

I_3○ **Precisare la convergenza della serie di funzioni assegnata sulla frontiera di D**

156

Si consideri la funzione

$$f(x) = \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{e^{(x^2-3x+1)n}}{n}$$

E_3○ **Stabilire per quali valori di x è definita f e per quali valori di x è continua**

F_3○ **Stabilire per quali valori di x è derivabile e calcolarne la derivata**

G_3○ **Disegnare approssimativamente il grafico di f**

H_3○ **Studiare la serie**

$$g(z) = \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{z^n}{n} \qquad z \in \mathbb{C}$$

Disegnando il grafico della restrizione all'asse reale della serie stessa.

I_3○ **Esprimere f mediante funzioni elementari (eventualmente servendosi del punto precedente) e disegnare il grafico di f con precisione.**

157

Si consideri la serie

$$f(x) = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(n+h)!(n+k)!}{(\alpha n)!} x^n \qquad \alpha, h, k \in \mathbb{N}$$

A_3○ **Determinare il raggio di convergenza della serie per $\alpha = 2$**

B_4○ **Trovare il campo di definizione della funzione**

$$f\left(1 + \frac{1}{z}\right)$$

nel campo complesso e rappresentarlo nel piano complesso.

C_3○ **Determinare il raggio di convergenza della serie per $\alpha = 3$**

D_5○ **Determinare il raggio di convergenza della serie per $\alpha = 1$**

E_5○ **Calcolare, se esiste $f^{(5)}(0)$per $\alpha = 2$.**

158

Si consideri la serie

$$f(x) = \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right) z^n \qquad z \in \mathbb{C}$$

A_3○ **Determinare il raggio di convergenza della serie, precisando la convergenza sul bordo del cerchio di convergenza.**

B_4○ **Stabilire dove la serie è derivabile e calcolarne la derivata.**

C_3○ **Disegnare il grafico della restrizione della serie all'asse reale.**

D_5○ **Calcolare, se esiste,** $f(.5)$ **a meno di** $.01$

E_5○ **Determinare la somma della serie. Calcolare, se esiste,** $f(-1)$ **a meno di** $.01$

159

Si consideri la serie

$$f(x) = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{z^n}{n+n^2} \qquad z \in \mathbb{C}$$

A_3○ **Determinare il raggio di convergenza della serie.**

B_4○ **Determinare il comportamento della serie sulla circonferenza di convergenza.**

C_3○ **Trovare una espressione in termini di funzioni elementari della somma della serie.**

D_5○ **Calcolare, se esiste,** $f(-1)$ **a meno di** $1/10$

160

Si consideri la funzione definita da

$$f(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} (8^n + 2^n)(x-3)^{3n}$$

A_2○ **Determinare il raggio di convergenza** R **della serie che definisce** f **e l'insieme di definizione** D **di** f

B_2○ **Stabilire se** f **è definita agli estremi dell'intervallo di convergenza.**

C_2○ **Calcolare** $f(3-\frac{1}{4})$ **con un errore inferiore a** $\frac{1}{100}$
$f(3-\frac{1}{4}) = \qquad \pm$

Serie di Fourier

161

Si consideri la serie

$$f(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{\sin(2nx)}{n^2}$$

E_5◯ **Dimostrare che f converge totalmente su $\mathbb{R}$**

F_5◯ **Dimostrare che f è periodica e determinarne il periodo minimo.**

G_5◯ **Determinare lo sviluppo in serie di Fourier di f su $[0, 2\pi]$**

H_5◯ **Calcolare $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$ a meno di $.1$**

I_3◯ **Precisare se l'approssimazione ottenuta è per eccesso, per difetto e trovare con una cifra esatta $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$.**

162

Si consideri la funzione

$$f(x) = \sin^2(x)$$

E_3◯ **Disegnare il grafico di f e stabilire se f è sviluppabile in serie di Fourier su $[-\pi, \pi]$**

F_3◯ **Disegnare, ove possibile, il grafico della somma della serie di Fourier di f**

G_3◯ **Calcolare i coefficienti della serie di Fourier di f**

H_3◯ **Calcolare**

$$\int_{-\pi}^{\pi} f^2(x)dx$$

I_3◯ **Stabilire se è possibile sviluppare f in serie di soli seni su $[-\pi, \pi]$**

163

Si consideri la funzione $f(x) = (x-1)^2$, $x \in [0, 1]$

F_3◯ **Calcolare i coefficienti di Fourier dello sviluppo di f in serie di soli seni su $[-1, 1]$.**

G_3◯ **Disegnare il grafico della somma della serie che rappresenta lo sviluppo di Fourier di f in serie di soli seni su $[-1, 1]$**

H_3◯ **Disegnare il grafico della somma della serie che rappresenta lo sviluppo di Fourier di f in serie di soli coseni su $[-1, 1]$**

I_3◯ **Calcolare i coefficienti di Fourier dello sviluppo di f su $[0, 2]$.**

H_3◯ **Calcolare la media quadratica di f su $[-1, 1]$**

Varie

164

Si consideri l'equazione differenziale

$$y''(x) - xy(x) = 0$$

A_2◯ **Calcolare $y''(0)$ per ogni soluzione dell'equazione data**

B_4◯ **Detti $y(0) = a$ e $y'(0) = b$, determinare una formula di ricorrenza per i coefficienti a_n di una serie di potenze centrata in $x_0 = 0$ che sia soluzione dell'equazione data.**

C_3◯ **Per i casi $a = 1$ $b = 0$ e $a = 0$ $b = 1$, determinare le formule di ricorrenza per b_n e c_n in modo che le corrispondenti soluzioni si possano scrivere nella forma $\sum b_n x^{3n}$ e $\sum c_n x^{3n+1}$, precisando la relazione tra a_n b_n e c_n.**

D_3◯ **Determinare il raggio di convergenza delle serie trovate**

E_3◯ **Scrivere l'integrale generale dell'equazione data**

165

Si consideri l'equazione

$$y'(x) = xy(x) - \int_0^x y(t)dt$$

A_3◯ **Determinare i coefficienti a_n delle serie di potenze di x che risolvono l'equazione data**

B_4◯ **Determinare il raggio di convergenza di tali serie**

C_3◯ **Verificare che le soluzioni dell'equazione data formano uno spazio vettoriale e determinarne la dimensione**

D_5◯ **Determinare una base dell'insieme dello spazio vettoriale delle soluzioni**

E_5◯ **Trovare, se esiste una soluzione tale che $y^{(4)}(0) = 0$**

166

Si consideri il problema di trovare f tale che

$$f'(x) = x\int_0^x f(t)dt$$

F_3◯ **Determinare tutte le serie di potenze centrate in $x_0 = 0$ che risolvono il problema dato**

G_4◯ **Determinare il raggio di convergenza delle serie trovate al punto precedente**

H_4◯ **Stabilire se formano uno spazio vettoriale e trovarne la dimensione**

I_4◯ **Determinare la soluzione tale che** $f(0) = 0$

167

Si consideri l'equazione differenziale

$$y''(x) - x^2y(x) = 0$$

A_3◯ **Studiare esistenza ed unicità della soluzione al variare dei dati iniziali** $y(x_0) = y_0$ **,** $y'(x_0) = y_1$**.**

B_4◯ **Determinare una serie di potenze centrata in** $x = 0$ **che soddisfi l'equazione data e sia tale che** $y(0) = 0$ **,** $y'(0) = 1$**.**

C_4◯ **Determinare la serie di Taylor della soluzione dell'equazione tale che** $y(0) = 0$ **,** $y'(0) = 1$**.**

C_4◯ **Scrivere il polinomio di Taylor di grado** 4 **della soluzione dell'equazione tale che** $y(0) = 0$ **,** $y'(0) = 1$**.**

168

Si consideri l'equazione differenziale lineare

$$y''(x) + y(x) = 0$$

A_3◯ **Determinare la serie di potenze centrata in** 0 **soluzione dell'equazione data tale che** $y(0) = 0$ **ed** $y'(0) = 1$**.**

B_4◯ **Determinare la serie di potenze centrata in** 0 **soluzione dell'equazione data tale che** $y(0) = 1$ **ed** $y'(0) = 0$**.**

C_4◯ **Determinare tutte le serie di potenze centrate in** 0 **soluzioni dell'equazione data.**

D_4◯ **Determinare la serie di potenze centrata in** 0 **soluzione dell'equazione**

$$y''(x) + y(x) = x$$

169

Si consideri l'equazione differenziale lineare

$$y''(x) - y(x) = 0$$

A_3◯ **Determinare la serie di potenze centrata in** 0 **soluzione dell'equazione data tale che** $y(0) = 0$ **ed** $y'(0) = 1$**.**

B_4◯ **Determinare la serie di potenze centrata in** 0 **soluzione dell'equazione data tale che** $y(0) = 1$ **ed** $y'(0) = 0$**.**

C_4◯ **Determinare tutte le serie di potenze centrate in** 0 **soluzioni dell'equazione data.**

D_4◯ **Determinare la serie di potenze centrata in** 0 **soluzione dell'equazione**

$$y'''(x) - y'(x) = 0$$

170

Si consideri il problema

$$\begin{cases} xy'(x) = y(x) + e^x - 1 + x \\ y(0) = \gamma \\ y'(0) = \delta \end{cases}$$

A_2◯ **Determinare, al variare di γ e δ le soluzioni sviluppabili in serie di potenze di centro 0, precisandone il dominio.**
Si consideri la funzione

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^{3n}}{2+\sqrt{n}}$$

B_2◯ **Determinare il dominio di f.**

C_1◯ **Determinare un numero razionale che approssimi $f(2.1)$ a meno di 10^{-6}**

171

Si consideri l'equazione differenziale

$$y''(x) = y'(x) + xy(x) + f(x)$$

dove f è una funzione continua con la sua derivata prima su $\mathbb{R}$.

A_3◯ **Stabilire esistenza ed unicità della soluzione del problema di Cauchy associato all'equazione data e ai dati iniziali $y(0) = a$ $y'(0) = b$**

B_3◯ **Per $f(x) = 0$, trovare per serie la soluzione del problema di Cauchy associato all'equazione data e ai dati iniziali $y(0) = 0$ $y'(0) = 1$**

C_3◯ **Per $f(x) = 0$, trovare per serie la soluzione del problema di Cauchy associato all'equazione data e ai dati iniziali $y(0) = 1$ $y'(0) = 0$**

D_3◯ **Per $f(x) = x^2$, determinare tutte le soluzioni di tipo polinomiale dell'equazione data**

E_3◯ **Per $f(x) = x^2$, determinare tutte le soluzioni dell'equazione data**

172

Si consideri

$$y''(x) = xy(x) - x^2$$

A_4◯ **Studiare l'esistenza delle soluzioni dell'equazione differenziale.**

B_3◯ **Determinare, per serie, la soluzione dell'equazione omogenea associata tale che $y(0) = 0$ e $y'(0) = 1$**

C_3◯ **Determinare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea precisandone il dominio**

D_5◯ **Determinare un polinomio di secondo grado che risolve l'equazione completa e scriverne l'integrale generale**

173

Si consideri la funzione definita dalla serie

$$y(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{n!}$$

A_2○ **Determinare l'insieme su cui y è definita continua e derivabile 2 volte**

B_2○ **calcolare su tale insieme $y'(x)$ ed $y''(x)$**

C_2○ **Verificare che**

$$y'(x) = -2xy(x)$$

D_2○ **Calcolare $y(1/2)$ a meno di $1/100$**

E_2○ **Esprimere y in termini di funzioni elementari.**

174

Si consideri la funzione definita dalla serie

$$y(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n \frac{x^{(2^n)}}{n^2}$$

A_2○ **Determinare l'insieme su cui y è definita continua e derivabile 2 volte**

B_2○ **calcolare su tale insieme $y'(x)$ ed $y''(x)$**

C_2○ **Calcolare $y(1/2)$ a meno di $1/100$**

175

Equazioni Differenziali

176

Si consideri il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''(x) = y'(x) + 2y(x)y'(x) \\ y(0) = a \\ y'(0) = b \end{cases}$$

A_3◯ **Discutere esistenza ed unicità delle soluzione, al variare di** $a, b \in \mathbb{R}$

B_2◯ **Determinare tutte le soluzioni del problema quando** $b = 0$**.**

C_2◯ **Determinare la soluzione del problema per** $b = -4$ **e** $a = 1$**.**

D_4◯ **Determinare la soluzione del problema per** $b = 13$ **e** $a = 1$**.**

E_4◯ **Precisare il campo di definizione delle soluzioni trovate discutendone la prolungabilità.**

177

Si consideri il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = \dfrac{\sin(xy)}{\sqrt{1 + x^2 + y^2}} \\ y(0) = k \end{cases}$$

F_3◯ **Stabilire per quali** k **esiste un'unica soluzione e giustificare brevemente le affermazioni**

G_2◯ **Precisare l'insieme di definizione della soluzione del problema di Cauchy al variare di** k**.**

H_3◯ **Calcolare** $y''(x)$

I_2◯ **Disegnare il grafico locale della soluzione** y **del problema per** $k = 1$

J_3◯ **Scrivere i primi due vertici della poligonale di Eulero, (escluso il punto iniziale)**

K_2◯ **Scrivere il polinomio di McLaurin di secondo grado della soluzione** y **per** $k = 1$

178

Si consideri il problema di Cauchy

$$\begin{cases} x^2 y''(x) - 3xy'(x) + 4y(x) = 0 \\ y(1) = 1 \\ y'(1) = k \end{cases}$$

E_3◯ **Stabilire per quali valori di** k **esiste un'unica soluzione del problema assegnato**

F_3○ **Determinare tutte le soluzioni dell'equazione differenziale relativa al problema assegnato, definite per $x > 0$.**

G_3○ **Determinare tutte le soluzioni dell'equazione differenziale relativa al problema assegnato, definite per $x \in \mathbb{R}$.**

H_3○ **Determinare tutte le soluzioni del problema assegnato, per $k = 1$ precisandone l'insieme di definizione.**

I_3○ **Determinare tutte le soluzioni dell'equazione differenziale**

$$x^2y''(x) - 3xy'(x) + 4y(x) = -2x$$

definite per $x < 0$.

179

Si consideri il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''(x) + \sin y(x) = 0 \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$

E_3○ **Studiare esistenza ed unicità in grande della soluzione del problema di Cauchy assegnato**

F_3○ **Disegnare il grafico della soluzione del problema assegnato.**

G_3○ **Studiare il problema della prolungabilità della soluzione a tutto $\mathbb{R}$**

H_3○ **Determinare la soluzione z del problema**

$$\begin{cases} z''(x) + z(x) = 0 \\ z(0) = 1 \\ z'(0) = 0 \end{cases}$$

I_3○ **Determinare il polinomio di Taylor di $y(x) - z(x)$ del terzo ordine centrato in $x = 0$ e stimare la differenza $y(x) - z(x)$ vicino a 0.**

180

Si consideri la funzione

$$g(x) = \int_0^{+\infty} e^{-a^2t}\cos(t - x)dt$$

A_3○ **Determinare il campo di definizione di g**

B_3○ **Studiare continuità e derivabilità di g e calcolare, ove esiste, g'.**

C_3○ **Integrare per parti g' e ricavare g' in funzione di g**

D_3○ **Calcolare $g(0)$**

E_3○ **Scrivere un problema di Cauchy che identifichi g e determinarne una espressione esplicita.**

181

Si consideri la funzione

$$\begin{cases} \dfrac{x\arctan(y)}{x^2+y^2} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

A_3○ **Stabilire se f è continua in $(0,0)$**

B_3○ **determinare l'insieme in cui f è differenziabile, giustificando brevemente la risposta**
Si consideri poi il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = f(x, y(x)) \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$$

C_3○ **Stabilire per quali (x_0, y_0) esiste una ed una sola soluzione dell'equazione data, giustificando brevemente la risposta.**

D_3○ **Calcolare $y''(x)$**

E_3○ **Disegnare il grafico locale della soluzione per $x_0 = 1$ $y_0 = 1$.**

182

Si consideri il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''(x) = \dfrac{y'(x)}{1+y(x)} \\ y(0) = y_0 \quad , \quad y'(0) = y_1 \end{cases}$$

A_3○ **Studiare esistenza ed unicità della soluzione determinando eventuali soluzioni costanti**

B_4○ **Scrivere un problema del primo ordine equivalente al problema dato.**

C_3○ **Disegnare il grafico della soluzione del problema dato per $y_1 > 0$, $y_0 > -1$.**

D_5○ **Provare che se y è soluzione dell'equazione data, anche $z(x) = -2 - y(-x)$ risolve la stessa equazione**

E_5○ **Disegnare tutte le soluzioni dell'equazione data**

183

Si consideri il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''(x) = y'(x)\sin y(x) \\ y(2) = \dfrac{5\pi}{2} \\ y'(2) = 1 \end{cases}$$

A_3○ **Studiare esistenza ed unicità della soluzione del problema dato**

B_4○ **Trovare la soluzione del problema dato precisandone il campo di definizione.**

C_3○ **Disegnare il grafico della soluzione del problema dato.**

D_5○ **Scrivere un sistema differenziale del primo ordine equivalente a problema dato**

E_5○ **Trovare il polinomio di Taylor di ordine 3 della soluzione del problema dato centrato in $x_0 = 0$.**

184

Si consideri la successione di problemi di Cauchy

$$\begin{cases} ny_n''(x) - y_n(x) = n \\ y_n(0) = 0 \\ y_n'(0) = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} y_0''(x) = 1 \\ y_0(0) = 0 \\ y_0'(0) = 0 \end{cases}$$

A_3○ **Studiare esistenza ed unicità della soluzione dei problemi dati**

B_4○ **Trovare la soluzione dei problemi dati precisandone il campo di definizione.**

C_3○ **Disegnare il grafico delle soluzioni dei problemi dati.**

D_5○ **Verificare che y_n converge ad y_0**

E_5○ **Stabilire se e dove y_n converge uniformemente ad y_0.**

185

Si consideri l'equazione differenziale

$$\begin{cases} (y''(x))^2 = 1 + (y'(x))^2 \\ y(0) = y_0 \\ y'(0) = y_1 \end{cases}$$

A_3○ **Studiare esistenza ed unicitá locale della soluzione di un problema di Cauchy.**

B_3○ **Studiare esistenza ed unicitá globale della soluzione di un problema di Cauchy.**

C_3○ **Determinare l'inversa delle soluzioni convesse dell'equazione che corrispondono ad $y_0 > 0$.**

D_3○ **Determinare l'inversa delle soluzioni concave dell'equazione che corrispondono ad $y_0 > 0$.**

E_3○ **Determinare l'inversa delle soluzioni convesse dell'equazione che corrispondono ad $y_0 < 0$.**

F_3○ **Determinare l'inversa delle soluzioni concave dell'equazione che corrispondono ad $y_0 < 0$.**

186

Si consideri la funzione

$$y(x) = \int_0^{+\infty} e^{-t} \sin(x - t) dt$$

F_3○ **Stabilire dove f è definita e continua, giustificando la risposta.**

G_3○ **Stabilire dove f è derivabile, giustificando la risposta.**

H_3○ **Calcolare $y'(x)$ e, integrando per parti esprimere y' in funzione di y.**

I_3○ **Calcolare $y(0)$.**

H_3○ **Scrivere un problema di Cauchy la cui soluzione sia y e determinare y mediante funzioni elementari.**

187

Si consideri il problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'(x) = xy(x) + g(x)y^3(x) \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$$

essendo g continua su $\mathbb{R}$.

F_3○ **Studiare esistenza ed unicità della soluzione del problema dato.**

G_3○ **Risolvere il problema dato in corrispondenza dei dati iniziali $x_0 = 0$, $y_0 = 1$.**

H_3○ **Disegnare il grafico della soluzione del problema dato per $g(x) = 0$ in corrispondenza dei dati iniziali $x_0 = 0$, $y_0 = 1$.**

I_3○ **Risolvere il problema dato in corrispondenza dei dati iniziali $x_0 = 0$, $y_0 = a$.**

H_3○ **Se $g(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} nx^n$, scrivere lo sviluppo di McLaurin di grado 3 della soluzione y del problema di Cauchy relativo ai dati iniziali $x_0 = 0$, $y_0 = 1$ con il resto nella forma di Peano.**

188

Si consideri l'equazione differenziale

$$y''(x) = e^{y(x)}$$

A_3○ **Stabilire esistenza ed unicità della soluzione del problema di Cauchy associato all'equazione data e ai dati iniziali $y(0) = a$ $y'(0) = b$**

B_3○ **Trovare la soluzione del problema di Cauchy associato all'equazione data e ai dati iniziali $y(0) = 0$ $y'(0) = 1$**

C_3○ **Trovare la soluzione del problema di Cauchy associato all'equazione data e ai dati iniziali $y(0) = 0$ $y'(0) = -1$**

D_3○ **Trovare la soluzione del problema di Cauchy associato all'equazione data e ai dati iniziali $y(0) = 0$ $y'(0) = 0$**

E_3○ **Disegnare il grafico della soluzione del problema di Cauchy associato all'equazione data e ai dati iniziali $y(0) = 0$ $y'(0) = 0$**

189

Si consideri l'equazione differenziale

$$y''(x) = y'(x) + xy(x) + f(x)$$

dove f è una funzione continua con la sua derivata prima su $\mathbb{R}$.

A_3○ **Stabilire esistenza ed unicità della soluzione del problema di Cauchy associato all'equazione data e ai dati iniziali $y(0) = a$ $y'(0) = b$**

B_3○ **Per $f(x) = 0$, trovare per serie la soluzione del problema di Cauchy associato all'equazione data e ai dati iniziali $y(0) = 0$ $y'(0) = 1$**

C_3○ **Per $f(x) = 0$, trovare per serie la soluzione del problema di Cauchy associato all'equazione data e ai dati iniziali $y(0) = 1$ $y'(0) = 0$**

D_3○ **Per $f(x) = x^2$, determinare tutte le soluzioni di tipo polinomiale dell'equazione data**

E_3○ **Per $f(x) = x^2$, determinare tutte le soluzioni dell'equazione data**

190

Si consideri il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y(x)y''(x) = 2(y'(x))^2 \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = a \end{cases}$$

A_2○ **Studiarne l'esistenza e l'unicità della soluzione al variare di $a \in \mathbb{R}$.**

B_2○ **Nel caso $a = 0$ determinare tutte le soluzioni del problema, precisandone il dominio.**

C_1○ **Nel caso $a = 1$ determinare tutte le soluzioni del problema, precisandone il dominio.**
Si consideri il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = \dfrac{xy(x) + y^2(x) + x^2}{x^2} \\ y(1) = 1 \end{cases}$$

D_4t○ **Determinarne tutte le soluzioni, precisandone il dominio.**

191

Si consideri il problema di Cauchy

$$\begin{cases} (1 - x)y'(x) = y(x) \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

e sia

$$y(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} a_n x^n$$

D_2○ **Determinare una legge di ricorrenza per i coefficienti a_n in corrispondenza della quale y sia soluzione del problema dato**

E_2○ **Determinare esplicitamente y**

192

Si consideri il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''(x) = y^4(x) \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = k \end{cases}$$

F_3 ◯ **Studiare esistenza ed unicità della soluzione del problema**

G_3 ◯ **Disegnare il grafico della soluzione per** $k = 0$

H_3 ◯ **Disegnare il grafico della soluzione per** $k = 1$

I_3 ◯ **Disegnare il grafico della soluzione al variare di** k

I_3 ◯ **Verificare che se** y **risolve il problema dato, allora** $z(x) = y(x+3)$ **è soluzione del problema**

$$\begin{cases} z''(x) = z^4(x) \\ z(-3) = 1 \\ z'(-3) = k \end{cases}$$

193

Si consideri l'equazione

$$y''' + (y'')^2 = 0$$

A_4 ◯ **Stabilire esistenza ed unicita' per le soluzioni di un problema di Cauchy associato all'equazione data**

B_3 ◯ **Determinare tutte le soluzioni dell'equazione**

C_3 ◯ **Trovare le soluzioni tali che** $y(0) = 0$ **ed** $y'(0) = 1$

D_5 ◯ **Trovare le soluzioni tali che** $y(0) = 0$ **ed** $y'(0) = 0$**,** $y''(0) = 0$

194

Si consideri il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''(x) = 1 + y^4(x) \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = k \end{cases}$$

F_3 ◯ **Studiare esistenza ed unicità della soluzione del problema**

G_4 ◯ **Disegnare il grafico della soluzione per** $k = 0$

H_4 ◯ **Disegnare il grafico della soluzione per** $k = 1$

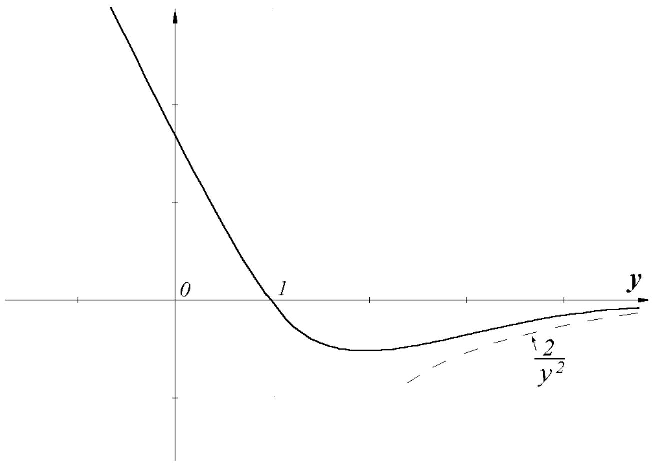
I_4 ◯ **Disegnare il grafico della soluzione al variare di** k

---

195

Si consideri il problema di Cauchy

$$\begin{cases} 2y''(x) = g(y(x)) \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$



dove g **è la funzione il cui grafico è indicato in figura.**
e l'area $\int_0^{+\infty} g(s)ds > 0$

A_2◯ **Disegnare il grafico di** $G(y) = \sqrt{\int_0^y g(t)dt}$**,**

B_2◯ **Disegnare il grafico di** $F(y) = \int_0^y \frac{1}{G(t)}dt$**,**

C_3◯ **Disegnare il grafico della soluzione del problema di Cauchy**

$$\begin{cases} y'(x) = G(y(x)) \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

D_3◯ **Disegnare il grafico della soluzione del problema di Cauchy dato**

196

Si consideri il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) + 2xy(x) + xy^2(x) = 0 \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$$

F_3◯ **Studiare esistenza ed unicità delle soluzioni del problema**

G_4◯ **Trovare la soluzione al variare di** x_0**,** y_0

H_4◯ **Disegnare il grafico della soluzione tale che** $y(0) = 1$

I_4◯ **Disegnare il grafico della soluzione tale che** $y(0) = 0$

197

Si consideri il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'''(x) = (y'(x))^2 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 \\ y''(0) = 1 \end{cases}$$

F_3◯ **Studiare esistenza ed unicità delle soluzioni del problema**

G_4◯ **Disegnare il grafico di** y'

H_4◯ **Disegnare il grafico della soluzione** y

198

Si consideri il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) + xy(x) + y^2(x) = 0 \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$$

F_3◯ **Studiare esistenza ed unicità delle soluzioni del problema**

G_4◯ **Trovare la soluzione al variare di** x_0**,** y_0

H_4◯ **Disegnare il grafico della soluzione tale che** $y(0) = 1$

I_4◯ **Disegnare il grafico della soluzione tale che** $y(0) = 0$

199

Si consideri il problema di Cauchy

$$\begin{cases} (x-1)^2 y''(x) + y(x) = 1 \\ y(x_0) = y_0 \\ y'(x_0) = y_1 \end{cases}$$

F_3◯ **Studiare esistenza ed unicità delle soluzioni del problema**

G_4◯ **Trovare le soluzioni per** $x_0 = 0$

H_4◯ **Trovare le soluzioni per** $x_0 = 2$

I_4◯ **Trovare le soluzioni per** $x_0 = 1$

200

Si consideri il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''(x) = (y'(x))^3 \ln(y(x) \\ y(0) = a \\ y'(0) = b \end{cases}$$

F_3◯ **Stabilire per quali** a, b **il problema ammette soluzioni e studiarne l'unicità**

G_4◯ **Disegnare il grafico della soluzione per** $a = 0$**,** $b = 1$

H_4◯ **Disegnare il grafico della soluzione per,** $b = 1$

201

Si consideri il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''(x) + (y'(x))^2 + (y(x) + 1)y'(x) = 0 \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = a \end{cases}$$

A_2◯ **Studiare esistenza ed unicità della soluzione al variare di** a

B_2◯ **Determinare la soluzione per** $a = 0$

C_2◯ **Disegnare il grafico della soluzione per** $a = \frac{1}{e} - 1$

202

Si consideri il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''(x) + (y(x))^4 + 1 = 0 \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = a \end{cases}$$

A_2 ◯ **Studiare esistenza ed unicità della soluzione al variare di** a

B_2 ◯ **Disegnare il grafico della soluzione per** $a = 1$

C_2 ◯ **Disegnare il grafico della soluzione per** $a = -1$

203

Si consideri l'equazione differenziale

$$y''(x) - xy(x) = 0$$

A_2 ◯ **Calcolare** $y''(0)$ **per ogni soluzione dell'equazione data**

B_4 ◯ **Detti** $y(0) = a$ **e** $y'(0) = b$**, determinare una formula di ricorrenza per i coefficienti** a_n **di una serie di potenze centrata in** $x_0 = 0$ **che sia soluzione dell'equazione data.**

C_3 ◯ **Per i casi** $a = 1$ $b = 0$ **e** $a = 0$ $b = 1$**, determinare le formule di ricorrenza per** b_n **e** c_n **in modo che le corrispondenti soluzioni si possano scrivere nella forma** $\sum b_n x^{3n}$ **e** $\sum c_n x^{3n+1}$**, precisando la relazione tra** a_n b_n **e** c_n**.**

D_3 ◯ **Determinare il raggio di convergenza delle serie trovate**

E_3 ◯ **Scrivere l'integrale generale dell'equazione data**

204

Si consideri l'equazione differenziale

$$2y''(x) = 1 - y^2(x)$$

F_3 ◯ **Discutere brevemente esistenza ed unicità delle soluzioni al variare dei dati iniziali**

G_3 ◯ **Determinare eventuali soluzioni costanti**

H_5 ◯ **Trovare la soluzione dell'equazione data tale che** $y(0) = -2$ **e** $y'(0) = 0$ **precisandone il campo di definizione.**

I_4 ◯ **Stabilire se tale soluzione è limitata e calcolarne eventuali massimi e minimi assoluti e relativi**

◯ **Determinare, se esistono, un maggiorante ed un minorante del campo di definizione della soluzione.**

205

Si consideri l'equazione differenziale

$$x^2y''(x) - 2xy'(x) + 2y(x) = 0$$

A_3◯ **Determinare tutte le soluzioni dell'equazione definite per $x > 0$.**

B_3◯ **Determinare tutte le soluzioni dell'equazione definite per $x < 0$.**

C_3◯ **Determinare, se esistono, tutte le soluzioni definite su tutto $\mathbb{R}$.**

D_3◯ **Stabilire se le soluzioni di cui ai punti precedenti formano uno spazio vettoriale ed in caso affermativo stabilirne la dimensione.**

E_3◯ **Trovare, se esistono, le soluzioni tali che $y(0) = 1$ e $y(1) = 0$.**

206

Si consideri l'equazione differenziale

$$(y''(x))^2 = 4y'(x)y(x)$$

A_3◯ **Determinare le soluzioni dell'equazione tali che $y(0) = k$, $y'(0) = 0$ e disegnarne il grafico.**

B_4◯ **Determinare tutte le soluzioni dell'equazione tali che $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$ e disegnarne il grafico.**

C_3◯ **Determinare tutte le soluzioni dell'equazione tali che $y(0) = 1$, $y'(0) = -1$ e disegnarne il grafico.**

D_5◯ **Studiare l'unicità della soluzione al variare dei valori iniziali.**

207

Si consideri l'equazione differenziale

$$xy''(x) + y(x) = 0$$

E_3◯ **Studiare esistenza e unicità della soluzione dell'equazione assegnata**

F_3◯ **Determinare, se esistono, le soluzioni dell'equazione che siano analitiche in 0**

G_3◯ **Determinare il raggio di convergenza della serie che rappresenta la soluzione.**

H_3◯ **Stabilire la dimensione dello spazio vettoriale delle soluzioni analitiche definite in un intorno di 0**

I_3◯

Determinare una soluzione analitica in 0 dell'equazione

$$xy''(x) + y(x) = \sin x$$

208

Si consideri l'equazione differenziale

=

$$y'''(x) + xy(x) = 0$$

E_3○ **Discutere esistenza ed unicità della soluzione dell'equazione data.**

F_3○ **Determinare la regola di ricorrenza cui deve soddisfare la successione a_n affinchè $y(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} a_n x^n$ sia soluzione dell'equazione data.**

G_3○ **Determinare quali condizioni deve soddisfare a_n affinchè**

$$y(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} a_n x^n$$

sia la soluzione dell'equazione data tale che $y(0) = 1$ $y'(0) = y''(0) = 0$.

H_3○ **Determinare esplicitamente a_{20}**

I_3○ **Provare che per ogni soluzione y dell'equazione data si ha**

$$y^{(19)}(0) = y^{(23)}(0) = 0$$

209

Si consideri l'equazione

$$x^2 y''(x) + xy'(x) + y(x) = x$$

C_3○ **Determinare tutte le soluzioni su $\mathbb{R}_+$ dell'equazione omogenea associata all'equazione data**

D_5○ **Determinare tutte le soluzioni su $\mathbb{R}_-$ dell'equazione omogenea associata all'equazione data**

E_3○ **Determinare tutte le soluzioni su $\mathbb{R}$ dell'equazione omogenea associata all'equazione data**

F_3○ **Determinare tutte le soluzioni su $\mathbb{R}_+$ dell'equazione data**

210

Si consideri l'equazione

$$y'(x) = xy(x) - \int_0^x y(t)dt$$

A_3○ **Determinare i coefficienti a_n delle serie di potenze di x che risolvono l'equazione data**

B_4○ **Determinare il raggio di convergenza di tali serie**

C_3○ **Verificare che le soluzioni dell'equazione data formano uno spazio vettoriale e determinarne la dimensione**

D_5○ **Determinare una base dell'insieme dello spazio vettoriale delle soluzioni**

E_5○ **Trovare, se esiste una soluzione tale che $y^{(4)}(0) = 0$**
Si consideri l'equazione differenziale

$$\begin{cases} (y''(x))^2 = 1 + (y'(x))^2 \\ y(0) = y_0 \\ y'(0) = y_1 \end{cases}$$

A_3○ **Studiare esistenza ed unicitá locale della soluzione di un problema di Cauchy.**

B_3○ **Studiare esistenza ed unicitá globale della soluzione di un problema di Cauchy.**

C_3○ **Determinare l'inversa delle soluzioni convesse dell'equazione che corrispondono ad** $y_0 > 0$.

D_3○ **Determinare l'inversa delle soluzioni concave dell'equazione che corrispondono ad** $y_0 > 0$.

E_3○ **Determinare l'inversa delle soluzioni convesse dell'equazione che corrispondono ad** $y_0 < 0$.

F_3○ **Determinare l'inversa delle soluzioni concave dell'equazione che corrispondono ad** $y_0 < 0$.

F_3○ **Disegnare il grafico di tutte le soluzioni dell'equazione data.**

G_3○ **Determinare lo sviluppo di Taylor di ordine** 3 **della soluzione convessa dell'equazione data che passa per il punto** $(0, 0)$ **con pendenza** 1

211

Si consideri il sistema di equazioni

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = x(t) + 2y(t) \\ \dot{y}(t) = 2x(t) + y(t) \end{cases}$$

H_3○ **Determinare tutte le soluzioni del sistema.**

I_3○ **Scrivere una matrice fondamentale del sistema.**

H_3○ **Disegnare le traiettorie del sistema che corrispondono ai dati iniziali**

$$\begin{cases} x(0) = 1 \\ y(0) = 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} x(0) = 1 \\ y(0) = -1 \end{cases}$$

.

212

Si consideri l'equazione differenziale

$$y''(x) = e^{y(x)}$$

A_3○ **Stabilire esistenza ed unicità della soluzione del problema di Cauchy associato all'equazione data e ai dati iniziali** $y(0) = a$ $y'(0) = b$

B_3○ **Trovare la soluzione del problema di Cauchy associato all'equazione data e ai dati iniziali** $y(0) = 0$ $y'(0) = 1$

C_3○ **Trovare la soluzione del problema di Cauchy associato all'equazione data e ai dati iniziali** $y(0) = 0$ $y'(0) = -1$

D_3◯ **Trovare la soluzione del problema di Cauchy associato all'equazione data e ai dati iniziali** $y(0) = 0$ $y'(0) = 0$

E_3◯ **Disegnare il grafico della soluzione del problema di Cauchy associato all'equazione data e ai dati iniziali** $y(0) = 0$ $y'(0) = 0$

213

Si consideri l'equazione differenziale

$$x^2y''(x) = xy'(x) + f(x)$$

A_3◯ **Per** $f(x) = 0$ **determinare tutte le soluzioni dell'equazione data definite per** $x < 0$

B_3◯ **Per** $f(x) = 0$ **determinare tutte le soluzioni dell'equazione data definite per** $x > 0$

C_3◯ **Per** $f(x) = 0$ **determinare tutte le soluzioni dell'equazione data definite per ogni** $x \in \mathbb{R}$

D_3◯ **Per** $f(x) = x$ **determinare tutte le soluzioni dell'equazione data definite per** $x > 0$

E_3◯ **Per** $f(x) = x$ **determinare tutte le soluzioni dell'equazione data definite per ogni** $x \in \mathbb{R}$

214

Si consideri l'equazione differenziale

$$2y''(x) - 1 + \frac{1}{2\sqrt{y(x)}} = 0$$

E_3◯ **Determinare le soluzioni dell'equazione data tali che** $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$

E_3◯ **Determinare le soluzioni dell'equazione data tali che** $y(0) = -1$, $y'(0) = 1$

F_3◯ **Determinare le soluzioni dell'equazione data tali che** $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$

G_6◯ **Determinare le soluzioni dell'equazione data tali che** $y(0) = 1$, $y'(0) = -1$

215

Si consideri l'equazione differenziale

$$y'''(x) + xy'(x) = x$$

E_3◯ **Determinare le soluzioni dell'equazione omogenea tali che** $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$, $y''(0) = 0$

F_3◯ **Determinare le soluzioni dell'equazione omogenea tali che** $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$, $y''(0) = 0$

G_3◯ **Determinare le soluzioni dell'equazione omogenea tali che** $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$, $y''(0) = 1$

H_3◯ **Determinare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea**

I_3‘◯ **Determinare tutte le soluzioni dell'equazione completa**

216

Si consideri l'equazione differenziale

$$y''(x) = y'(x)\left(\frac{y^2(x) - 1}{y^2(x)}\right)$$

A_2○ **Trovare, al variare di** a **la soluzione dell'equazione data corrispondente ai dati iniziali** $y(0) = a$**,** $y'(0) = 0$

B_2○ **Trovare la soluzione dell'equazione data corrispondente ai dati iniziali** $y(0) = 1$**,** $y'(0) = 2$
Si consideri l'equazione differenziale

$$x^2y''(x) - xy'(x) - 3y(x) = x$$

C_2○ **Determinare le soluzioni dell'equazione data definite su** $\mathbb{R}_+$

D_2○ **Determinare le soluzioni dell'equazione data definite su** $\mathbb{R}_-$

E_2○ **Determinare le soluzioni dell'equazione data definite su** $\mathbb{R}$

217

Si consideri l'equazione differenziale

$$x^2y''(x) + xy'(x) = x$$

A_3○ **Determinare le soluzioni dell'equazione data definite su** $\mathbb{R}_+$

B_3○ **Determinare le soluzioni dell'equazione data definite su** $\mathbb{R}_-$

C_4○ **Determinare le soluzioni dell'equazione data definite su** $\mathbb{R}$

218

Si consideri

$$x^2y''(x) + axy'(x) + by(x) = x^2 \log(1 - x)$$

A_4○ **Determinare** a, b **in modo che l'equazione omogenea associata abbia come soluzioni** x **ed** x^2**.**

B_3○ **Scrivere l'integrale generale dell'equazione omogenea associata precisandone il campo di definizione.**

C_3○ **Determinare una soluzione dell'equazione completa della forma** $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n x^n$

D_5○ **Scrivere l'integrale generale dell'equazione completa precisandone il campo di definizione.**

219

Si consideri

$$y''(x) = xy(x) - x^2$$

$A_4\bigcirc$ **Studiare l'esistenza delle soluzioni dell'equazione differenziale.**

$B_3\bigcirc$ **Determinare, per serie, la soluzione dell'equazione omogenea associata tale che $y(0) = 0$ e $y'(0) = 1$**

$C_3\bigcirc$ **Determinare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea precisandone il dominio**

$D_5\bigcirc$ **Determinare un polinomio di secondo grado che risolve l'equazione completa e scriverne l'integrale generale**

220

Si consideri

$$x^2y''(x) + 2y(x) = x$$

$A_4\bigcirc$ **Studiare l'esistenza delle soluzioni dell'equazione differenziale.**

$B_3\bigcirc$ **Determinare tutte le soluzioni definite su $\mathbb{R}_+$**

$C_3\bigcirc$ **Determinare tutte le soluzioni definite su $\mathbb{R}_-$**

$D_5\bigcirc$ **Determinare tutte le soluzioni definite su $\mathbb{R}$**

221

Si consideri l'equazione

$$y''' + (y'')^2 = 0$$

$A_4\bigcirc$ **Stabilire esistenza ed unicità per le soluzioni di un problema di Cauchy associato all'equazione data**

$B_3\bigcirc$ **Determinare tutte le soluzioni dell'equazione**

$C_3\bigcirc$ **Trovare le soluzioni tali che $y(0) = 0$ ed $y'(0) = 1$**

$D_5\bigcirc$ **Trovare le soluzioni tali che $y(0) = 0$ ed $y'(0) = 0$, $y''(0) = 0$**

222

Si consideri l'equazione differenziale

$$x^2y''(x) - 2xy'(x) + 2y(x) = x^4$$

$F_3\bigcirc$ **Determinare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata su $\mathbb{R}_+$**

$G_4\bigcirc$ **Determinare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata su $\mathbb{R}$**

$H_4\bigcirc$ **Determinare tutte le soluzioni dell'equazione su $\mathbb{R}_+$**

$I_4\bigcirc$ **Determinare tutte le soluzioni dell'equazione su $\mathbb{R}$**

223

Si consideri l'equazione differenziale

$$y''(x)\cos y(x) = (y'(x))^2 \sin y(x)$$

A_3◯ **Studiare esistenza ed unicità della soluzione al variare dei dati iniziali** $y(x_0) = y_0$, $y'(x_0) = y_1$**.**

B_4◯ **Disegnare il grafico della soluzione dell'equazione relativa ai dati iniziali** $x_0 = 0$, $y_0 = 0$, $y_1 = 1$

C_4◯ **Disegnare il grafico di una soluzione dell'equazione relativa ai dati iniziali** $x_0 = 0$, $y_0 = y_0$, $y_1 = 0$

D_4◯ **Disegnare il grafico di tutte le soluzioni dell'equazione tali che** $y(0) = 0$**.**

224

Si consideri l'equazione differenziale

$$\ln(y(x))y''(x) - \frac{1}{x}y^2(x) = 0$$

A_3◯ **Studiare esistenza ed unicità della soluzione al variare dei dati iniziali** $y(x_0) = y_0$, $y'(x_0) = y_1$**.**

B_4◯ **Disegnare il grafico della soluzione dell'equazione relativa ai dati iniziali** $x_0 = 0$, $y_0 = 0$, $y_1 = -1$

C_4◯ **Disegnare il grafico di tutte le soluzioni dell'equazione tali che** $y(0) = 0$**.**

225

Si consideri l'equazione differenziale

$$y''(x) - \frac{3}{2}y^2(x) = 0$$

A_3◯ **Studiare esistenza ed unicità della soluzione al variare dei dati iniziali** $y(x_0) = y_0$, $y'(x_0) = y_1$**.**

B_4◯ **Disegnare il grafico della soluzione dell'equazione relativa ai dati iniziali** $x_0 = 0$, $y_0 = 0$, $y_1 = -1$

C_4◯ **Disegnare il grafico della soluzione dell'equazione relativa ai dati iniziali** $x_0 = 0$, $y_0 = 0$, $y_1 = 0$

D_4◯ **Disegnare il grafico di tutte le soluzioni dell'equazione tali che** $y(0) = 0$**.**

226

Si consideri l'equazione differenziale

$$\sqrt{y(x)}y''(x) - \frac{1}{2\sqrt{y(x)}x}(y'(x))^2 = 0$$

A_3◯ **Studiare esistenza ed unicità della soluzione al variare dei dati iniziali** $y(x_0) = y_0$, $y'(x_0) = y_1$**.**

B_4◯ **Disegnare il grafico della soluzione dell'equazione relativa ai dati iniziali** $x_0 = 0$, $y_0 = 1$, $y_1 = 1$

$C_4\bigcirc$ **Disegnare il grafico di tutte le soluzioni dell'equazione tali che** $y(0) = 1$**.**

227

Si consideri l'equazione differenziale

$$y''(x) - y^2(x) = 0$$

$A_3\bigcirc$ **Studiare esistenza ed unicità della soluzione al variare dei dati iniziali** $y(x_0) = y_0$ **,** $y'(x_0) = y_1$**.**

$B_4\bigcirc$ **Disegnare il grafico della soluzione dell'equazione relativa ai dati iniziali** $x_0 = 0$**,** $y_0 = 0$**,** $y_1 = 1$

$C_4\bigcirc$ **Scrivere il Polinomio di Taylor di ordine** 3 **della soluzione dell'equazione relativa ai dati iniziali** $x_0 = 0$**,** $y_0 = 0$**,** $y_1 = 1$

228

Si consideri l'equazione differenziale

$$y''(x) - x^2y(x) = 0$$

$A_3\bigcirc$ **Studiare esistenza ed unicità della soluzione al variare dei dati iniziali** $y(x_0) = y_0$ **,** $y'(x_0) = y_1$**.**

$B_4\bigcirc$ **Determinare una serie di potenze centrata in** $x = 0$ **che soddisfi l'equazione data e sia tale che** $y(0) = 0$ **,** $y'(0) = 1$**.**

$C_4\bigcirc$ **Determinare la serie di Taylor della soluzione dell'equazione tale che** $y(0) = 0$ **,** $y'(0) = 1$**.**

$C_4\bigcirc$ **Scrivere il polinomio di Taylor di grado** 4 **della soluzione dell'equazione tale che** $y(0) = 0$ **,** $y'(0) = 1$**.**

229

Si consideri l'equazione differenziale

$$y''(x) - 1 + y^3(x) = 0$$

$A_3\bigcirc$ **Studiare esistenza ed unicità della soluzione al variare dei dati iniziali** $y(x_0) = y_0$ **,** $y'(x_0) = y_1$**.**

$B_4\bigcirc$ **Disegnare il grafico delle soluzioni tali che** $y'(0) = 0$**.**

$C_4\bigcirc$ **Disegnare il grafico delle soluzioni tali che** $y(0) = 0$**,** $y'(0) = 1$**.**

$C_4\bigcirc$ **Disegnare il grafico delle soluzioni tali che** $y(2) = 0$**,** $y'(2) = 1$**.**

230

Si consideri l'equazione differenziale

$$x^2y''(x) + y(x) = x$$

$A_3\bigcirc$ **Studiare esistenza ed unicità della soluzione al variare dei dati iniziali** $y(x_0) = y_0$ **,** $y'(x_0) = y_1$**.**

$B_4\bigcirc$ **Determinare tutte le soluzioni definite su** $x > 0$**.**

C_4○ **Determinare tutte le soluzioni definite su $x < 0$.**

D_4○ **Determinare tutte le soluzioni definite su $\mathbb{R}$.**

D_4○ **Scrivere un sistema differenziale del primo ordine equivalente all'equazione data e determinarne la matrice fondamentale su $x > 0$.**

231

Si consideri l'equazione differenziale

$$x^2y''(x) - 3xy'(x) + 3y(x) = x$$

A_3○ **Studiare esistenza ed unicità della soluzione al variare dei dati iniziali $y(x_0) = y_0$, $y'(x_0) = y_1$.**

B_4○ **Determinare tutte le soluzioni definite su $x > 0$.**

C_4○ **Determinare tutte le soluzioni definite su $x < 0$.**

D_4○ **Determinare tutte le soluzioni definite su $\mathbb{R}$.**

D_4○ **Scrivere un sistema differenziale del primo ordine equivalente all'equazione data e determinarne la matrice fondamentale su $x > 0$.**

232

Si consideri l'equazione differenziale lineare

$$y'(x) + xy(x) = f(x)$$

A_3○ **Determinare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata.**

B_4○ **Determinare tutte le soluzioni dell'equazione completa per $f(x) = x$.**

C_4○ **Determinare tutte le soluzioni dell'equazione completa.**

D_4○ **Determinare la soluzione dell'equazione completa per la quale $y(0) = 0$.**

233

Si consideri l'equazione differenziale lineare

$$y''(x) + y(x) = 0$$

A_3○ **Determinare la serie di potenze centrata in 0 soluzione dell'equazione data tale che $y(0) = 0$ ed $y'(0) = 1$.**

B_4○ **Determinare la serie di potenze centrata in 0 soluzione dell'equazione data tale che $y(0) = 1$ ed $y'(0) = 0$.**

C_4○ **Determinare tutte le serie di potenze centrate in 0 soluzioni dell'equazione data.**

D_4○ **Determinare la serie di potenze centrata in 0 soluzione dell'equazione**

$$y''(x) + y(x) = x$$

234

Si consideri l'equazione differenziale lineare

$$y''(x) - y(x) = 0$$

A_3○ **Determinare la serie di potenze centrata in 0 soluzione dell'equazione data tale che $y(0) = 0$ ed $y'(0) = 1$.**

B_4○ **Determinare la serie di potenze centrata in 0 soluzione dell'equazione data tale che $y(0) = 1$ ed $y'(0) = 0$.**

C_4○ **Determinare tutte le serie di potenze centrate in 0 soluzioni dell'equazione data.**

D_4○ **Determinare la serie di potenze centrata in 0 soluzione dell'equazione**

$$y'''(x) - y'(x) = 0$$

235

Si consideri l'equazione differenziale

$$x^2y''(x) + 2xy'(x) + y(x) = x$$

A_3○ **Determinare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata definite su $x > 0$**

B_4○ **Determinare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata definite su $x < 0$**

C_4○ **Determinare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea completa definite su $x > 0$**

D_4○ **Determinare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea completa definite su $x < 0$**

D_4○ **Determinare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea completa definite su $\mathbb{R}$**

236

Sia

$$\begin{cases} 2y''(x) = 4y^3(x) \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1 \end{cases}$$

A_3○ **Studiare esistenza ed unicità della soluzione del problema dato**

B_4○ **Sia z è tale che $z(y(x)) = y'(x)$; determinare le condizioni che z deve soddisfare affinchè y risolva il problema dato.**

C_4○ **Disegnare il grafico di z**

D_4○ **Disegnare il grafico di y**

237

Si consideri l'equazione differenziale

$$2y''(x) = 1 - y^2(x)$$

F_3○ **Discutere brevemente esistenza ed unicità delle soluzioni al variare dei dati iniziali**

G_3○ **Determinare eventuali soluzioni costanti**

H_5○ **Trovare la soluzione dell'equazione data tale che $y(0) = -2$ e $y'(0) = 0$ precisandone il campo di definizione.**

I_4○ **Stabilire se tale soluzione è limitata e calcolarne eventuali massimi e minimi assoluti e relativi**

○ **Determinare, se esistono, un maggiorante ed un minorante del campo di definizione della soluzione.**

238

Si consideri l'equazione differenziale

$$y''(x) \cos y(x) = (y'(x))^2 \sin y(x)$$

A_3○ **Studiare esistenza ed unicità della soluzione al variare dei dati iniziali $y(x_0) = y_0$, $y'(x_0) = y_1$.**

B_4○ **Disegnare il grafico della soluzione dell'equazione relativa ai dati iniziali $x_0 = 0$, $y_0 = 0$, $y_1 = 1$**

C_4○ **Disegnare il grafico di una soluzione dell'equazione relativa ai dati iniziali $x_0 = 0$, $y_0 = y_0$, $y_1 = 0$**

D_4○ **Disegnare il grafico di tutte le soluzioni dell'equazione tali che $y(0) = 0$.**

239

Si consideri l'equazione differenziale

$$\ln(y(x))y''(x) - \frac{1}{x}y^2(x) = 0$$

A_3○ **Studiare esistenza ed unicità della soluzione al variare dei dati iniziali $y(x_0) = y_0$, $y'(x_0) = y_1$.**

B_4○ **Disegnare il grafico della soluzione dell'equazione relativa ai dati iniziali $x_0 = 0$, $y_0 = 0$, $y_1 = -1$**

C_4○ **Disegnare il grafico di tutte le soluzioni dell'equazione tali che $y(0) = 0$.**