Analisi Matematica 1 (Modulo)

Prove Parziali

A.A. 1999/2008

Prima prova Parziale 21/10/1998

Si consideri l'insieme

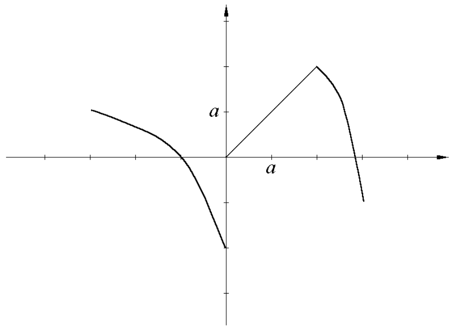
$$A = \left\{ \frac{1}{x^2+9} \quad , \quad x \in \mathbb{R} \right\}.$$

A_3◯ Determinare $\sup A$ e $\inf A$.

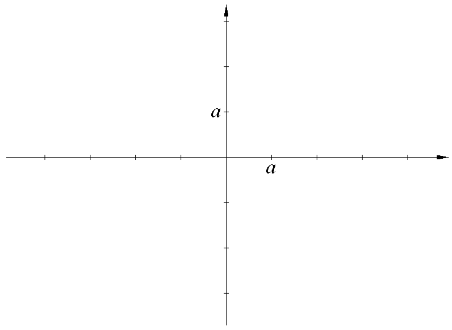
B_3◯ Determinare $\max A$ e $\min A$.
Dimostrare, usando il principio di induzione, che

$$\sum_{k=1}^{n} k^2 + 3k = \frac{(5+n)n(n+1)}{3}$$

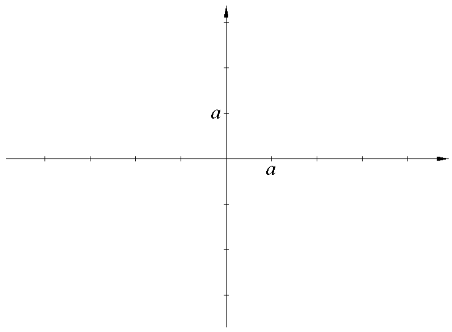
Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione il cui grafico è quello in figura:



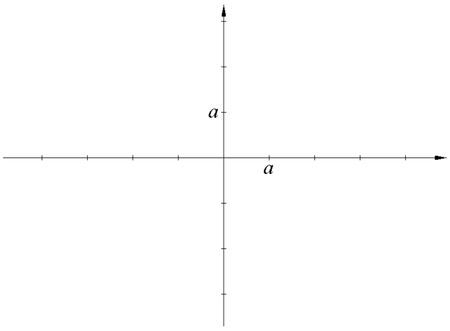
C_2◯ Disegnare il grafico di $f_1(x) = |f(x)|$



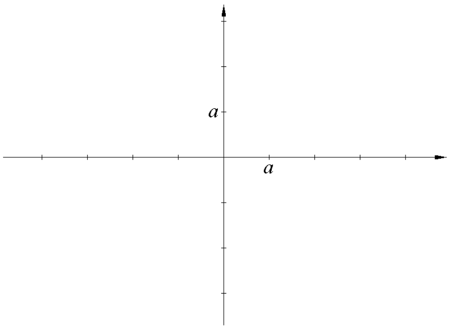
D_2◯ Disegnare il grafico di $f_2(x) = f(|x|)$



E_2 ◯ Disegnare il grafico di $f_3(x) = f(x+a)$



F_2 ◯ Disegnare il grafico di $f_4(x) = f(x) + a$



Seconda prova Parziale 27/11/2000

Si consideri la successione definita da

$$\begin{cases} a_{n+1} = 3 + \dfrac{a_n}{2} \\ a_0 = 3 \end{cases}$$

A_3 ◯ Verificare che a_n è crescente ed superiormente limitata.

B_3 ◯ Calcolare il limite di a_n

C_2 ◯ Determinare la regola di ricorrenza che soddisfa la successione $b_n = a_{2n}$ e calcolare b_0 ed il limite di b_n.

D_2 ◯ Calcolare

$$\lim_{x \to 1} \frac{\sin(x-1) + (1 - \cos(x-1))}{\tan(2x-2)}$$

E_2 ◯ Stabilire se $f(x) = \frac{1}{1-x^2}$ è invertibile su $[-9, -3]$ ed in caso affermativo calcolarne l'inversa.

Terza prova Parziale 20/12/2000

Si consideri la funzione definita da

$$f(x) = e^x - \ln x$$

A_3 ◯ Calcolare $f'(x)$ e provare che f' si annulla in un solo punto x_0, provare inoltre che risulta $x_0 < 1$

B_3 ◯ Stabilire il segno di $f(x_0)$ e disegnare il grafico di f

Si consideri la funzione

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & x > x_0 \\ a(x - x_0)^2 + b(x - x_0) + c & x \leq x_0 \end{cases}$$

C_2 ◯ Stabilire per quali valori di a, b, c g è continua

D_2 ◯ Stabilire per quali valori di a, b, c g è derivabile

Prima prova Parziale 21/10/1998

Si consideri l'insieme

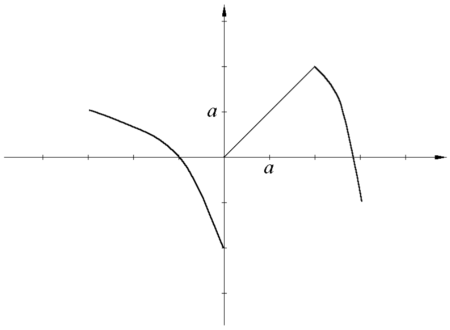
$$A = \left\{ \frac{1}{x^2+9} \quad , \quad x \in \mathbb{R} \right\}.$$

A_3 ◯ Determinare $\sup A$ e $\inf A$.

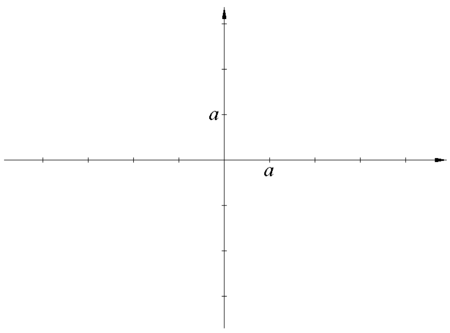
B_3 ◯ Determinare $\max A$ e $\min A$.
Dimostrare, usando il principio di induzione, che

$$\sum_{k=1}^{n} k^2 + 3k = \frac{(5+n)n(n+1)}{3}$$

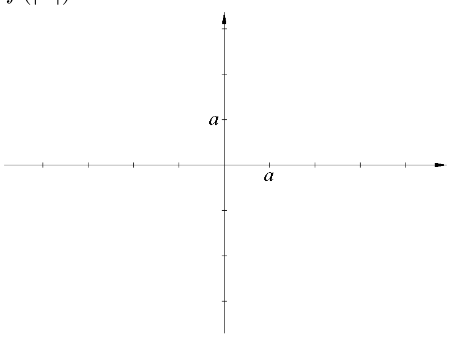
Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione il cui grafico è quello in figura:



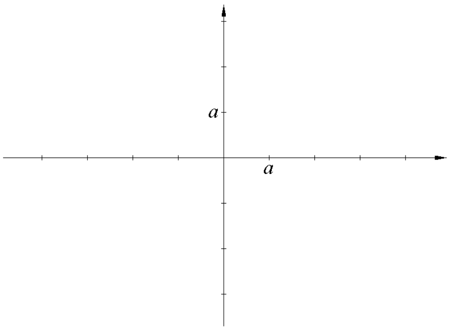
C_2 ◯ Disegnare il grafico di $f_1(x) = |f(x)|$



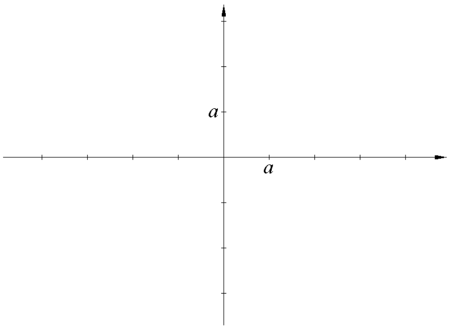
D_2 ◯ Disegnare il grafico di $f_2(x) = f(|x|)$



E_2 ◯ Disegnare il grafico di $f_3(x) = f(x+a)$



F_2 ◯ Disegnare il grafico di $f_4(x) = f(x) + a$



Seconda prova Parziale 27/11/2000

Si consideri la successione definita da

$$\begin{cases} a_{n+1} = a_n^3 \\ a_0 = 3 \end{cases}$$

A_3○ Verificare che $a_n \geq 3$.

B_3○ Verificare che a_n è crescente.

C_2○ Calcolare il limite di a_n.

D_2○ Calcolare

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin(1 - \cos^2(x))}{x^2}$$

E_2○ Si consideri la funzione

$$f(x) = \sqrt{\ln(1 + x^2)}$$

F_3○ Disegnare il grafico di f

G_3○ Calcolare l'inversa di f ristretta all'insieme $A = \{x \in \mathbb{R} : x \geq 0\}$.

Terza prova Parziale 19/12/2001

A_3◯ Disegnare il grafico di

$$f(x) = \sqrt{1 - x\ln(x)}$$

B_3◯ Disegnare il grafico di

$$f_a(x) = \sqrt{a - x\ln(x)}$$

al variare di $a \in \mathbb{R}$

C_2◯ Stabilire se è possibile prolungare f per continuità nell'origine.

D_2◯ Stabilire se è possibile prolungare f nell'origine in modo che risulti continua e derivabile.

E_2◯ Calcolare $f(1)$ e utilizzare il risultato per $(f^{-1})'(1)$

Terza prova Parziale 20/12/2000

Si consideri la funzione definita da

$$f(x) = e^x - \ln x$$

A_3 ◯ Calcolare $f'(x)$ e provare che f' si annulla in un solo punto x_0, provare inoltre che risulta $x_0 < 1$

B_3 ◯ Stabilire il segno di $f(x_0)$ e disegnare il grafico di f

Si consideri la funzione

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & x > x_0 \\ a(x - x_0)^2 + b(x - x_0) + c & x \leq x_0 \end{cases}$$

C_2 ◯ Stabilire per quali valori di a, b, c g è continua

D_2 ◯ Stabilire per quali valori di a, b, c g è derivabile

Prima prova Parziale 21/10/1998

Si consideri l'insieme

$$A = \left\{ \frac{x}{x^2 + x + 1} \quad , \quad x \in \mathbb{R} \right\}.$$

$A\bigcirc$ Determinare i maggioranti di A

$B\bigcirc$ Determinare $\sup A$

$B\bigcirc$ Determinare i minoranti di A

$C\bigcirc$ Determinare $\inf A$

$D\bigcirc$ Stabilire se A ammette massimo o minimo e calcolarlo

$C_2\bigcirc$ Dimostrare, usando il principio di induzione, che

$$3(n)! > 2^n \qquad \forall n \in \mathbb{N}$$

Seconda prova Parziale 25/11/1998

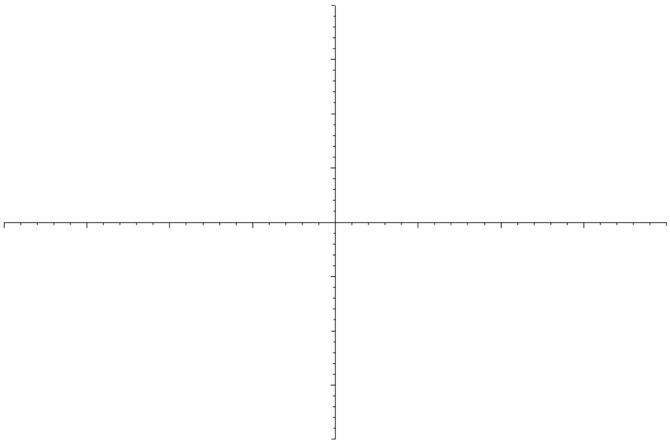
Si consideri la funzione

$$f(x) = \sqrt{\left(\frac{x}{1+x}\right)^2}$$

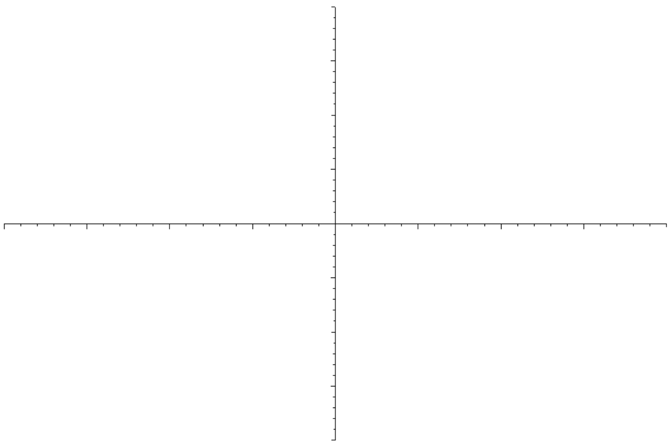
$A\bigcirc$ Calcolare

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)$$

$B\bigcirc$ Disegnare il grafico di $\frac{x}{1+x}$



$C\bigcirc$ Disegnare il grafico di $f(x)$



$D\bigcirc$ Determinare un insieme su cui f è invertibile e calcolare l'inversa di f nell'insieme scelto

$E\bigcirc$ Calcolare

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin(x^2)}{1-(\cos(x))^4}$$

$F\bigcirc$ Calcolare

$$\lim_{x\to+\infty} \sqrt{x-1} - \sqrt{x^3-1}$$

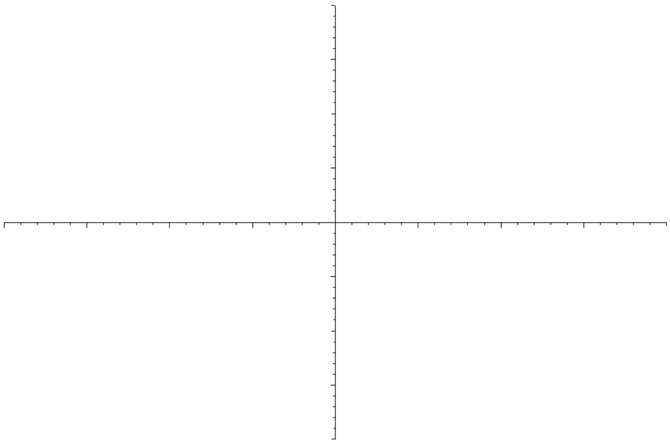
Terza prova Parziale 19/12/1998

Si consideri la funzione

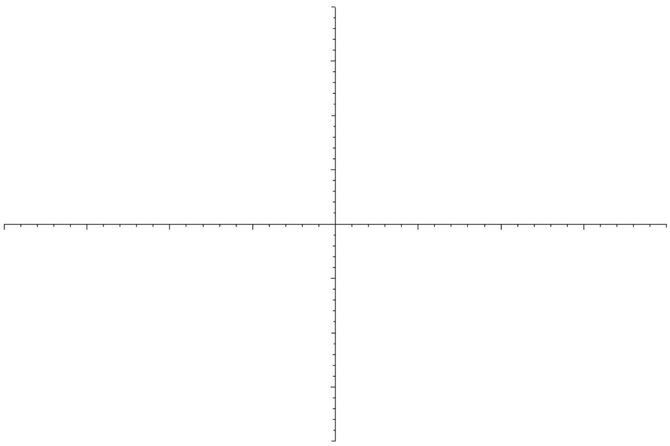
$$f(x) = x^2 e^{-x}$$

$A\bigcirc$ Determinare campo di definizione, continuità, limiti agli estremi del campo di definizione, crescenza, decrescenza di f

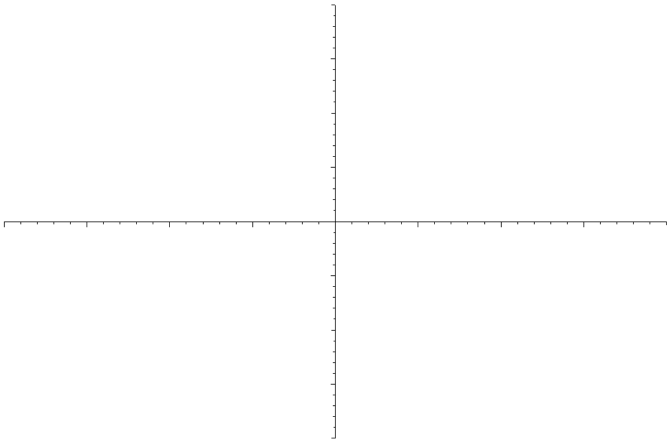
$B\bigcirc$ Disegnare il grafico di f precisando i punti ed i valori di massimo e minimo relativi ed assoluti.



$C\bigcirc$ Supponendo noto che $f(x) \leq x$ per $x > 0$, disegnare sullo stesso grafico di $f(x)$ e $g(x) = x$



$D\bigcirc$ Disegnare il grafico della funzione F tale che $F'(x) = f(x)$ ed $F(0) = 0$. (Non è richiesto di precisare nè il segno nè i valori degli eventuali zeri.)



$E\bigcirc$ Stabilire graficamente il comportamento della successione definita da

$$\begin{cases} a_{n+1} = f(a_n) \\ a_0 = 1 \end{cases}$$

Prima prova Parziale 22/10/2003

Si consideri l'insieme

$$A = \left\{ \frac{1}{x+1} \quad , \quad x \in \mathbb{R}\ ,\ x \geq 1 \right\}.$$

A◯ Determinare i maggioranti di A

B◯ Determinare $\sup A$

C◯ Determinare i minoranti di A

D◯ Determinare $\inf A$

E◯ Stabilire se A ammette massimo o minimo e calcolarlo

F◯ Dimostrare, usando il principio di induzione, che

$$\sum_{k=1}^{n} 2^{-k} = 1 - 2^{-n} \qquad \forall n \in \mathbb{N}$$

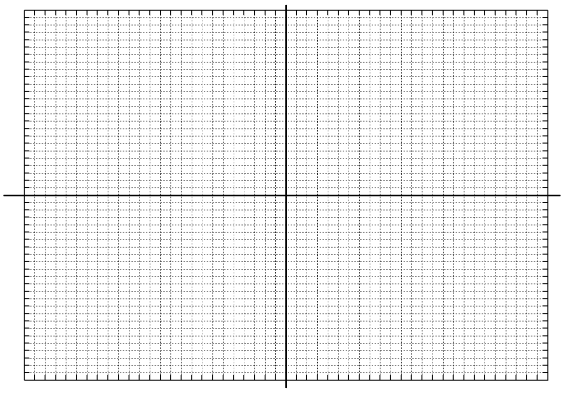
Seconda prova Parziale 25/11/1998

Si consideri la successione definita da

$$\begin{cases} a_{n+1} = \dfrac{6}{5 - a_n} \\ a_0 = k \end{cases}$$

A◯ Disegnare il grafico della funzione

$$f(x) = \frac{6}{5 - x}$$

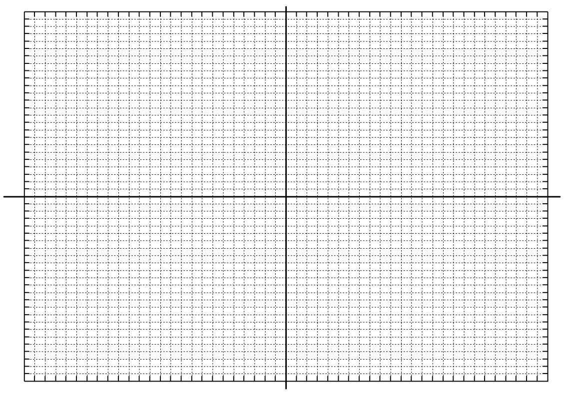


B◯ Verificare che se $k \in [2, 3]$, $a_n \in [2, 3]$

C◯ Verificare che se $k \in [2, 3]$, a_n è decrescente

D◯ Stabilire se a_n ammette limite ed, in caso affermativo, calcolarlo

E◯ Determinare al variare di k il comportamento della successione (non è richiesto dimostrare le affermazioni e si può procedere graficamente



F◯ Calcolare al variare di α

$$\lim_{x \to 0} \frac{e^x - \cos(x)}{x^\alpha}$$

Terza Prova scritta 19/12/2003

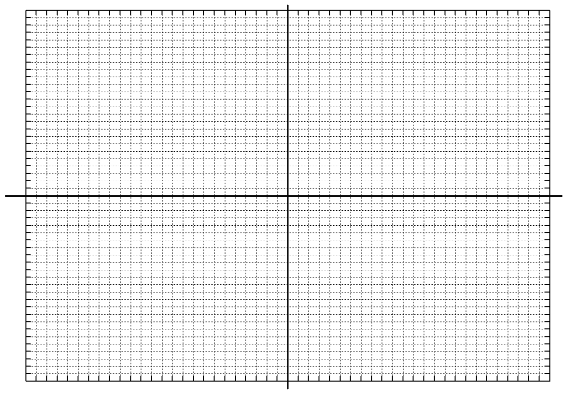
Si consideri la funzione

$$f(x) = x\ln(1 + x^2)$$

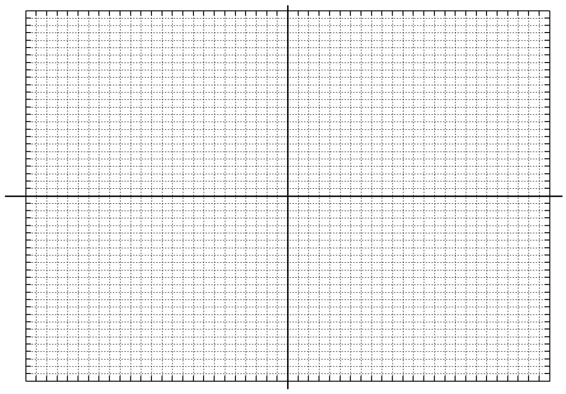
$A\bigcirc$ Determinare campo di definizione e calcolare i limiti agli estremi del campo.

$D\bigcirc$ Calcolare $f'(x)$ ed $f''(x)$

$E\bigcirc$ Disegnare il grafico di f'



$E\bigcirc$ Disegnare il grafico di f



Seconda prova Parziale 25/11/1998

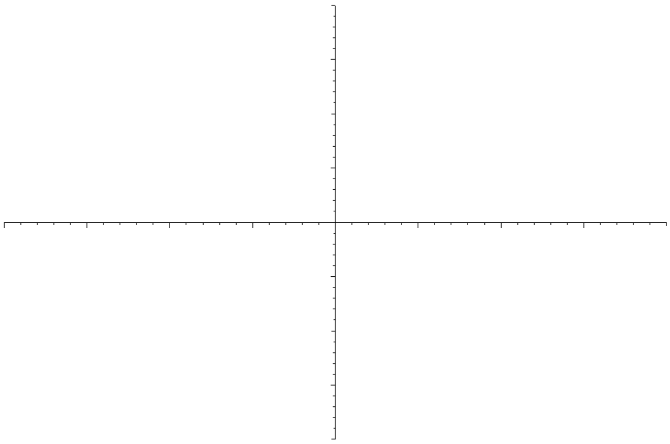
Si consideri la funzione

$$f(x) = \sqrt{\left(\frac{x}{1+x}\right)^2}$$

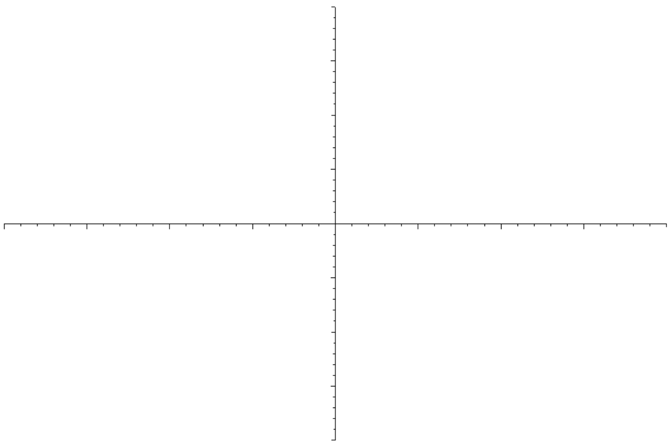
$A\bigcirc$ Calcolare

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)$$

$B\bigcirc$ Disegnare il grafico di $\frac{x}{1+x}$



$C\bigcirc$ Disegnare il grafico di $f(x)$



$D\bigcirc$ Determinare un insieme su cui f è invertibile e calcolare l'inversa di f nell'insieme scelto

$E\bigcirc$ Calcolare

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin(x^2)}{1-(\cos(x))^4}$$

$F\bigcirc$ Calcolare

$$\lim_{x\to+\infty} \sqrt{x-1} - \sqrt{x^3-1}$$

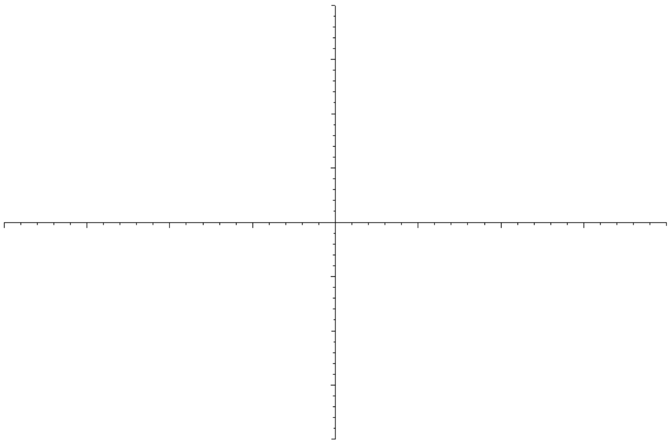
Terza prova Parziale 19/12/1998

Si consideri la funzione

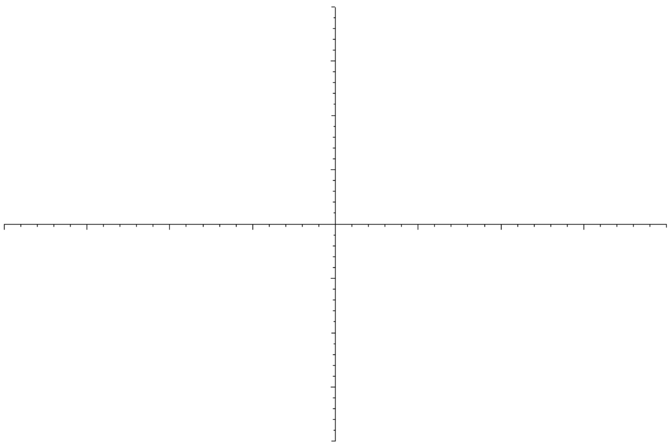
$$f(x) = x^2 e^{-x}$$

$A\bigcirc$ Determinare campo di definizione, continuità, limiti agli estremi del campo di definizione, crescenza, decrescenza di f

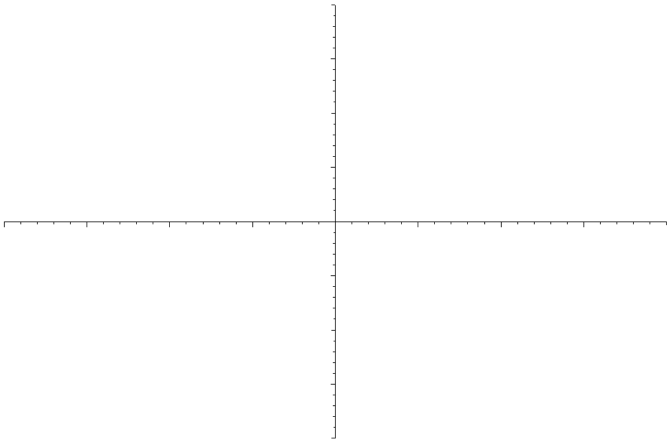
$B\bigcirc$ Disegnare il grafico di f precisando i punti ed i valori di massimo e minimo relativi ed assoluti.



$C\bigcirc$ Supponendo noto che $f(x) \leq x$ per $x > 0$, disegnare sullo stesso grafico di $f(x)$ e $g(x) = x$



$D\bigcirc$ Disegnare il grafico della funzione F tale che $F'(x) = f(x)$ ed $F(0) = 0$. (Non è richiesto di precisare nè il segno nè i valori degli eventuali zeri.)



$E\bigcirc$ Stabilire graficamente il comportamento della successione definita da

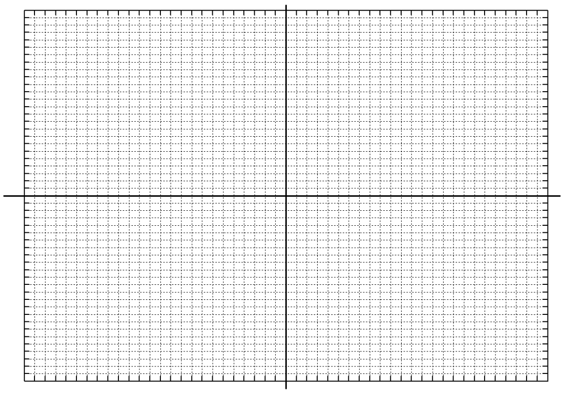
$$\begin{cases} a_{n+1} = f(a_n) \\ a_0 = 1 \end{cases}$$

Prima prova Parziale 22/10/2003

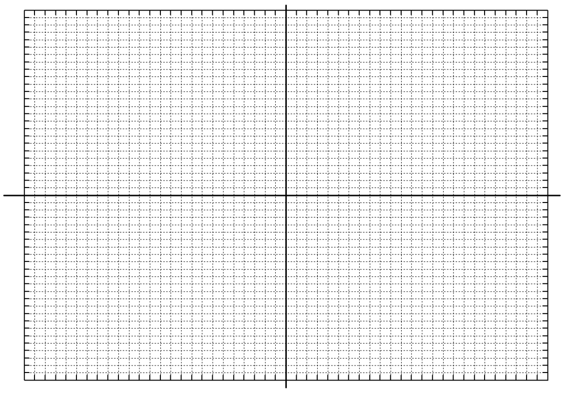
Sia

$$f(x) = \frac{x^2+2}{2x^2-1} \qquad , \qquad g(x) = \frac{x+2}{2x-1}$$

A◯ Disegnare il grafico di g



B◯ Disegnare il grafico di f



C◯ Determinare

$$\sup\{f(x) : x \in [1, +\infty)\}$$

D◯ Determinare

$$\inf\{f(x) : x \in [1, +\infty)\}$$

E◯ Determinare, se esistono,

$$\max\{f(x) : x \in [1, +\infty)\}$$

$$\min\{f(x) : x \in [1, +\infty)\}$$

Seconda prova Parziale 29/11/2004

A◯ Calcolare

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin(3x^3)}{\ln(1+x^3)}$$

B◯ Calcolare

$$\lim_{x\to 0} \frac{e^{x^2}-\cos(x)}{x^2}$$

C◯ Calcolare

$$\lim_{x\to 0} \frac{e^{x^2}-\cos(x)-x}{5x}$$

D◯ Calcolare

$$\lim_{x\to 0} \frac{e^{x^2}-\cos(x)}{x^2+x^4}$$

E◯ Calcolare al variare di α e di β

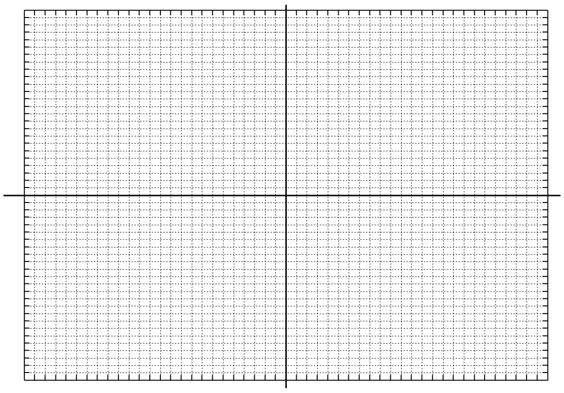
$$\lim_{x\to 0} \frac{e^{x^\alpha}-1}{(\ln(1+x))^\beta}$$

Terza prova Parziale 20/12/2004

Si consideri

$$f(x) = e^{-x^2}(1 - 4x^2) + 2$$

A◯ Disegnare il grafico di f

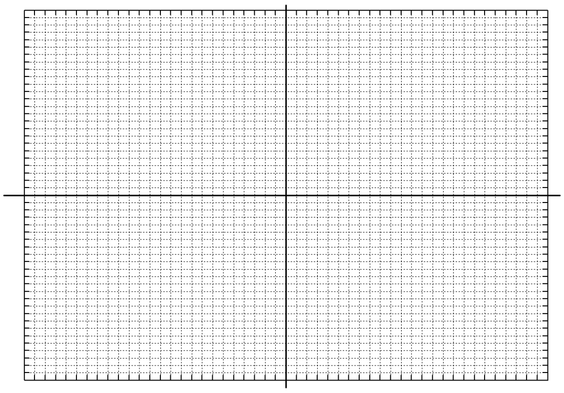


B◯ Verificare che $f(x) \geq 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$

Si consideri

$$g(x) = \sqrt{|x|}(e^{-x^2} + 2)$$

C◯ Assumendo vero che $f(x) \geq 0$ $\forall x \in \mathbb{R}$, Disegnare il grafico di g



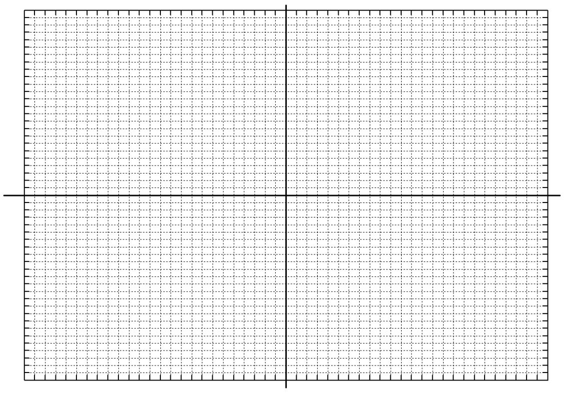
D◯ Dopo aver verificato che

$$g(1) = 2 + \frac{1}{e}$$

calcolare

$$\left(g^{-1}\right)' \left(2 + \frac{1}{e}\right)$$

E◯ Disegnare il grafico di $h(x) = x\left(e^{-x^4} + 2\right)$

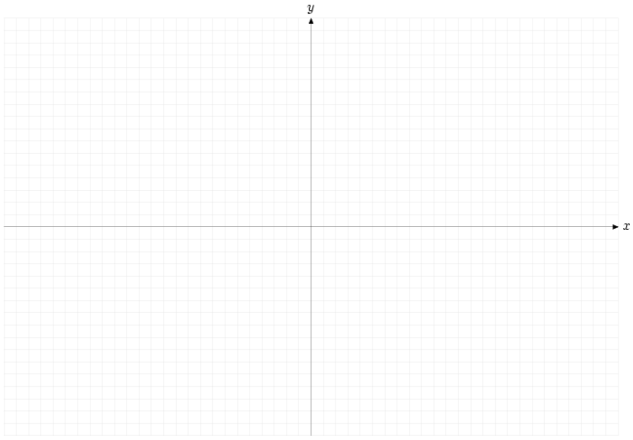


Prima prova Parziale 22/10/2003

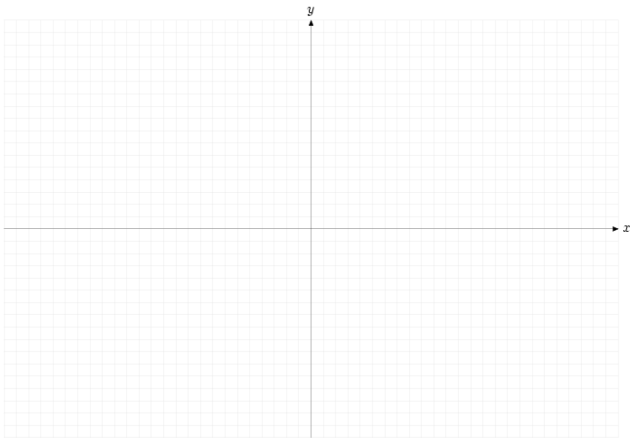
Sia

$$f(x) = \tan\left(\frac{\pi}{4}x^2 - \frac{\pi}{4}\right)$$

A◯ Disegnare il grafico di f per $x \in [-3, 3]$



B◯ Disegnare il grafico di f^{-1} per f ristretta a $(\sqrt{3}, 2]$



C◯ Determinare esplicitamente f^{-1} per f ristretta a $(\sqrt{3}, 2]$

D◯ Determinare esplicitamente f^{-1} per f ristretta a $[-2, -\sqrt{3})$

E◯ Determinare una espressione per la somma delle prime N potenze naturali di 5 e provarne, per induzione la validità.

Seconda prova Parziale 24/11/2005

A◯ Calcolare

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{1-x}-1}{x}$$

B◯ Calcolare

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin(x^6)}{x^2 \ln(1+2x^4)}$$

C◯ Calcolare

$$\lim_{x\to +\infty} \frac{\sin(x)}{5x}$$

D◯ Calcolare

$$\lim_{x\to -\infty} \frac{x^4+2x+1}{x^2+3x^4}$$

E◯ Verificare mediante la definizione di limite che

$$\lim_{x\to 2^-} E(x) = 1$$

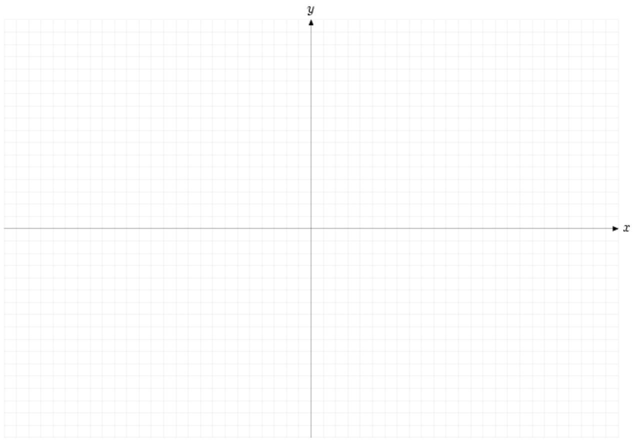
($E(x)$ è la parte intera di x).

Terza Prova Parziale 21/12/2005

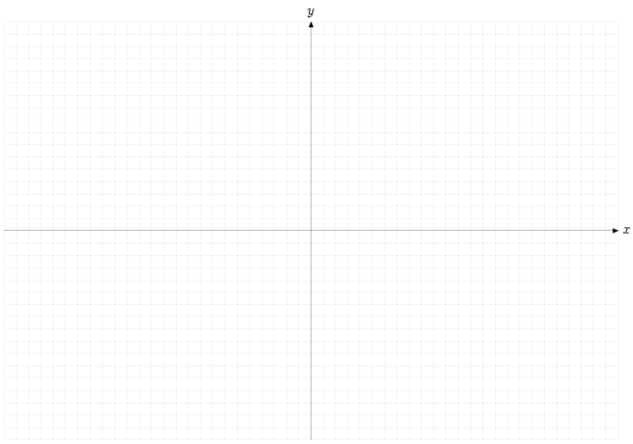
Si consideri la funzione

$$f(x) = 1 + be^{-\frac{x^2}{2}}$$

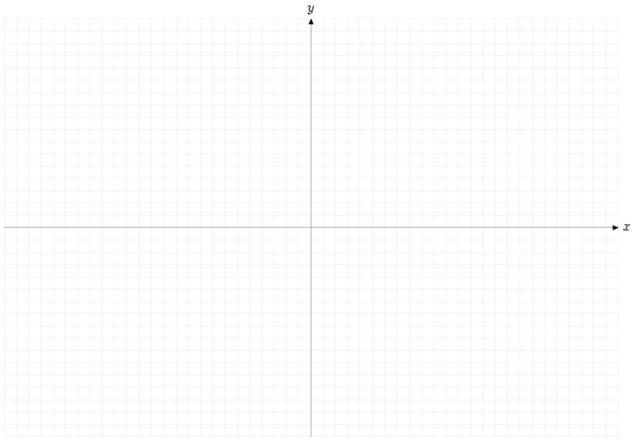
A◯ Disegnare il grafico di f



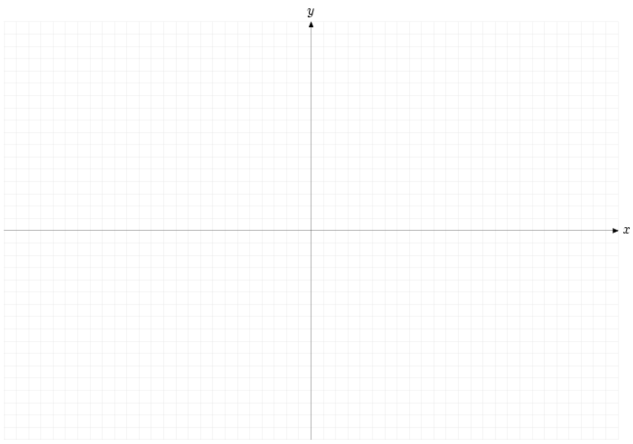
B◯ Per $b = -2$ disegnare il grafico di una funzione g continua e derivabile su $\mathbb{R}$ tale che $g'(x) = f(x)$



C◯ Per $b = -2$ disegnare il grafico di una funzione ϕ continua e derivabile su $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, non continua in $x = 0$, tale che $\phi'(x) = f(x)$ per $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$



$D\bigcirc$ Per $b = 1$; disegnare il grafico di una funzione h continua e derivabile su $\mathbb{R}$ tale che $h'(x) = f(x)$ ed $h(0) = 1$



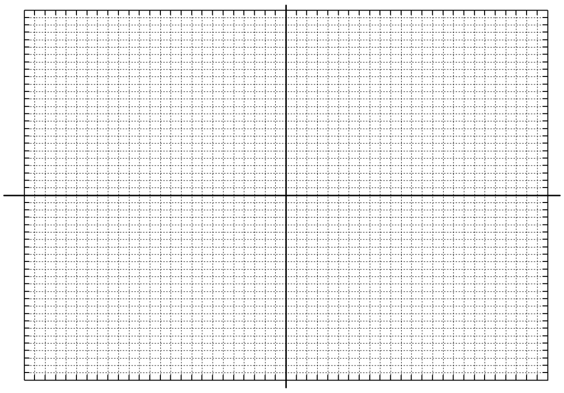
$E\bigcirc$ Per $b = 1$; calcolare $(h^{-1})'(1)$

Terza prova Parziale 20/12/2004

Si consideri

$$f(x) = e^{-x^2}(1 - 4x^2) + 2$$

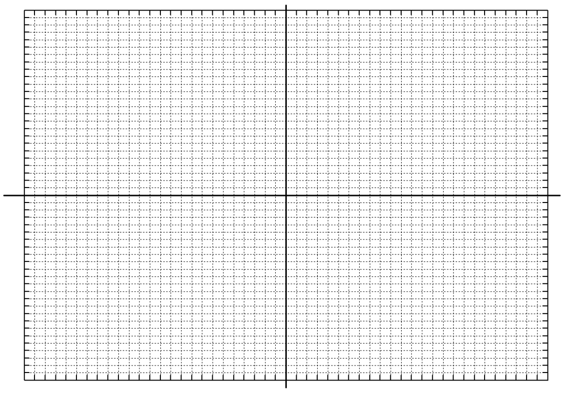
A◯ Disegnare il grafico di f



B◯ Verificare che $f(x) \geq 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$
Si consideri

$$g(x) = \sqrt{|x|}(e^{-x^2} + 2)$$

C◯ Assumendo vero che $f(x) \geq 0$ $\forall x \in \mathbb{R}$, Disegnare il grafico di g



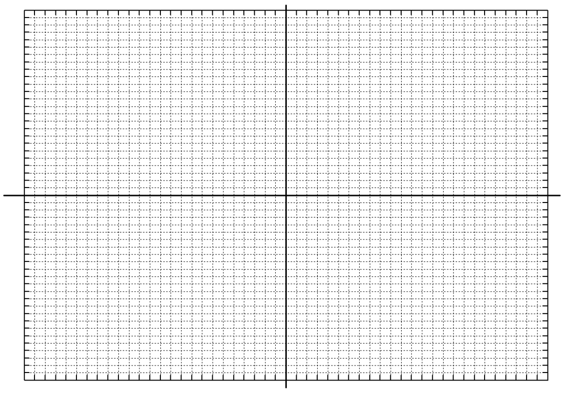
D◯ Dopo aver verificato che

$$g(1) = 2 + \frac{1}{e}$$

calcolare

$$\left(g^{-1}\right)' \left(2 + \frac{1}{e}\right)$$

E◯ Disegnare il grafico di $h(x) = x\left(e^{-x^4} + 2\right)$



Prima prova Parziale 17/10/2006

Si consideri l'insieme

$$A = \left\{ \frac{3}{\sqrt{x^2 - 2x + 2}} \ : \ x \in \mathbb{R} \right\}$$

$A\bigcirc$ Determinare maggioranti e minoranti di A.

$B\bigcirc$ Determinare estremo superiore ed inferiore di A

$C\bigcirc$ Determinare massimi e minimi di A, nel caso che esistano.

$D\bigcirc$ Si consideri il seguente teorema e la sua dimostrazione.
Teorema *La somma di un qualunque numero k di interi $n_1, n_2, ..., n_k$ al quadrato è un quadrato. In altre parole*

$$\sum_{j=1}^{k} n_j^2 = m^2 \ \textit{con} \ m \in \mathbb{N} \quad , \quad \forall k \in \mathbb{N}$$

Dimostrazione *Per $n = 1$ si ha che n_1^2 è un quadrato*
Supponiamo il teorema vero per k e verifichiamo che è vero per $k + 1$.
Consideriamo

$$\sum_{j=1}^{k+1} n_j^2 = n_1^2 + \sum_{j=2}^{k+1} n_j^2$$

Per l'ipotesi induttiva,

$$\sum_{j=2}^{k+1} n_j^2 = m_1^2 \ \textit{con} \ m_1 \in \mathbb{N}$$

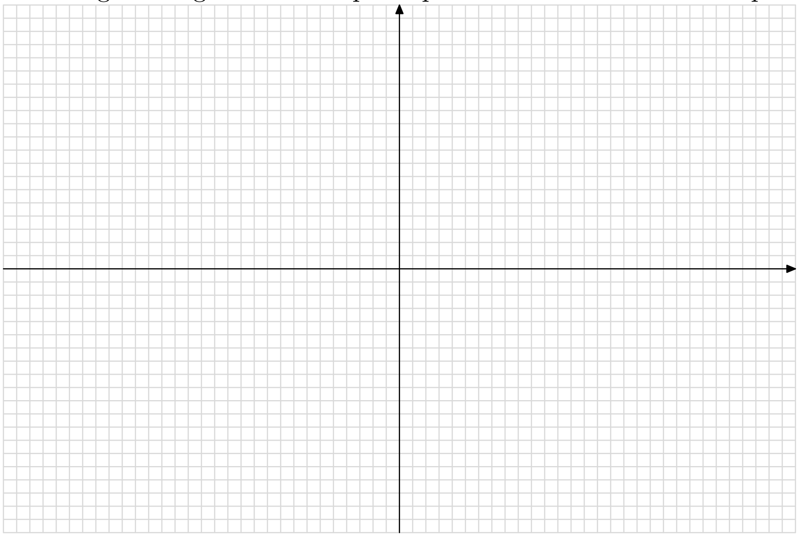
quindi

$$n_1^2 + m_1^2 = m_2^2 \ \textit{con} \ m_2 \in \mathbb{N}$$

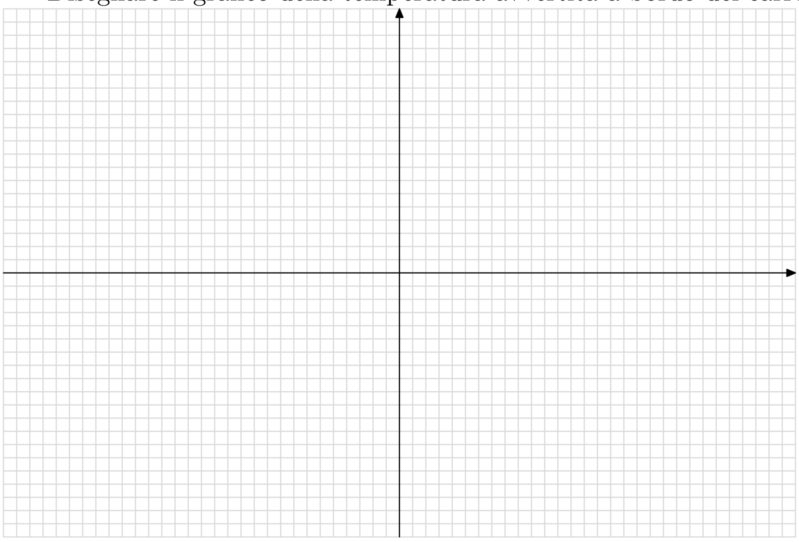
e si conclude.
Si chiede
Il teorema è vero?
La dimostrazione è corretta?
Nel caso la dimostrazione non sia corretta, perchè non è corretta?

Seconda prova Parziale 30/11/2006

A○ Un carrello si muove lungo l'asse x con velocità costante uguale a 5 metri al secondo, partendo da fermo. Disegnare il grafico dello spazio percorso in funzione del tempo t.



La temperatura lungo l'asse x aumenta linearmente di 2 gradi per metro partendo da 10 gradi Disegnare il grafico della temperatura avvertita a bordo del carrello in funzione del tempo.



B○ Calcolare

$$\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos(x^3)}{x^2(1-e^{2x^4})}$$

C○ Calcolare ($E(x)$ è la parte intera di x)

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{\arctan(E(x))}{5x}$$

D○ Calcolare, al variare di a

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{x^4+2x}{x^2+ax^4}$$

E◯ Verificare mediante la definizione di limite che

$$\lim_{x\to\pi} \sin(x) = 0$$

F◯ Calcolare

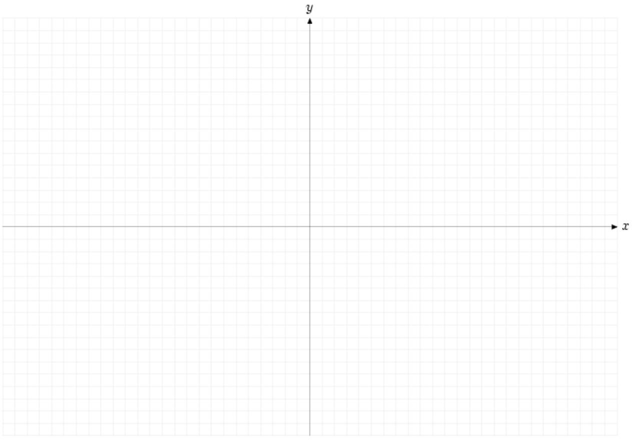
$$\lim_{x\to 0} \frac{2-\sqrt{4-x}}{x}$$

Terza Prova Parziale 20/12/2006

Si consideri la funzione

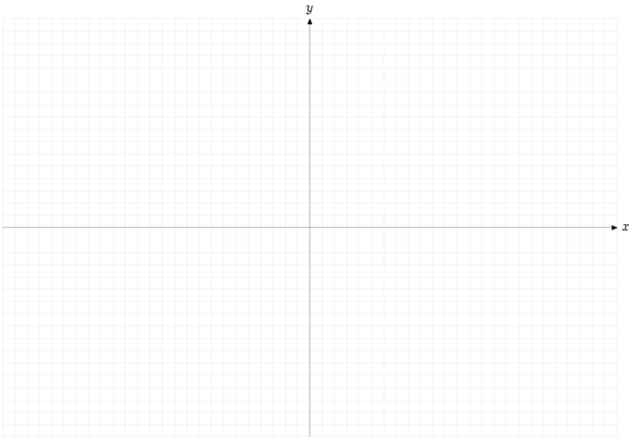
$$f(x) = a\frac{x}{x^2 - 5x + 6}$$

A◯ Disegnare il grafico di f al variare di a



B◯ Determinare, se possibile, x_0 in modo che il coefficiente angolare della retta tangente al grafico di f in x_0 valga 1

C◯ Per $a = 2$ disegnare il grafico di una funzione ϕ continua e derivabile su $\mathbb{R} \setminus \{2, 3\}$, tale che $\phi'(x) = f(x)$ per $x \in \mathbb{R} \setminus \{2, 3\}$



D◯ Determinare, se possibile, l'inversa di f ristretta a $[0, 1]$

Seconda prova Parziale 24/11/2005

$A\bigcirc$ Calcolare

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{1-x}-1}{x}$$

$B\bigcirc$ Calcolare

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin(x^6)}{x^2\ln(1+2x^4)}$$

$C\bigcirc$ Calcolare

$$\lim_{x\to +\infty}\frac{\sin(x)}{5x}$$

$D\bigcirc$ Calcolare

$$\lim_{x\to -\infty}\frac{x^4+2x+1}{x^2+3x^4}$$

$E\bigcirc$ Verificare mediante la definizione di limite che

$$\lim_{x\to 2^-}E(x)=1$$

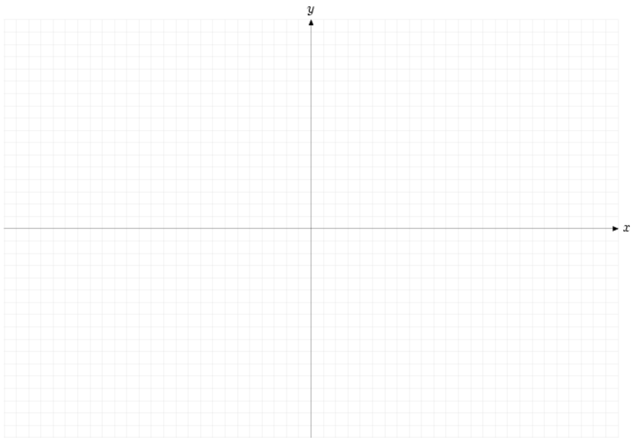
($E(x)$ è la parte intera di x).

Terza Prova Parziale 21/12/2005

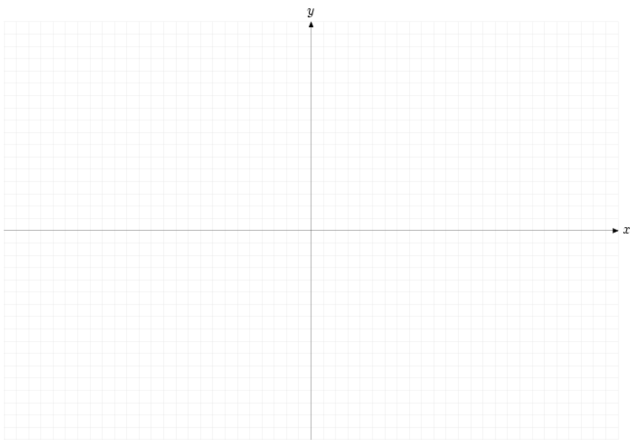
Si consideri la funzione

$$f(x) = 1 + be^{-\frac{x^2}{2}}$$

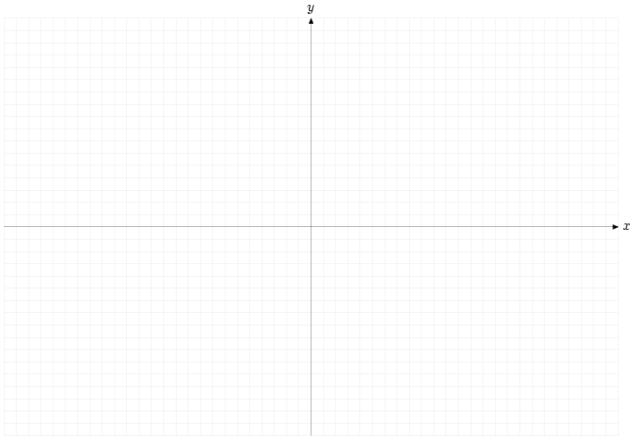
$A\bigcirc$ Disegnare il grafico di f



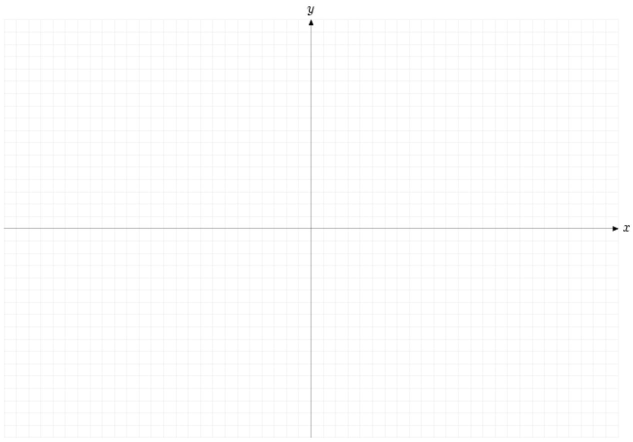
$B\bigcirc$ Per $b = -2$ disegnare il grafico di una funzione g continua e derivabile su $\mathbb{R}$ tale che $g'(x) = f(x)$



$C\bigcirc$ Per $b = -2$ disegnare il grafico di una funzione ϕ continua e derivabile su $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, non continua in $x = 0$, tale che $\phi'(x) = f(x)$ per $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$



D◯ Per $b = 1$; disegnare il grafico di una funzione h continua e derivabile su $\mathbb{R}$ tale che $h'(x) = f(x)$ ed $h(0) = 1$



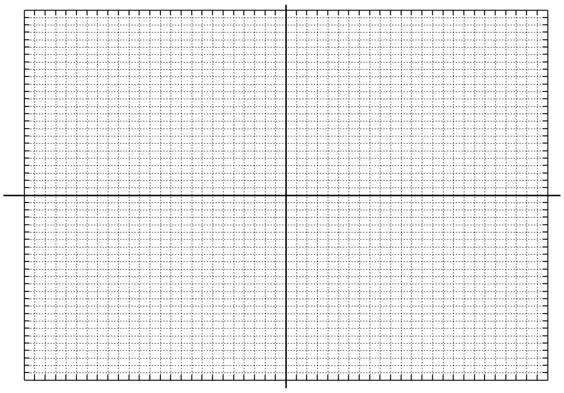
E◯ Per $b = 1$; calcolare $(h^{-1})'(1)$

Terza prova Parziale 20/12/2004

Si consideri

$$f(x) = e^{-x^2}(1 - 4x^2) + 2$$

$A\bigcirc$ Disegnare il grafico di f

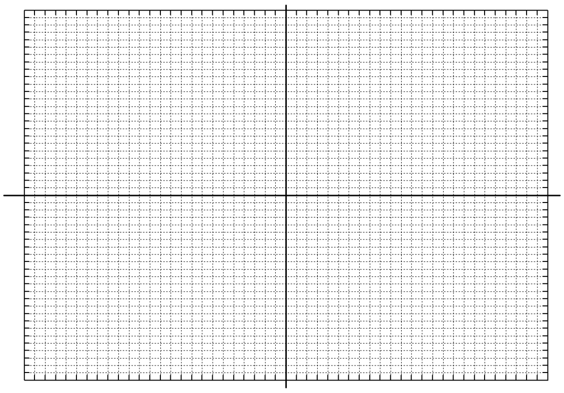


$B\bigcirc$ Verificare che $f(x) \geq 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$

Si consideri

$$g(x) = \sqrt{|x|}(e^{-x^2} + 2)$$

$C\bigcirc$ Assumendo vero che $f(x) \geq 0$ $\forall x \in \mathbb{R}$, Disegnare il grafico di g



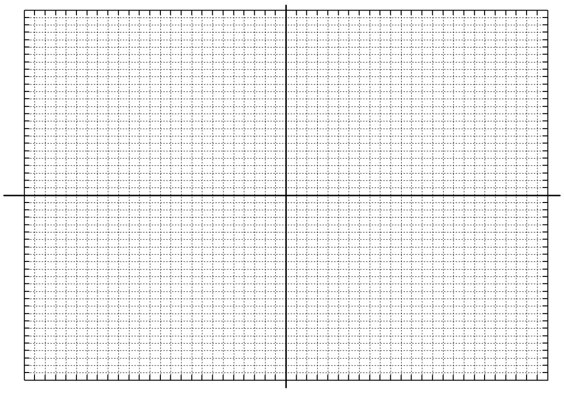
$D\bigcirc$ Dopo aver verificato che

$$g(1) = 2 + \frac{1}{e}$$

calcolare

$$\left(g^{-1}\right)' \left(2 + \frac{1}{e}\right)$$

$E\bigcirc$ Disegnare il grafico di $h(x) = x \left(e^{-x^4} + 2\right)$



Prima prova Parziale 17/10/2007

Si consideri l'insieme

$$A = \left\{ \frac{1}{\sqrt{x^4+2}} \ : \ x \in \mathbb{R} \right\}$$

A◯ Determinare maggioranti e minoranti di A.

B◯ Determinare estremo superiore ed inferiore di A

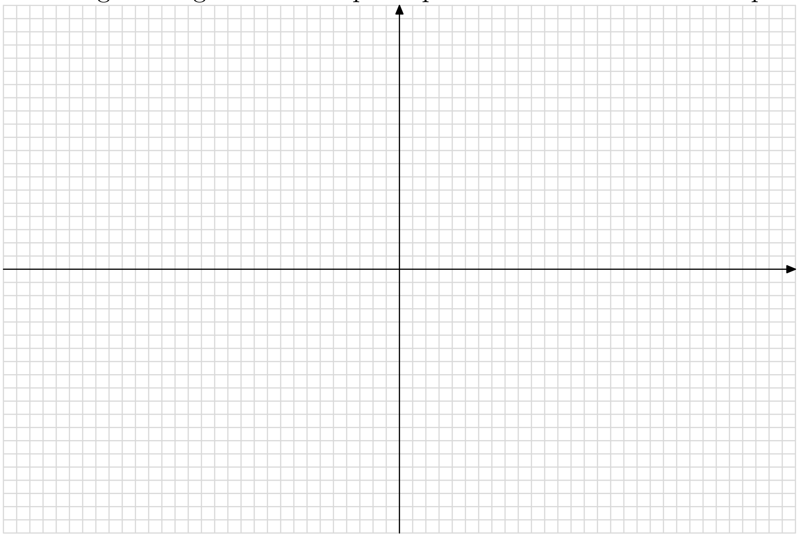
C◯ Determinare massimi e minimi di A, nel caso che esistano.

$D\bigcirc$ Dimostrare per induzione che

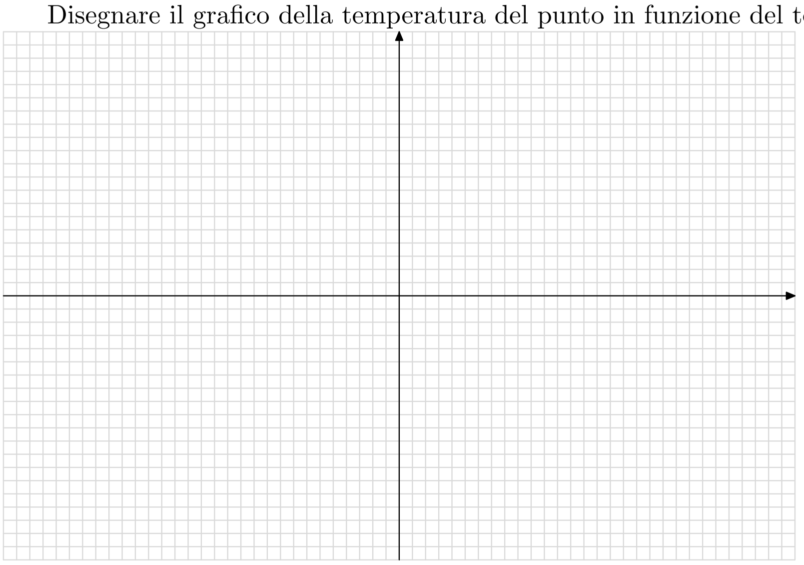
$$(n!)^2 = \prod_{k=1}^{n} k^2$$

Seconda prova Parziale 30/11/2006

A◯ Un punto si muove lungo l'asse x con velocità costante uguale a v metri al secondo, partendo da fermo. Disegnare il grafico dello spazio percorso in funzione del tempo t.



La temperatura lungo l'asse x aumenta linearmente di g gradi per metro partendo da 0 gradi Disegnare il grafico della temperatura del punto in funzione del tempo.



B◯ Calcolare

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{x^2-x}{3x^2+1}$$

C◯ Calcolare al variare di x_0

$$\lim_{x\to x_0} E(\arctan(x))$$

E◯ Verificare mediante la definizione di limite che

$$\lim_{x\to 0} \sin(x/2) = 0$$

F◯ Calcolare

$$\lim_{x\to 2} \frac{2-\sqrt[3]{4-x}}{x-2}$$

Terza Prova Parziale 20/12/2007

Si consideri la successione definita da

$$\begin{cases} a_{n+1} = a_n + n \\ a_0 = 0 \end{cases}$$

<A> Dimostrare che la successione è positiva

<B> Dimostrare che la successione è strettamente crescente

<**C**> Calcolare il limite della successione

<**D**> Determinare una espressione esplicita di a_n dimostrando poi, mediante il principio di induzione la sua validità.