Analisi Matematica 2

Prove d'Esame

A.A. 2012/2015

Prima Prova parziale 23/11/2011

Si consideri la funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} x - y^3 & |x| \leq |y^3| \\ 0 & altrove \end{cases}$$

<A> Determinare il campo di definizione di f e l'insieme su cui f è continua.

<B> Determinare se f è differenziabile in $(1,1)$ ed in caso affermativo scrivere l'equazione del piano tangente al suo grafico in $(1,1)$.

<C> Determinare se f è differenziabile in $(0,1)$ ed in caso affermativo scrivere l'equazione del piano tangente al suo grafico in $(0,1)$.

<D> Calcolare le derivate direzionali di f in $(0,0)$.

<E> Determinare massimi e minimi assoluti di f su $Q = [0,1] \times [0,1]$.

<F> Calcolare $\int_Q f(x,y)dxdy$

<G> Determinare la direzione di massima pendenza per f nel punto $(0,1)$.

Seconda Prova parziale 17/12/2011

Si consideri

$$V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \ : \ z \geq 1 - y \ , \ z \leq 2 - y \ , x \geq 1 \ , \ x \leq 2 \ , \ y \geq 0 \ , \ y \leq 1\}$$

<A> Calcolare il volume di V

Si considerino due variabili aleatorie indipendenti: ξ con distribuzione triangolare che restituisce numeri in $[0, 2]$ ed ha moda $1/3$ ed η uniforme su $[1, 3]$

<B> Determinare la PDF di ξ , η e $\xi + \eta$

<C> Calcolare media e varianza di ξ , η e $\xi + \eta$

Esame Gennaio 08/01/2013

Si consideri una linea di trasmissione dati su cui si verificano 5 errori di trasmissione al minuto.

<A> Calcolare la probabilità che in un minuto si registrino 3 errori di trasmissione.

<B> Calcolare la probabilità che in un mezz'ora si registrino 45 errori di trasmissione.

<C> Calcolare la probabilità che il primo errore a partire da un certo istante avvenga dopo un minuto.

<D> Stimare $n \neq 3$ con la proprietà che: la probabilità che in un minuto si verifichino n errori è uguale alla probabilità che in un minuto si verifichino 3 errori.

Si consideri la funzione

$$f(x, y, z) = \frac{xy}{y - x^2}$$

<E> Disegnare le curve di livello di f

<F> Studiare la continuità di f nell'origine

<G> Calcolare le derivate direzionali di f nell'origine.

<H> Stabilire se f è differenziabile nell'origine

Esame Gennaio 29/01/2013

Si consideri la funzione

$$f(x,y,z) = \begin{cases} 1 & x^2+y^2+z^2 \geq 1 \\ x^2+y^2+1 & x^2+y^2+z^2 < 1 \end{cases}$$

<A> Determinare dove f è definita e dove f è continua.

<B> Calcolare le derivate parziali di f nel punto $P = (0,0,1)$

<C> Determinare, se esistono, massimi e minimi assoluti di f sul suo campo di definizione.

<D> Calcolare $\int_V f(x,y,z)dxdydz$ essendo V la parte del cubo con due vertici coincidenti con i punti $(0,0,0)$ e $(1,1,1)$ esterna alla sfera di centro l'origine e raggio 1 .

Un apparato, dopo la produzione, viene sottoposto a due controlli che indichiamo con I ed II per verificarne il funzionamento.

Nel caso in cui un apparato sia funzionante, il primo test rileva che e' funzionante nel 99% dei casi mentre nel caso in cui un apparato sia difettoso (non funzionante), il primo test rileva che e' difettoso nel 70% dei casi.

Nel caso in cui un apparato sia funzionante, il secondo test rileva che e' funzionante nel 98% dei casi mentre nel caso in cui un apparato sia difettoso (non funzionante), il secondo test rileva che e' difettoso nel 90% dei casi.

<E> Calcolare la probabilita' che entrambi i test siano superati nel caso di un apparato funzionante

<F> Calcolare la probabilita' che entrambi i test siano superati nel caso di un apparato difettoso
Determinare condizioni aggiuntive che consentano di rispondere alle seguenti domande e rispondere.

<G> Calcolare la probabilita' che un apparato sia funzionante nel caso siano superati entrambi i test

<H> Calcolare la probabilita' che un apparato sia funzionante nel caso non siano superati entrambi i test

Esame Febbraio 19/02/2013

Si consideri la funzione

$$f(x,y) = \min\{(y-x)(y-x^3), 0\}$$

<A> Studiare continuità e derivabilità di f

<B> Studiare la differenziabilità di f

<C> calcolare massimi e minimi assoluti e relativi di f.

<D> calcolare $\int_{[0,1]\times[0,1]} f(x,y)dxdy$.

Si consideri la variabile aleatoria x che restituisce il punteggio ottenuto lanciando un dado a forma di tetraedro (4 facce) e la variabile aleatoria y che restituisce il punteggio ottenuto lanciando un dado a forma di esaedro (6 facce).

<E> Determinare la PDF di x e rappresentarla graficamente.

<F> Determinare la PDF di y e rappresentarla graficamente.

<G> Determinare la PDF di $x+y$ e rappresentarla graficamente.

<H> Determinare media varianza e moda di $x+y$.

Esame Giugno 11/06/2013

Si consideri la funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{(x-2)(y-3)}{(x-2)^2 + (y-3)^2} & (x,y) \neq (2,3) \\ \pi & (x,y) = (2,3) \end{cases}$$

<A> Studiare continuità e derivabilità di f

<B> Studiare la differenziabilità di f

<C> calcolare massimi e minimi assoluti e relativi di f.

<D> calcolare $\int_{[0,1]\times[0,1]} f(x,y)dxdy$.

Si consideri la variabile aleatoria x che ha distribuzione triangolare nulla fuori dell'intervallo $[2,5]$ di moda 3

<E> Determinare la PDF di x e rappresentarla graficamente.

<F> Calcolare media e varianza di x.

<G> Determinare la PDF di x^2.

<H> Determinare la moda di x^2.

Esame Giugno 25/06/2013

Si consideri la funzione

$$f(x,y) = xy(x^2 + y^2)$$

<A> Calcolare massimi e minimi assoluti e relativi di f.

<B> Calcolare massimi e minimi assoluti e relativi di f sul quadrato Q avente vertici in $(0,0)$. ed $(1,1)$

Sia B una variabile aleatoria discreta con densità binomiale di media 30 relativa ad $N = 100$ prove bernoulliane

<C> Determinare $n < N$ tale che la probabilità che $(B > n)$ sia più piccola di 0.5
Sia ora G una variabile aleatoria geometrica con la stessa media di B

<D> Calcolare la probabilità che $G(300) < 1/2$

Esame Luglio 09/07/2013

Si consideri la funzione

$$f(x,y) = xy + x^2 + y^2$$

<A> Calcolare massimi e minimi assoluti e relativi di f.

<B> Calcolare massimi e minimi assoluti e relativi di f sulla parte del quadrato Q avente vertici in $(0,0)$ ed $(2,2)$ esterna al cerchio di centro l'origine e raggio 1.

Sia T una variabile aleatoria con densità di probabilità (PDF) triangolare, distribuita su $[0,2]$ e di media $4/3$

<C> Determinare la PDF di T

<D> Determinare la moda e la mediana di T

<E> Determinare la PDF di $1/T$

Esame Settembre 17/09/2013

Si consideri la funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} x & y \geq \sqrt[3]{x} \\ y^3 & y < \sqrt[3]{x} \end{cases}$$

<A> Studiare la continuità di f.

<B> Determinare l'insieme in cui f è parzialmente derivabile.

<C> Determinare le derivate direzionali di f nell'origine.

<D> Calcolare massimi e minimi assoluti e relativi di f sul cerchio di centro l'origine e raggio 1.

Un centro di soccorso stradale riceve mediamente 12 richieste di intervento in un giorno.

<E> Calcolare la probabilità che riceva in un'ora al piú 2 richieste.

<F> Calcolare la probabilità che riceva in un'ora pervengano più di 3 richieste.

<G> Calcolare n in modo che la probabilità che pervengano più di n richieste in un'ora sia inferiore al 10%

Prima Prova parziale 04/11/2013

Si consideri la funzione

$$f(x,y) = |(y - \sin(x))(y - \cos(x))|$$

<A> Determinare il campo di definizione di f e l'insieme su cui f è continua.

<B> Determinare se f è differenziabile in $(1,1)$ ed in caso affermativo scrivere l'equazione del piano tangente al suo grafico in $(1,1)$.

<C> Determinare se f è differenziabile in $(\pi/4, \sqrt{2}/2)$ ed in caso affermativo scrivere l'equazione del piano tangente al suo grafico in $(\pi/4, \sqrt{2}/2)$.

<D> Calcolare le derivate direzionali di f in $(\pi/4, \sqrt{2}/2)$.

<E> Determinare massimi e minimi assoluti di f su $Q = \{(x,y) \ : \ x \in [0,\pi], \ y \in [0, \sin(x)]\}$.

<F> Determinare la direzione di massima pendenza per f nel punto $(1,1)$.

Seconda Prova parziale 01/12/2013

<A> Determinare il punto dell'iperbole

$$x^2 - y^2 = 1$$

avente minima distanza dal punto $(0, 1)$

<B> Calcolare il volume del solido definito da

$$V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \ : \ z \leq \frac{1}{2}(x + 1) \ , \ z \geq \sqrt{x^2 + y^2}\}$$

Seconda Prova parziale 01/12/2013

<A> Determinare il punto dell'iperbole

$$x^2 - y^2 = 1$$

avente minima distanza dal punto $(0, 1)$

<B> Calcolare il volume del solido definito da

$$V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \ : \ z \leq \frac{1}{2}(x + 1) \ , \ z \geq \sqrt{x^2 + y^2}\}$$

Terza Prova parziale 07/01/2014

Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{a}{x^4} & x > 1 \\ bx + c & x \in [0, 1] \\ 0 & altrove \end{cases}$$

<A> Determinare a, b, c in modo che f sia la PDF di una variabile aleatoria ξ

<B> Determinare a, b, c in modo che la media di ξ sia1

<C> Determinare a, b, c in modo che la varianza di ξ sia 1

<D> Calcolare $P(4 \leq \xi \leq 5)$

<E> Calcolare $P(-1 \leq \xi \leq 0)$

Esame Gennaio 08/01/2014

Si consideri

$$V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \ : \ 0 \leq z \leq min\{1 - \sqrt{x^2 + y^2}, 1 - \sqrt{(x-1)^2 + y^2}\}$$

<A> Calcolare il volume di V.

<B> Calcolare massimi e minimi assoluti e relativi di $f(x, y, z) = x$ su V.

Due tiratori A e B sparano ad un bersaglio ed hanno, rispettivamente probabilità 1/4 ed 1/8 di colpire nel segno.

<C> Calcolare quanti tiri occorrono ad A per essere certo di colpire il bersaglio

<D> Calcolare quanti tiri occorrono ad B perchè la probabilità di aver colpito il bersaglio almeno una volta sia superiore al 50%

<E> Calcolare n in modo che la probabilità che B colpisca il bersaglio in $n + 10$ tiri sia superiore alla probabilità che A colpisca il bersaglio in n tiri.

Esame Febbraio 18/02/2014

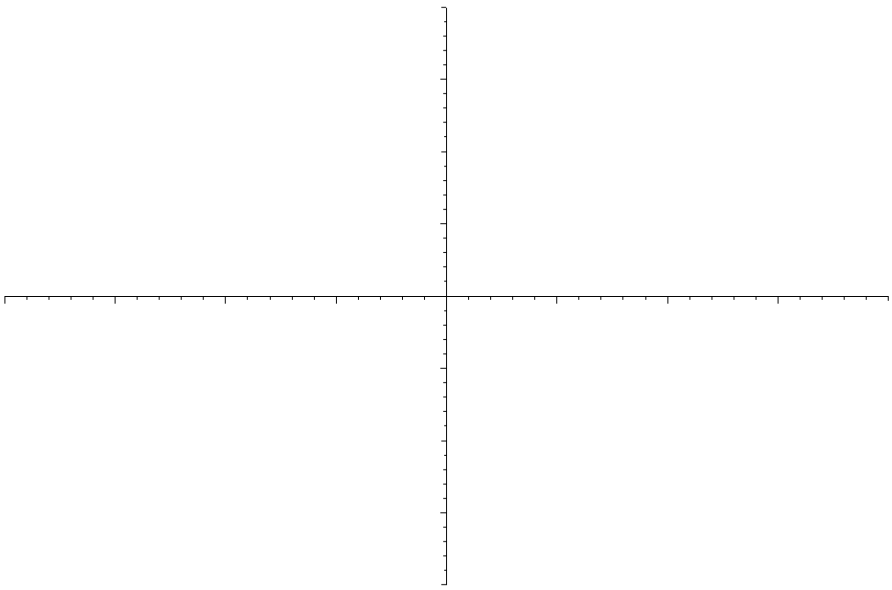
Si consideri

$$f(x,y) = y^2 - x^3 + x$$

e l'insieme

$$G = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \ : \ f(x,y) = 0\}$$

<A> Disegnare, nel piano D.



<B> Studiare l'esplicitabilità di $f(x,y) = 0$ rispetto ad y

<C> Studiare l'esplicitabilità di $f(x,y) = 0$ rispetto ad x
Sia $y = \phi(x)$ la funzione che esplicita $f(x,y) = 0$ rispetto ad x in un intorno di $(2, \sqrt{2})$.

<D> Calcolare $\phi'(x)$

<E> Calcolare $\phi''(x)$

Sia ξ una variabile aleatoria discreta con densità di probabilità geometrica associata ad una prova Bernoulliana con probabilità di successo p.

<F> Determinare l'espressione della funzione densità di probabilità (PDF) e della funzione densità di probabilità cumulativa (CDF) di ξ.

<G> Calcolare media e varianza di ξ

<H> Calcolare la probabilità di registrare almeno un successo al più in 10 tentativi

<I> Determinare p in modo che la probabilità di registrare almeno un successo al più in 10 tentativi sia maggiore di 0.5.

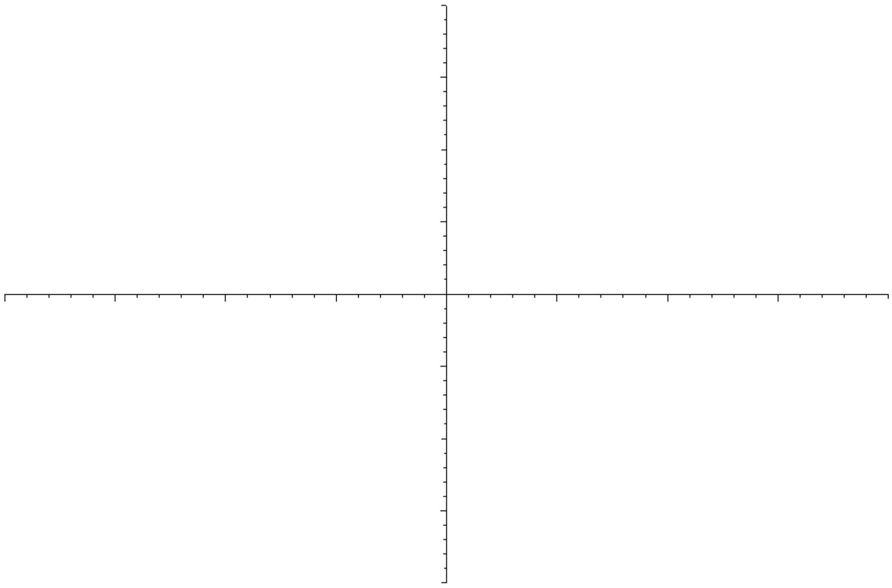
<J> Per $p = 1/3$ determinare n in modo che la probabilità di registrare almeno un successo al più in n tentativi sia minore di 0.5.

Esame Giugno 10/06/2014

Si consideri l'insieme

$$A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \ : \ x^2 + y^2 \le z \le |x| + |y|\}$$

<A> Disegnare la proiezione di A sul piano (x, y)



<B> Calcolare il volume di A

<C> Determinare la minima e la massima distanza di un punto di A dall'origine

Un pezzo deve essere sottoposto a 3 successive lavorazioni L_1, L_2, L_3 la cui durata é , rispettivamente compresa tra 1 e 2, 1 e 3 e 2 e 4 ed è distribuita uniformemente.

<D> Calcolare la media e la varianza del tempo totale di lavorazione.

<E> Determinate la distribuzione di probabilità della variabile aleatoria che rappresenta la somma dei primi due tempi di lavorazione .

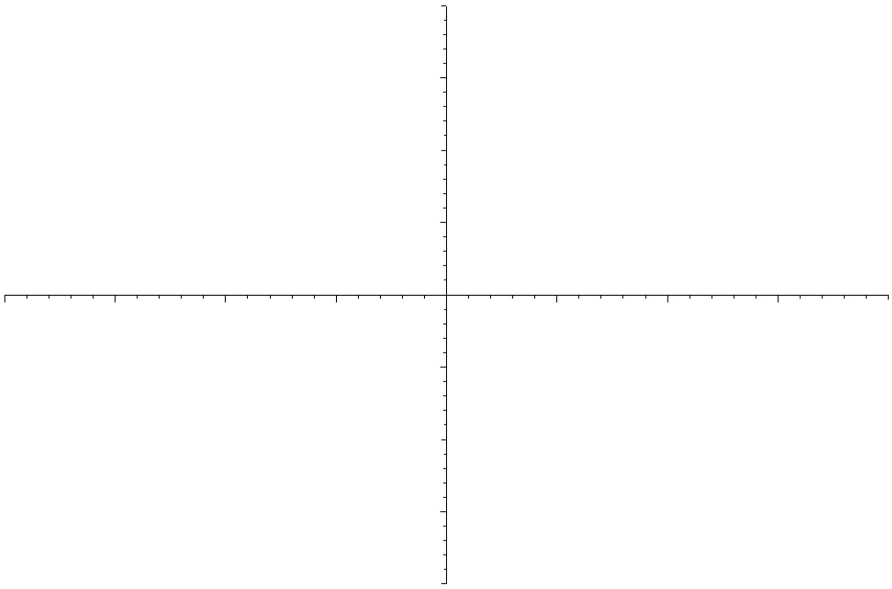
<F> Determinate la distribuzione di probabilità della variabile aleatoria che rappresenta il tempo totale di lavorazione.

Esame Giugno 24/06/2014

Si consideri la funzione

$$f(x, y) = E(\arctan(y/x))$$

<A> Determinare il campo di definizione di f e rappresentarne gli insiemi di livello



<B> Studiare continuità e derivabilità di f

<C> Studiare l'esistenza delle derivate direzionali di f nel punto $(1, \tan(1))$, calcolandole ove esistano.
Si consideri la funzione

$$f(x, y) = xy(x - y)(x + y)$$

<D> Determinare eventuali punti di minimo e di massimo relativi ed assoluti di f su $\mathbb{R}^2$

<E> Determinare eventuali punti di minimo e di massimo relativi ed assoluti di f sul cerchio di centro l'origine e raggio 1

Un tiratore spara a due distinti bersagli con probabilità p di colpire il primo e probabilità q di colpire il secondo.

<F> Per $p = 1/3$, calcolare la probabilità che il primo bersaglio sia colpito in 3 colpi

<G> Per $p = 1/3$, calcolare la probabilità che il primo bersaglio non sia colpito al terzo colpo

<H> Determinare la densità di probabilità della variabile aleatoria che restituisce il numero di tentativi effettuati per colpire entrambi i bersagli.

Esame Luglio 08/07/2014

Sia
$$V = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \ : \ 0 \le z \le 1 - \sqrt{x^2+y^2} \ , \ x^2+y^2-x \le 0\}$$

<A> Calcolare il volume di V

<B> Determinare massimi e minimi assoluti di $f(x,y,z) = x^2+y^2+z^2$ sull'insieme
$$D = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \ : \ 0 \le z \le 1 \ , \ x^2+y^2-x \le 0\}$$

Un tiratore dispone di due armi con cui spara ad un bersaglio.

Utilizzando la prima arma colpisce il bersaglio con probabilità $p = 1/2$ mentre utilizzando la seconda arma colpisce il bersaglio con probabilità $q = 2/3$

<C> Il tiratore sceglie a caso tra le due armi e colpisce il bersaglio al decimo colpo. Calcolare la probabilità che il tiratore abbia scelto la prima o la seconda arma.

<D> Il tiratore sceglie a caso tra le due armi e colpisce il bersaglio al $k-$esimo colpo. Calcolare la probabilità che il tiratore abbia scelto la prima o la seconda arma.

<E> Il tiratore sceglie un'arma a caso e spara al bersaglio. Calcolare la probabilità che il bersaglio sia colpito in al più tre colpi.

<F> Il tiratore sceglie un'arma a caso e spara al bersaglio. Calcolare la probabilità che il bersaglio sia colpito in più tre colpi.

Esame Settembre 16/09/2014

Sia

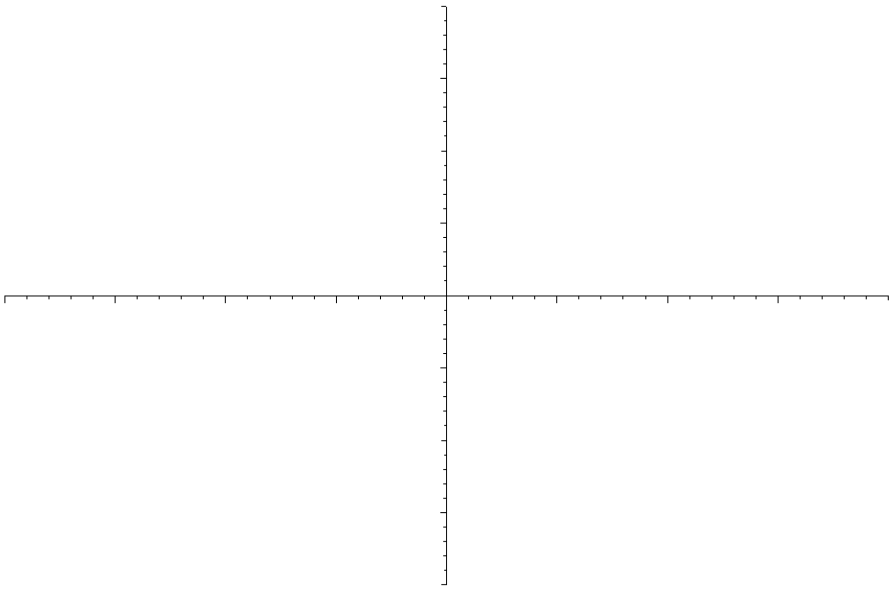
$$f(x,y) = \begin{cases} e^{2x-y} & x \in [0,1], \quad ,x \le y \le x+2 \\ 0 & altrove \end{cases}$$

<A> Calcolare

$$\int_{R^2} f(x,y)dxdy$$

<B> Determinare massimi e minimi assoluti di f

<C> Disegnare le curve di livello di f



<D> Calcolare le derivate direzionali di f nell'origine
Siano

$$f(t) = \begin{cases} \alpha e^{-t} & t \in [0,2] \\ 0 & altrove \end{cases} \qquad g(t) = \begin{cases} \beta e^{t} & t \in [0,1] \\ 0 & altrove \end{cases}$$

<E> Determinare α in modo che f sia la PDF di una variabile aleatoria ξ

<F> Determinare β in modo che g sia la PDF di una variabile aleatoria η

<G> Calcolare $P(\eta > 1/2)$

<H> Determinare la PDF di $\xi + \eta$

<I> Calcolare $P(\xi + \eta > 1)$

Prima Prova parziale 03/11/2014

Si consideri la funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} x^2 + y^2 & |x| + |y| \le 1 \\ 1 & altrove \end{cases}$$

<A> Determinare il campo di definizione di f e l'insieme su cui f è continua.

<B> Determinare se f è differenziabile in $(1/2, 1/3)$ ed in caso affermativo scrivere l'equazione del piano tangente al suo grafico in $(1/2, 1/3)$.

<C> Determinare se f è differenziabile in $(1,0)$ ed in caso affermativo scrivere l'equazione del piano tangente al suo grafico in $(1,0)$.

<D> Calcolare le derivate direzionali di f in $(1,0)$.

<E> Determinare la direzione di massima pendenza per f nel punto $(1,0)$.

<F> Determinare massimi e minimi assoluti di f su $\mathbb{R}^2$.

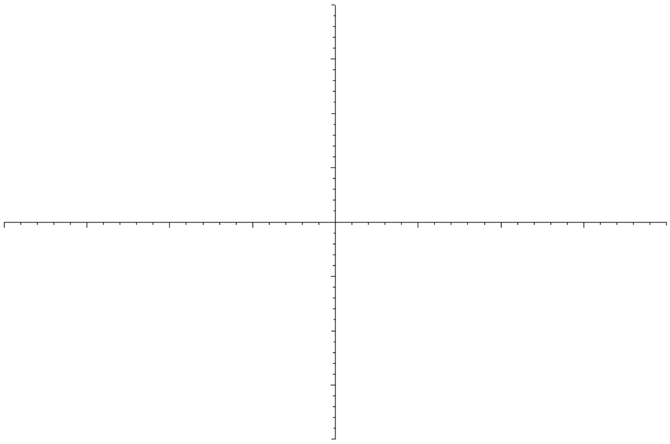
Seconda Prova parziale 12/12/2014

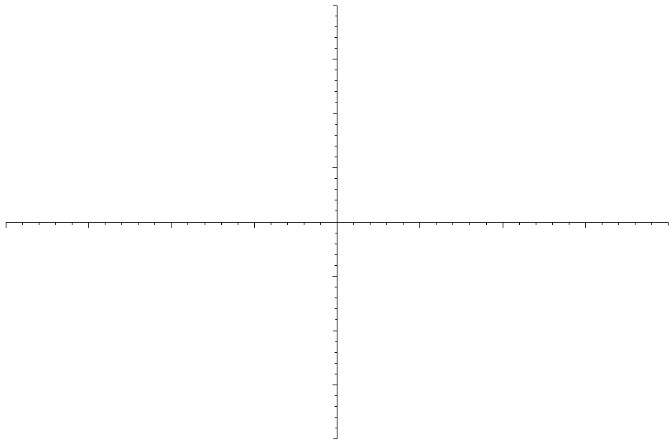
Si consideri la funzione

$$D = \{(x, z) \in \mathbb{R}^2 \ : \ x^2 + z^2 \leq 1 \ , \ x^2 + z^2 - 2x \leq 0\}$$

<A> Disegnare D ed il trasformato di D mediante il cambio di variabili

$$\begin{cases} x = \rho \cos\theta \\ z = \rho \sin\theta \end{cases}$$





<B> Calcolare l'aerea di D.

<C> Calcolare

$$\int_D x dx dz$$

Si consideri il volume V generato dalla rotazione di D attorno all'asse z

<D> Calcolare il volume di V.

<E> Determinare massimi e minimi assoluti di $F(x, y, z) = z$ su V.

Terza Prova parziale 08/01/2015

Sia ξ una variabiile aleatoria binomiale relativa a n ripetizioni di una prova bernoulliana con probabilità di successo p e sia η una variabiile aleatoria binomiale relativa a m ripetizioni di una prova bernoulliana con probabilità di successo q

<A> Impostare il calcolo per determinare la PDF di ξ e di η

<B> Tenendo conto dell'identità di Vandermonde, che afferma che

$$\binom{n+m}{k} = \sum_{j=0}^{k} \binom{n}{j}\binom{m}{k-j}$$

Determinare, per $p = q = 1/2$, la PDF di $\xi + \eta$
ed interpretare il risultato.
Si considerino tre scatole in cui sono contenuti dadi di colore diverso nelle quantità che seguono:
- I scatola : 8 dadi Neri, 5 dadi Bianchi, 7 dadi Gialli
- II scatola : 13 dadi Neri, 7 dadi Bianchi,
- III scatola : 5 dadi Neri, 10 dadi Bianchi;

<C> Si sceglie una scatola e si estrae un dado Bianco; calcolare la probabilità che sia stata scelta la scatola I, II, III

<D> Si sceglie una scatola e si estrae un dado Nero; calcolare la probabilità che sia stata scelta la scatola I, II, III

<E> Si sceglie una scatola e si estrae un dado Giallo; calcolare la probabilità che sia stata scelta la scatola I, II, III

Esame Gennaio 13/01/2015

Si consideri la funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} y - x & y \geq x^2 \\ 0 & \textit{altrove} \end{cases}$$

<A> Studiare campo di definizione e continuità di f

<B> Studiare derivabilità e differenziabilità di f

<C> Calcolare le derivate direzionali di f in $P_0 = (0,1)$

<D> Calcolare le derivate direzionali di f in $P_0 = (1,1)$
Sia ancora

$$f(x,y) = \begin{cases} y - x & y \geq x^3 \\ 0 & \textit{altrove} \end{cases}$$

e

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \ : \ |x| + |y| \leq 1\}$$

<E> Determinare, se esistono, massimi e minimi assoluti di f su D

<F> Calcolare

$$\int_D f(x,y)dxdy$$

Si lanciano due monete per 100 volte e si vince quando per entrambe le monete esce testa.

<G> Calcolare la probabilità di vincere 50 volte.

<H> Calcolare la probabilità di vincere almeno 50 volte.

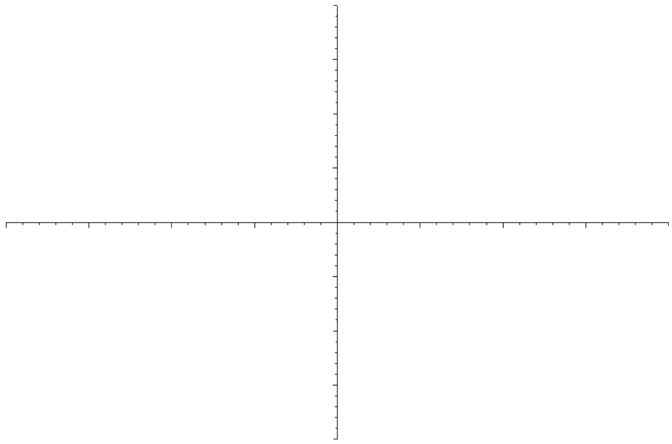
<I> Calcolare la probabilità di vincere al più 50 volte.

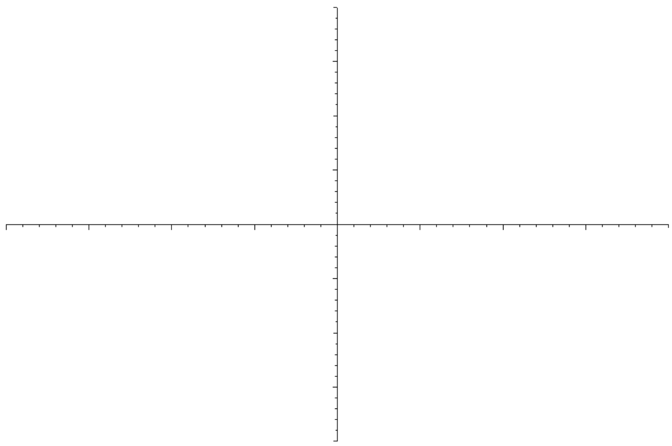
Esame Gennaio 27/01/2015

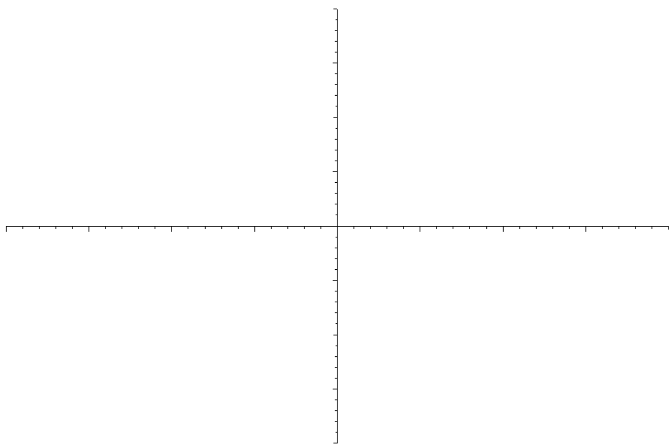
Si consideri la funzione

$$V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \ : \ x + y \leq z \leq 1 - x^2 - y^2\}$$

<A> Disegnare le proiezioni di V sui piani coordinati







<B> Calcolare il volume di V

Sia

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \ : \ 0 \leq z = 1 - x^2 - y^2\}$$

<C> Determinare la minima e la massima distanza di S dall'origine.

<D> Determinare la PDF del quadrato di una variabile aleatoria uniforme definita su $[0, 2]$

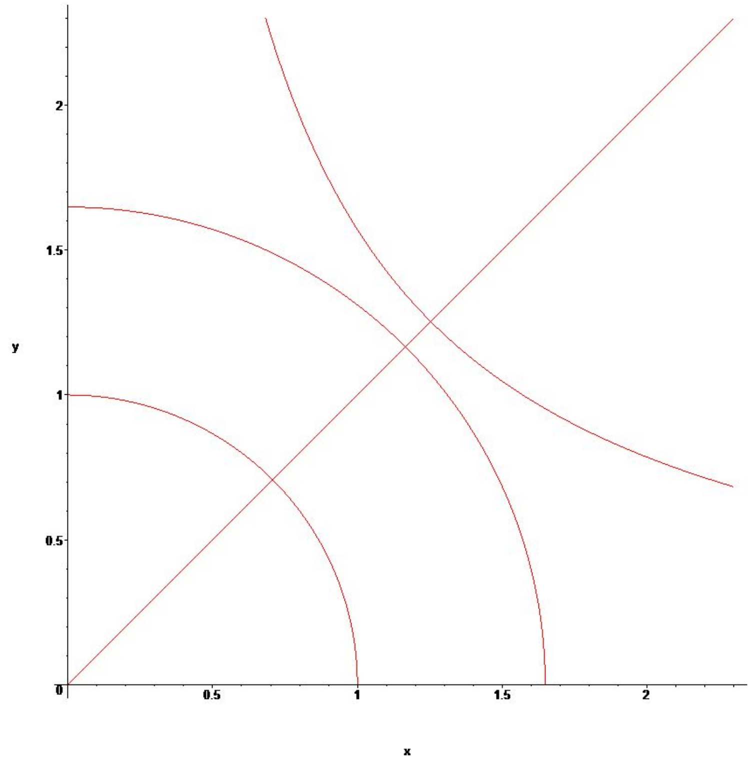
Esame Febbraio 17/02/2015

Si consideri la funzione

$$f(x,y) = 2\ln(x^2+y^2) - \sin(xy)$$

<**A**> Studiare continuità e differenziabilità di f.

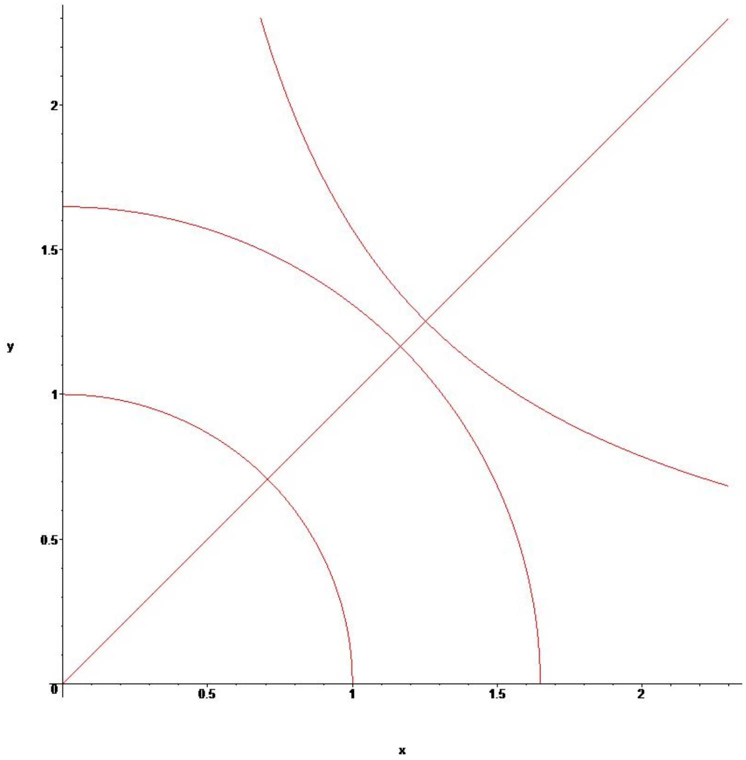
<**B**> Restringendosi al primo quadrante, studiare il segno di f sulle circonferenze di centro l'origine e raggi 1 e $\sqrt{e}$ (l'iperbole riportata in figura ha equazione $xy = \pi/2$)



<**C**> Calcolare la derivata rispetto a ρ e rispetto a θ di

$$\varphi(\rho,\theta) = f(\rho\cos(\theta), \rho\sin(\theta))$$

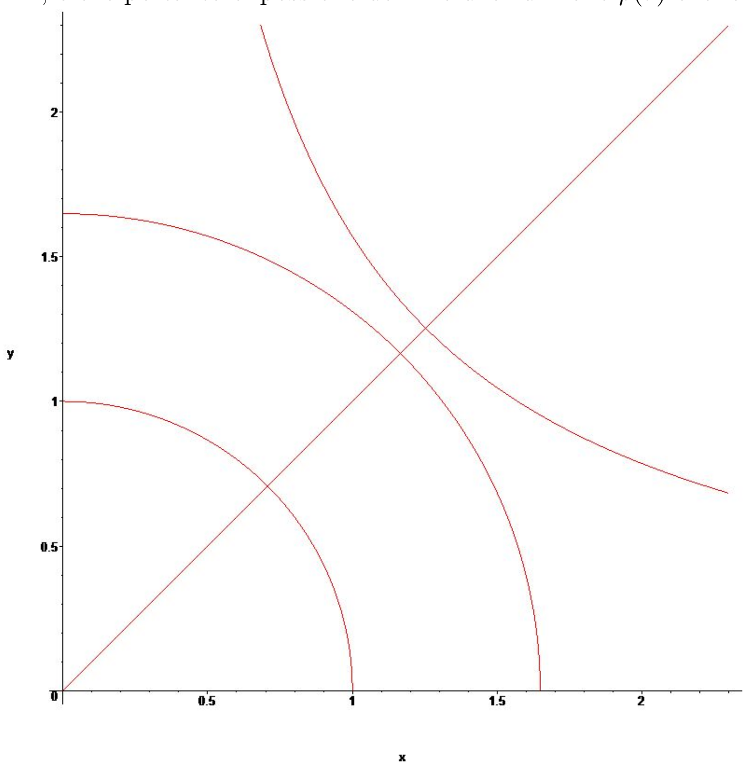
<**D**> Studiare il segno di $\frac{\partial}{\partial\rho}\varphi(\rho,\theta)$ e $\frac{\partial}{\partial\theta}\varphi(\rho,\theta)$ nella parte del cerchio $x^2+y^2 \leq e$ che si trova nel primo quadrante.



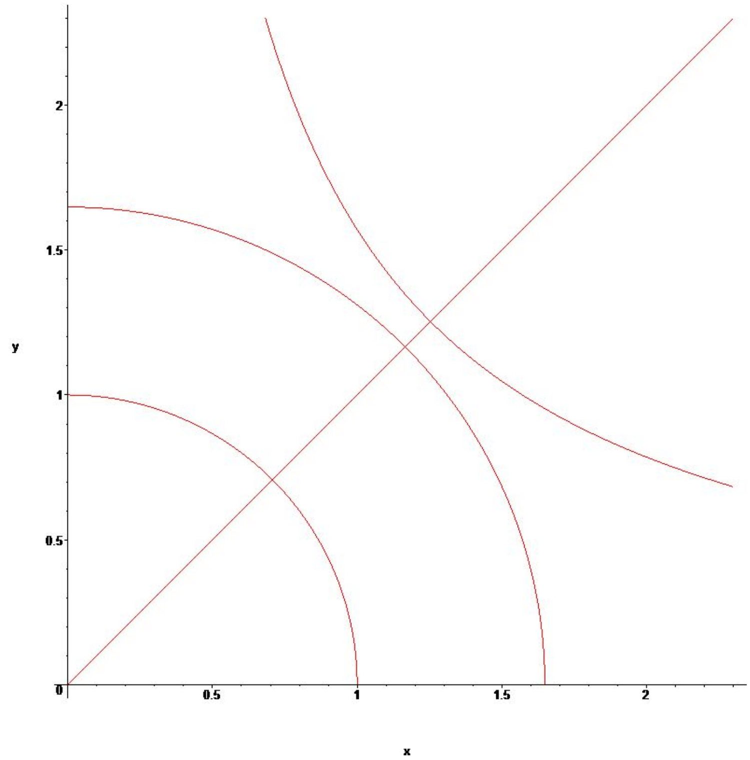
<E> Usando i risultati ottenuti dimostrare che per ogni $\theta \in [0.\pi/2]$ la retta di equazioni parametriche $x = \rho\cos(\theta)$, $y = \rho\sin(\theta)$ incontra una ed una sola volta l'insieme

$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2_+ \ : \ x^2 + y^2 \leq e \ , \ f(x, y) = 0\}$$

, e che pertanto e' possibile definire una funzione $\rho(\theta)$ che lo rappresenta.



<F> Studiare il segno della funzione $\rho(\theta)$ e disegnare l'insieme $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2_+ \ : \ x^2+y^2 \leq e \ , \ f(x,y)=0\}$



<G> Determinare la PDF del quadrato della variabile aleatoria la cui PDF è:

$$\varphi(t) = \begin{cases} 1/2a & t \in [0,a] \\ 1/2b & t \in [-b,0) \\ 0 & altrove \end{cases}$$

Esame Giugno 16/06/2015

Si consideri la funzione

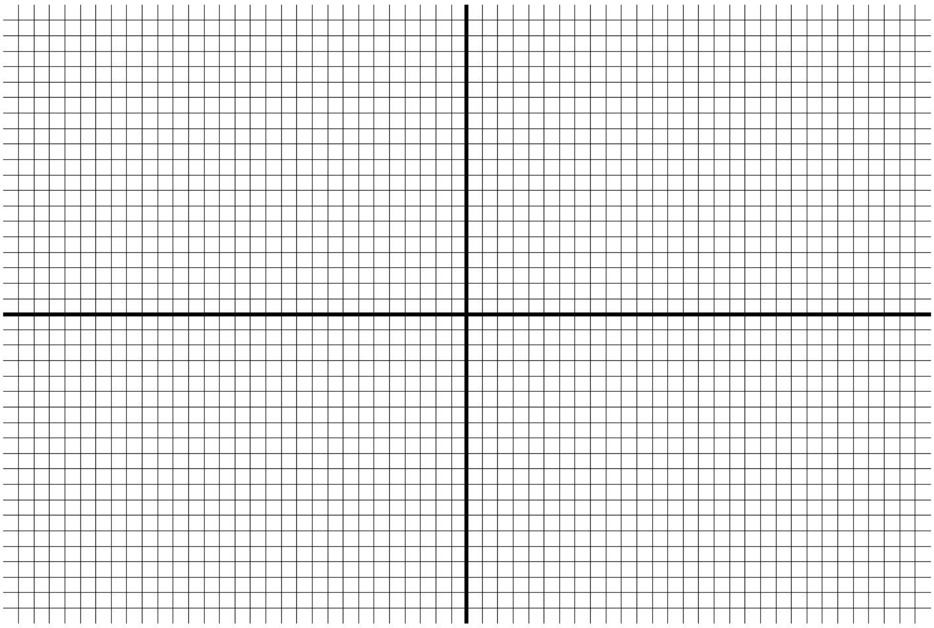
$$f(x,y) = \arctan(\frac{y}{x})$$

e l'insieme

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \ : \ x^2 + y^2 - 2x \le 0 \ , \ x^2 + y^2 - 2y \le 0\}$$

<A> Determinare massimi e minimi assoluti, estremo superiore ed inferiore di f su D

<B> Disegnare nel piano (ρ, θ) il trasformato di D



<C> Calcolare

$$\int_D f(x,y)dxdy$$

Si considerino le variabili aleatorie ξ e η definite da

$$\begin{cases} P(\xi = 1) = 1/2 \\ P(\xi = 2) = 1/3 \\ P(\xi = 3) = 1/6 \end{cases} \quad , \quad \begin{cases} P(\eta = 1) = 1/4 \\ P(\eta = 2) = 1/2 \\ P(\eta = 3) = 1/8 \\ P(\eta = 5) = 1/8 \end{cases}$$

<D> Determinare la PDF della variabile aleatoria $\xi + \eta$:

Si sceglie una scatola rossa ed una scatola blu tra 6 scatole rosse e 8 scatole blu.

3 scatole blu contengono 1 gettone, 2 scatole blu contengono 2 gettoni, 1 scatola blu contiene 3 gettoni.

2 scatole rosse contengono 1 gettone, 4 scatole rosse contengono 2 gettoni, 1 scatola rossa contiene 3 gettoni, 1 scatola rossa contiene 5 gettoni.

<E> Calcolare la probabilità che si ottengano in tutto 3 gettoni

<F> Calcolare quanti gettoni è più probabile ottenere.

Esame Giugno 30/06/2015

Si consideri l'insieme

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \ : \ \sqrt{x^2 + y^2} \le z \le 4 - \sqrt{x^2 + y^2} \le 2 \ , \ x^2 + y^2 - 2y \le 0\}$$

<A> Calcolare il volume di D

<B> Calcolare massimi e minimi assoluti di $f(x, y, z) = z$ su D

<C> Calcolare le derivate direzionali di f nel punto $P_0 = (0, 0, 4)$
Si considerino due tiratori T_1 e T_2 che sparano ad un bersaglio un colpo ciascuno ogni volta.
La probabilità che un colpo del primo tiratore vada a segno è $1/2$ mentre
La probabilità che un colpo del secondo tiratore vada a segno è $2/3$

<D> Determinare la probabilità che il bersaglio sia colpito dall'uno o dall'altro tiratore

<E> Determinare la probabilità che il bersaglio sia colpito al più in 3 colpi

<F> Determinare quanti colpi occorre prevedere di sparare per essere certi, al 99%, che il bersaglio venga colpito.

Esame Luglio 14/07/2015

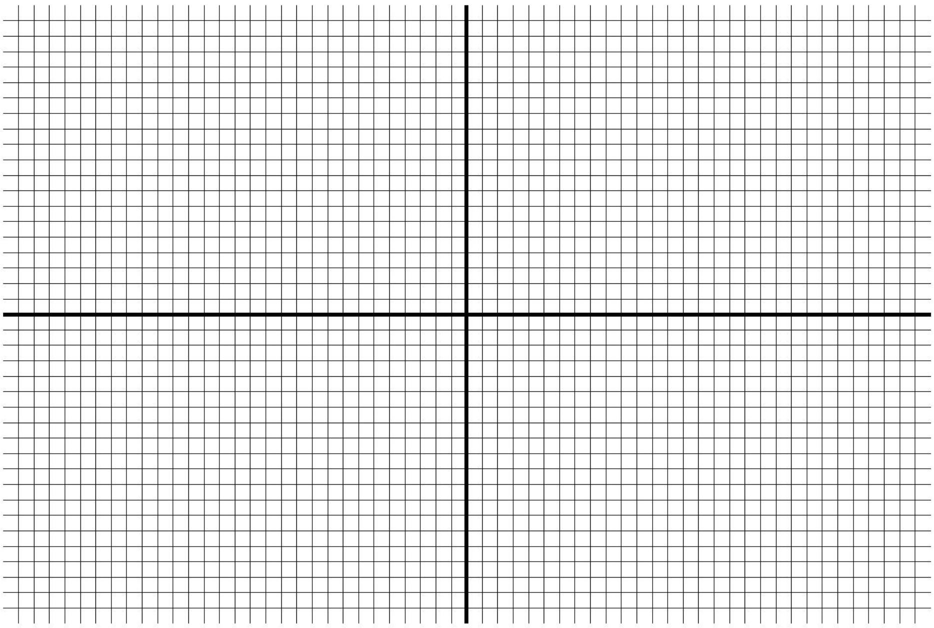
Si consideri la funzione

$$f(x) = \sqrt{|y - 2x + 1|]}$$

e l'insieme

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \ : \ x^2 + y^2 - 2x \leq 0\}$$

<A> Disegnare D le linee di livello di f



<B> Calcolare massimi e minimi assoluti di f su D

<C> Calcolare le derivate direzionali di f nel punto $(1/2, 0)$

<D> Calcolare

$$\int_D f(x, y) dx dy$$

Si consideri un distributore automatico di bibite contenente bottiglie di Aranciata (A) , Limonata (L) e Acqua Tonica (T) e si supponga che su 100 acquirenti i 50 scelgano T , 20 scelgano L ed i restanti scelgano A.

Si supponga inoltre che in un giorno ci si attende che 6000 acquirenti accedano al distributore.

<E> Determinare quante bottiglie A occorre mettere nel distributore affinchè la probabilità che un acquirente non possa essere soddisfatto sia inferiore a 0.1

<F> Determinare quante bottiglie L occorre mettere nel distributore affinchè la probabilità che un acquirente non possa essere soddisfatto sia inferiore a 0.1

Sia x una variabile aleatoria binomiale associata ad un esperimento bernoulliano in cui la probabilità di successo è p

<G> Calcolare media e varianza di x giustificando le affermazioni.

Settembre 15/09/2015

Si consideri l'insieme

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \;:\; 0 \le z \le 4 - \sqrt{x^2 + y^2}, x \in [0, 1]\}$$

<A> Calcolare il volume di D

<B> Calcolare il baricentro di D

<C> Calcolare le derivate direzionali di $f(x, y, z) = \max\{4 - \sqrt{x^2 + y^2} - z, 0\}$ nel punto $(0, 0, 4)$

<D> Calcolare, dove é definita, la forma quadratica hessiana di$f(x, y, z) = 4 - \sqrt{x^2 + y^2} - z$
Si consideri una variabile aleatoria ξ con PDF uniforme su $[2, 4]$

<E> Determinare la PDF di $\eta = \sqrt{\xi}$

<F> Calcolare media e varianza di η