Prova Iniziale 06/09/1999

Test di Autovalutazione

Vi preghiamo di svolgere attentamente ed individualmente il test che è anonimo e ha un duplice scopo:

- 1) raccogliere dati sulla preparazione iniziale degli iscritti al primo anno, anche in relazione alla scuola di provenienza, onde prevedere adeguate misure in grado di colmare eventuali lacune,
- 2) fornire un esempio significativo delle nozioni che si ritengono note e consentire una autovalutazione sul livello di conoscenza di tali nozioni.

Raccomandiamo un lavoro strettamente individuale che consenta a ciascuno di scoprire l'eventuale presenza di lacune, ricordando che, in nessun modo, la presente prova costituisce materia per valutazioni dell'allievo.

Vi preghiamo inoltre di annerire la casella a fianco delle domande per rispondere alle quali ritenete sia stata utile la frequenza dei precorsi.

Dati relativi alla provenienza dell'allievo

Diploma di

conseguito presso la Scuola

Sezione

con la votazione di /100

Iscritto al corso di Laurea / Diploma in

nato nell'anno

Numero per consentire all'allievo l'identificazione della correzione

--	--	--

A Indicare a fianco di ogni polinomio la sua scomposizione

1) $(a^2 - b^2) =$

2) $(a^4 - b^4) =$

3) $(ab - b^2) =$

B Calcolare la distanza tra i punti $P = (1, 2)$ e $Q = (2, 1)$ nel piano cartesiano

$d(P, Q) =$

C Calcolare la distanza tra i punti $P = (a, b)$ e $Q = (b, c)$ nel piano cartesiano

$d(P, Q) =$

D Scrivere a fianco di ognuna delle seguenti equazioni il luogo dei punti da esse identificato nel piano cartesiano.

- 1) $x^2 + y^2 = 1$
- 2) $2x^2 + y^2 = 1$
- 3) $x^2 - y^2 = 1$
- 4) $xy = 0$
- 5) $x + y^2 = 1$
- 6) $xy = 1$

E Calcolare

- 1) $\sin(\pi/3) =$
- 2) $\sin(\pi/6) =$
- 3) $\cos(\pi/4) =$
- 4) $\sin(\pi/2) =$
- 5) $\sin(2\alpha) =$
- 6) $\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha =$

F Identificare le affermazioni vere e quelle false

- 1) $\log_2 4 = \log_3 9$ VERA FALSA
- 2) $\log_a c = b \iff b = e^a$ VERA FALSA
- 3) $\log_2(a + b) = \log_2(a) + \log_2(b)$ VERA FALSA

G Risolvere le seguenti equazioni

- 1) $x^2 - 5x + 6 = 0$
- 2) $a^2 + 3ab + b^2 = 0$
- 3) $a^2 + 3ab = -b^2$

H Se in un magazzino ogni oggetto fragile è conservato in una scatola, è vero che, in quel magazzino, ogni scatola contiene un oggetto fragile?

VERO FALSO

I Se in un magazzino ogni oggetto fragile è conservato in una scatola, è vero che, in quel magazzino, se un oggetto non è in una scatola allora non è fragile?

VERO FALSO

J Risolvere la disequazione $\frac{a}{b} > 0$

K Risolvere l'equazione $(x - 1)(x - 2)(x - 1/3) = 0$

L Se $x^2 > 9$ allora

1) $x > 3$ e $x < -3$ VERA FALSA

2) $x > 3$ oppure $x < -3$ VERA FALSA

3) $|x| > 3$ VERA FALSA

M Stabilire se ognuna delle seguenti affermazioni è vera o falsa

1) $\sqrt{a^2} = \pm a$ VERA FALSA

2) $\sqrt{a^2} = |a|$ VERA FALSA

3) $\sqrt{a^2} = a$ VERA FALSA

N Scrivere una frazione compresa tra 0.34 e 0.35.

Correzione Prova Iniziale 06/09/1999

Soluzioni

A Indicare a fianco di ogni polinomio la sua scomposizione

1) $(a^2 - b^2) = (a - b)(a + b)$

2) $(a^4 - b^4) = (a - b)(a + b)(a^2 + b^2)$

3) $(ab - b^2) = b(a - b)$

B Calcolare la distanza tra i punti $P = (1, 2)$ e $Q = (2, 1)$ nel piano cartesiano

$$d(P, Q) = \sqrt{2}$$

C Calcolare la distanza tra i punti $P = (a, b)$ e $Q = (b, c)$ nel piano cartesiano

$$d(P, Q) = \sqrt{(a - b)^2 + (b - c)^2}$$

D Scrivere a fianco di ognuna delle seguenti equazioni il luogo dei punti da esse identificato nel piano cartesiano.

1) $x^2 + y^2 = 1$ **cerchio**

2) $2x^2 + y^2 = 1$ **ellisse**

3) $x^2 - y^2 = 1$ **iperbole**

4) $xy = 0$ **gli assi**

5) $x + y^2 = 1$ **parabola**

6) $xy = 1$ **iperbole**

E Calcolare

1) $\sin(\pi/3) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

2) $\sin(\pi/6) = \frac{1}{2}$

3) $\cos(\pi/4) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

4) $\sin(\pi/2) = 1$

5) $\sin(2\alpha) = 2 \sin \alpha \cos \alpha$

6) $\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \cos(2\alpha)$

F Identificare le affermazioni vere e quelle false

1) $\log_2 4 = \log_3 9$ • VERA ○ FALSA

2) $\log_a c = b \iff b = e^a$ VERA FALSA

3) $\log_2(a+b) = \log_2(a) + \log_2(b)$ VERA FALSA

G Risolvere le seguenti equazioni

1) $x^2 - 5x + 6 = 0$ **x = 2** **x = 3**

2) $a^2 + 3ab + b^2 = 0$ **a = $\frac{-3b \pm \sqrt{5}|b|}{2}$** oppure **b = $\frac{-3a \pm \sqrt{5}|a|}{2}$**

3) $a^2 + 3ab = -b^2$ **a = $\frac{-3b \pm \sqrt{5}|b|}{2}$** oppure **b = $\frac{-3a \pm \sqrt{5}|a|}{2}$**

H Se in un magazzino ogni oggetto fragile è conservato in una scatola, è vero che, in quel magazzino, ogni scatola contiene un oggetto fragile?

VERO FALSO

I Se in un magazzino ogni oggetto fragile è conservato in una scatola, è vero che, in quel magazzino, se un oggetto non è in una scatola allora non è fragile?

VERO FALSO

J Risolvere la disequazione $\frac{a}{b} > 0$ **a e b devono essere non nulli ed avere lo stesso segno.**

K Risolvere l'equazione $(x-1)(x-2)(x-1/3) = 0$ **x = 1** **x = 2** **x = 1/3**

L Se $x^2 > 9$ allora

1) $x > 3$ e $x < -3$ VERA FALSA

2) $x > 3$ oppure $x < -3$ VERA FALSA

3) $|x| > 3$ VERA FALSA

M Stabilire se ognuna delle seguenti affermazioni è vera o falsa

1) $\sqrt{a^2} = \pm a$ VERA FALSA

2) $\sqrt{a^2} = |a|$ VERA FALSA

3) $\sqrt{a^2} = a$ VERA FALSA

N Scrivere una frazione compresa tra 0.34 e 0.35. **ad esempio 343/1000**

Prima Prova Scritta 9/03/2000

Si consideri la disequazione

$$\sqrt{1-x^2} \leq 1+ax$$

A_2 ○ Determinare tutte le soluzioni della disequazione per $a = 1$.

B_2 ○ Disegnare il grafico di $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ e di $g(x) = 1+ax$

C_3 ○ Determinare le soluzioni della disequazione al variare di $a \in \mathbb{R}$

D_3 ○ Determinare quante soluzioni ha l'equazione

$$\sqrt{1-x^2} = (1+ax)$$

al variare di a

Seconda Prova Scritta 16/03/2000

Si consideri

$$\sigma_n(x) = \sum_{k=1}^n x^k$$

A_3 ○ Applicare il principio di induzione per verificare che

$$\sigma_n(x) = \frac{x - x^{n+1}}{1 - x}$$

B_2 ○ Applicare il principio di induzione per verificare che $2^n \geq n$

C_2 ○ Trovare un numero naturale n_ϵ tale che

$$\frac{1}{2^{n_\epsilon}} < \epsilon$$

D_1 ○ Verificare che

$$\sigma_n\left(\frac{1}{2}\right) \leq 1 \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

E_2 ○ Verificare che

$$\sup \sigma_n\left(\frac{1}{2}\right) = 1$$

Terza Prova Scritta 23/03/2000

Si consideri la funzione il cui grafico è di seguito riportato

A₃○ Disegnare il grafico di $f(|x|)$ e di $|f(x)|$

B₂○ Disegnare il grafico di $f(x - \alpha)$ e di $f(x) - \alpha$

Sia $a = 1$ ed $\alpha = 2$ e sia $g(x) = f(x)$ per $x \in [-a, \alpha]$;

C_2 ○ Determinare, dal grafico di g i valori di x per i quali è possibile calcolare $g(g(x))$

D_3 ○ Disegnare il grafico di $g(g(\cdot))$

Quarta Prova Scritta 30/03/2000

Si considerino le funzioni

$$f(x) = \log_2 |x^2 - ax| \qquad g(x) = \arctan(f(x)) \qquad a \in (0, 2)$$

$A_2 \circlearrowleft$ Disegnare il grafico di f al variare di a

$B_3 \circlearrowleft$ Disegnare il grafico di g al variare di a

$C_2 \circlearrowleft$ Disegnare il grafico di g per $a = 2$ ed $a = 0$

$D_3 \circlearrowleft$ Per $a = 2$ stabilire se g è invertibile su $(-\infty, 0]$ ed in caso affermativo determinarne l'inversa.

Quinta Prova Scritta 06/04/2000

A_2 ○ Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x(x+1))}{x^2} =$$

B_3 ○ Calcolare al variare di $a, b \in \mathbb{R}$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x(x+b))}{ax^2 + bx} =$$

Sia f la funzione il cui grafico è riportato in figura

C_2 ○ Determinare, in corrispondenza di $\epsilon = .5$ un intorno bucato I di 2 in modo che sia verificato che $|f(x) - 1| < \epsilon$ per $x \in I$

D_3 ○ In corrispondenza di $\epsilon > 0$ determinare $\delta > 0$ tale che $|f(x) - 1| < \epsilon$ per $|x - 2| < \delta$

Sesta Prova Scritta 13/04/2000

Si consideri la successione definita da

$$\begin{cases} a_{n+1} = -\frac{1}{2}a_n + 1 \\ a_0 = 2 \end{cases}$$

e si ponga

$$b_n = a_{2n}, \quad c_n = a_{2n+1}$$

A_2 Determinare b_0 e ricavare b_n in funzione di b_{n-1} .

B_3 Provare che b_n è decrescente e calcolare il limite di b_n

C_2 Rappresentare graficamente la successione ricorrente a_n

D_3 Stabilire per ciascuno dei seguenti fatti se è vero o falso.

c_n è crescente

c_n è decrescente

c_n è limitata

c_n non è limitata

c_n ammette limite ed il suo limite è.....

c_n non ammette limite

a_n ammette limite ed il suo limite è.....

a_n non ammette limite

Settima Prova Scritta 13/04/2000

Si consideri la funzione definita da

$$\begin{cases} e^x \sin(x^4) & x < 0 \\ ax + b & 0 \leq x \leq 1 \\ \frac{(\ln x)^2}{x-1} + x & x > 1 \end{cases}$$

- A_2 Determinare, se possibile, a, b in modo che f sia continua in 0.
 f è continua in 0 per
- B_3 Determinare, se possibile, a, b in modo che f sia continua in 0 ed in 1.
 f è continua in 0 ed in 1 per
- C_2 Determinare, se possibile, a, b in modo che f sia derivabile in 0.
 f è derivabile in 0 per
- D_3 Determinare, se possibile, a, b in modo che f sia derivabile in 0 ed in 1.
 f è derivabile in 0 ed in 1 per

Ottava Prova Scritta 13/04/2000

A₂○ Disegnare il grafico di $f(x) = xe^{-x}$

B₃○ Stabilire per quali x si ha

$$e^{-x} < \frac{1}{x}$$

C₂○ Disegnare il grafico di $g(x) = \ln|x| + e^{-x}$

D₃○ Stabilire quante volte si annulla g ed il segno dei punti in cui g vale 0

Nona Prova Scritta 18/05/200

Sia f una funzione derivabile due volte tale che $f(0) = 0$, $f'(0) = 1$ e sia

il grafico della sua derivata seconda

A_2 Disegnare il grafico di f'

B_3 Disegnare il grafico di f

C_2 Scrivere il suo polinomio di McLaurin di grado 2

D_3 Stabilire con quale errore la retta tangente (Polinomio di McLaurin di grado 1) approssima la funzione data.

Decima Prova Scritta 18/05/200

Sia f una funzione il cui grafico è indicato in figura

$$f(x) = \begin{cases} 1/x^2 & x < -2 \\ x + 9/4 & -2 \leq x < -1 \\ 5/4 & -1 \leq x < 0 \\ x^2 & 0 \leq x < 1 \\ 1/\sqrt{2-x} & 1 \leq x < 2 \\ 4-x & 2 \leq x < 3 \\ 3/x & 3 \leq x \end{cases}$$

e sia

$$F(x) = \int_0^x f(t) dt$$

A_2 Calcolare

$$\int_{-2}^0 f(x) dx$$

B_3 Calcolare, se esistono

* $F'_+(0) =$

* $F'_-(0) =$

* $F'_+(2) =$

* $F'_-(2) =$

C_2 Trovare una primitiva di f in $(-2, 0)$

D_3 Disegnare il grafico di F

Undicesima Prova Scritta 18/05/200

Si consideri il problema di Cauchy

$$f(x) = \begin{cases} y'(x) = y(x)(1 - y^2(x))^{\frac{1}{3}} \\ y(0) = y_0 \end{cases}$$

A_2 Determinare le soluzioni costanti dell'equazione data

B_3 Disegnare il grafico della soluzione del problema dato per $y_0 = 1/2$ e $y_0 = -1/2$

C_2 Disegnare il grafico della soluzione del problema dato per $y_0 = 2$ e $y_0 = -2$

D_3 Disegnare il grafico di eventuali soluzioni definite su tutto $\mathbb{R}$

Prima Prova Scritta 12/06/2000

Si consideri la disequazione

$$\sqrt{1-x^2} \leq x^2$$

A_5 Determinare tutte le soluzioni della disequazione

B_5 Disegnare il grafico di $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ e di $g(x) = x^2$ e risolvere la disequazione graficamente.

Seconda Prova Scritta 12/06/2000

A_5 ○ Applicare il principio di induzione per verificare che

$$\sum_{k=1}^n 6k = 3n^2 + 3n$$

per ogni $n \in \mathbb{N}$

B_5 ○ Applicare il principio di induzione per verificare che

$$2^n < n!$$

per ogni $n \geq 4$

Terza Prova Scritta 12/06/2000

Si consideri la funzione f il cui grafico è di seguito riportato

A₅○ Disegnare il grafico di $f(|x|)$ e di $|f(x)|$

B₅○ Disegnare il grafico di $f(x+3)$ e di $\ln(f(x))$

Quarta Prova Scritta 12/06/2000

Si consideri la funzione

$$f(x) = \arctan(\ln(\sqrt{x^2 - 1}))$$

A_5 Disegnare il grafico di f

B_5 Stabilire se f è invertibile su $(-\infty, -1)$ ed in caso affermativo determinarne l'inversa.

Quinta Prova Scritta 12/06/2000

A_5 ○ Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - x - \cos x}{x} =$$

B_5 ○ Calcolare al variare di $a \in \mathbb{R}$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{x^2-x} - a}{x} =$$

Sesta Prova Scritta 12/06/2000

Si consideri la successione definita da

$$\begin{cases} a_{n+1} = a_n^2 \\ a_0 = a \end{cases}$$

- A_3 Stabilire per quali valori di a , a_n è crescente
- B_3 Stabilire per quali valori di a , a_n è decrescente
- C_4 Stabilire per quali valori di a , a_n ammette limite e calcolarlo

Settima Prova Scritta 12/06/2000

Si consideri la funzione definita da

$$\begin{cases} \frac{e^{2x} - a}{x} & x < 0 \\ x - x^2 & 0 \leq x \leq 1 \\ b \frac{(\ln x)^2}{x-1} & x > 1 \end{cases}$$

A_5 Determinare, se possibile, a, b in modo che f sia continua in $\mathbb{R}$.
 f è continua in $\mathbb{R}$ per

B_5 Determinare, se possibile, a, b in modo che f sia derivabile in $\mathbb{R}$.
 f è derivabile in $\mathbb{R}$ per

Ottava Prova Scritta 12/06/2000

A_5 Disegnare il grafico di $f(x) = (x^2 - 1)e^x$

B_5 Stabilire quante soluzioni ha l'equazione $f(x) = k$, al variare di $k \in \mathbb{R}$

Nona Prova Scritta 12/06/2000

Sia f una funzione derivabile due volte tale che $f(0) = 0$, $f'(0) = 1$ e

$$f''(x) = \begin{cases} x(x+1) & x \leq 1 \\ 2 & 1 < x \leq 2 \\ 1-3x & x > 2 \end{cases}$$

A_4 Disegnare il grafico di f'

B_3 Disegnare il grafico di f

C_3 Scrivere il suo polinomio di McLaurin di grado 4

Decima Prova Scritta 12/06/2000

Sia f definita da

$$f(x) = \frac{1}{(x-1)\sqrt[3]{x+4}}$$

e sia

$$F(x) = \int_0^x f(t) dt$$

A_4 Trovare il campo di definizione di F

B_3 Calcolare, dove esiste, $F'(x)$ e precisare il suo campo di definizione.

C_3 Disegnare il grafico di F

Undicesima Prova Scritta 12/06/200

Si consideri il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = \sqrt[3]{y(x) - 1} \\ y(0) = y_0 \end{cases}$$

A_4 ○ Disegnare il grafico della soluzione del problema dato per $y_0 = 0$

B_6 ○ Disegnare il grafico di tutte le soluzioni del problema dato al variare di y_0

Esame giugno 12/06/2000

Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{2}{x(1-x^2)}$$

A_4 Disegnare il grafico di f

B_3 Disegnare il grafico di $g(x) = \int_4^x f(t)dt$

C_4 Disegnare il grafico di tutte le primitive di f

Si consideri l'equazione

$$xy''(x) - y'(x) = |x|$$

A_3 Risolvere l'equazione omogenea associata all'equazione data

B_3 Risolvere l'equazione data su $\mathbb{R}_+$

C_4 Risolvere l'equazione data su $\mathbb{R}_-$

D_5 Risolvere l'equazione data su $\mathbb{R}$

Esame giugno 27/06/2000

Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{e^x}{x^2 + x}$$

A_4 Disegnare il grafico di f

B_3 Disegnare il grafico di $g(x) = \int_4^x f(t) dt$

C_4 Disegnare il grafico di $g(x) = \int_{-\infty}^x f(t)dt$

Si consideri il sistema di equazioni differenziali lineari

$$\begin{cases} y'(x) = y(x) + z(x) + x \\ z'(x) = z(x) + 1 \end{cases}$$

A_3 Risolvere il sistema omogeneo associato

B_3 Risolvere il sistema

C_4 Trovare la soluzione del sistema omogeneo associato tale che $y(0) = z(0) = 0$

D_5 Trovare la soluzione del sistema tale che $y(0) = z(0) = 0$

Esame luglio 14/07/2000

Si consideri la funzione

$$f_k(x) = e^{2x} + ke^x$$

A₄○ Determinare $g_k(t)$ tale che

$$f_k(x) = g_k(e^x)$$

e disegnarne il grafico al variare di $k \in \mathbb{R}$

B₃○ Disegnare il grafico di $f_k(x)$ al variare di $k \in \mathbb{R}$

C_4 Per $k = 2$ Disegnare il grafico di $F(x) = \int_0^x f_2(t)dt$

C_4 Per $k = 2$ determinare un intervallo in cui f_2 è invertibile e trovarne l'inversa.
Si consideri il sistema di equazioni differenziali lineari

$$\begin{cases} y''(x) + y'(x) = z(x) \\ z'(x) + z(x) = x \end{cases}$$

A_5 Determinare tutte le soluzioni del sistema omogeneo associato al sistema dato

B_3 Determinare tutte le soluzioni del sistema dato

C_3 Scrivere un sistema di equazioni differenziali lineari del primo ordine equivalente al sistema dato

D_4 Trovare una matrice fondamentale del sistema del primo ordine trovato al punto precedente.

Esame settembre 15/09/2000

Si consideri la funzione

$$f_k(x) = e^x - k^2x$$

A_4 ○ Determinare campo di definizione e limiti agli estremi del campo di f_k

B_3 ○ Determinare eventuali massimi e minimi relativi ed assoluti di f_k , sul suo campo di definizione.

C_4 ○ Stabilire per quali valori di k f_k assume qualche valore negativo.

C_4 ○ Disegnare il grafico di f_k

D_4 ○ Disegnare il grafico di

$$\int_0^x f_k(t) dt$$

Si consideri il sistema di equazioni differenziali lineari

$$y'''(x) + k^3y(x) = 0$$

A_5 ○ Determinare tutte le soluzioni dell'equazione data

B_3 ○ Determinare tutte le soluzioni limitate su $\mathbb{R}_+$ dell'equazione data

C_3 ○ Determinare tutte le soluzioni limitate su $\mathbb{R}_-$ dell'equazione data

D_4 ○ Determinare tutte le soluzioni di

$$y'''(x) + k^3y(x) = e^{-kx} + x$$

Esame Dicembre 18/12/2000

Si consideri la funzione il cui grafico è indicato in figura

A₄ Disegnare il grafico di $f(|x|)$

B₃ Disegnare il grafico di $|f(x)|$

C₄○ Disegnare il grafico di $f'(x)$

C₄○ Disegnare il grafico di $\int_0^x f(t)dt$

Si consideri il problema di Cauchy

$$\begin{cases} xy'(x) = 1 + \ln(y(x)) \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$$

A₅○ Disegnare il grafico della soluzione per $x_0 = 1, y_0 = 1$

$B_3 \circ$ Disegnare il grafico della soluzione per $x_0 = -1, y_0 = 1$

$C_3 \circ$ Disegnare il grafico della soluzione per $x_0 = 1,$

$D_4 \circ$ Disegnare il grafico della soluzione al variare di x_0, y_0

Esame Febbraio 23/02/2001

Si consideri la funzione

$$f(x) = x^2 + x \quad g(x) = e^{f(x)} \quad h(x) = g(\sqrt{x})$$

A₄○ Disegnare il grafico di f

B₃○ Disegnare il grafico di g

C₄○ Disegnare il grafico h

C_4 Disegnare il grafico di tutte le primitive di g

Si consideri l'equazione

$$y'(x) = (x - 1)^2 y^2$$

A_3 Determinare la soluzione tale che $y(0) = 1$ e disegnarne il grafico

B_3 Determinare la soluzione tale che $y(0) = -1$ e disegnarne il grafico

C_4 Determinare la soluzione tale che $y(0) = 0$ e disegnarne il grafico

D_5 Disegnare il grafico di tutte le soluzioni e disegnarne il grafico