Prima Prova Scritta 18/03/1997

Si consideri la funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} 1 + \dfrac{|x|y^6}{x^6+y^6} & ,\ (x,y) \neq (0,0) \\ k & ,\ (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

A_2◯ Determinare, per $k \in \mathbb{R}$, l'insieme di continuità di f.

B_2◯ Determinare, per $k \in \mathbb{R}$, l'insieme di differenziabilità di f.

C_1◯ Calcolare, se esiste, $\lim_{(x,y)\to\infty} f(x,y)$.

D_1◯ Determinare, per $k = 1$, se esistono, i punti di massimo e di minimo, relativi ed assoluti, di f, sul suo dominio.

Seconda Prova Scritta 22/04/1998

Si consideri, nel piano (x,z), la circonferenza di centro $(2,3)$ e raggio 1, e sia S la superficie ottenuta ruotando tale circonferenza di un giro completo attorno all'asse z.

A_2◯ Determinare una parametrizzazione di S.

B_2◯ Calcolare la massa di S, supponendo la sua densità superficiale proporzionale alla distanza dal piano $z = 0$.
Si consideri il campo vettoriale

$$F(x,y) = \left(\frac{ax}{x^2+2y^2-1}, \frac{2y+b}{x^2+2y^2-1} \right)$$

C_1◯ Stabilire per quali $a, b \in \mathbf{R}$ il campo è chiuso.

D_1◯ Calcolare, per gli a e b determinati al punto c), il lavoro fatto dal campo F lungo la curva di equazione

$$\begin{cases} x(t) = 10 + t\cos t \\ y(t) = t \sin t \end{cases} \qquad t \in [0, 2\pi]$$

E_1◯ Sempre con gli a e b trovati al punto c), determinare, se esistono, tutti i potenziali di F.

Terza Prova Scritta 18/05/1998

Si consideri il problema

$$\begin{cases} xy'(x) = y(x) + \mathrm{e}^x - 1 + x \\ y(0) = \gamma \\ y'(0) = \delta \end{cases}$$

A_2 ◯ Determinare, al variare di γ e δ le soluzioni sviluppabili in serie di potenze di centro 0, precisandone il dominio.
Si consideri la funzione

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^{3n}}{2+\sqrt{n}}$$

B_2 ◯ Determinare il dominio di f.

C_1 ◯ Determinare un numero razionale che approssimi $f(2.1)$ a meno di 10^{-6}

Quarta Prova Scritta 05/06/1998

Si consideri il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y(x)y''(x) = 2(y'(x))^2 \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = a \end{cases}$$

A_2 ◯ Studiarne l'esistenza e l'unicità della soluzione al variare di $a \in \mathbb{R}$.

B_2 ◯ Nel caso $a = 0$ determinare tutte le soluzioni del problema, precisandone il dominio.

C_1 ◯ Nel caso $a = 1$ determinare tutte le soluzioni del problema, precisandone il dominio.
Si consideri il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = \dfrac{xy(x) + y^2(x) + x^2}{x^2} \\ y(1) = 1 \end{cases}$$

D_4t ◯ Determinarne tutte le soluzioni, precisandone il dominio.

Esame giugno 19/06/1998

Si consideri la funzione

$$f(x,y) = \sum_{0}^{+\infty} \left(\frac{2xy}{x^2+y^2}\right)^n$$

A_3 ◯ Determinare il dominio di f

B_3 ◯ Stabilire dove f è continua e differenziabile

C_3 ◯ Calcolare $\nabla f(0,1)$

D_3 ◯ Calcolare esplicitamente f e studiare la prolungabilità di f sui punti della bisettrice $II - IV$ quadrante
Si consideri l'equazione differenziale

$$2y''(x) - 1 + \frac{1}{2\sqrt{y(x)}} = 0$$

E_3◯ Determinare le soluzioni dell'equazione data tali che $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$

E_3◯ Determinare le soluzioni dell'equazione data tali che $y(0) = -1$, $y'(0) = 1$

F_3◯ Determinare le soluzioni dell'equazione data tali che $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$

G_6◯ Determinare le soluzioni dell'equazione data tali che $y(0) = 1$, $y'(0) = -1$

Esame luglio 17/07/1998

Si consideri la parte di piano

$$D = \{(z, y) \in \mathbb{R}^2 : y^2 - z^2 \geq 1, z \geq 2y - 2, y \geq 0\}$$

ed il solido V ottenuto facendo ruotare D attorno all'asse z di un giro completo

A_4◯ Determinare il volume di V

B_4◯ Determinare la superficie di ∂V

C_4◯ Calcolare

$$\int_{\partial V} x dx dy$$

D_3◯ Calcolare le coordinate del baricentro di V
Si consideri l'equazione differenziale

$$y'''(x) + xy'(x) = x$$

E_3◯ Determinare le soluzioni dell'equazione omogenea tali che $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$, $y''(0) = 0$

F_3◯ Determinare le soluzioni dell'equazione omogenea tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$, $y''(0) = 0$

G_3◯ Determinare le soluzioni dell'equazione omogenea tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$, $y''(0) = 1$

H_3◯ Determinare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea

I_3'◯ Determinare tutte le soluzioni dell'equazione completa

Esame ottobre 09/10/1998

Si consideri il cono generato dalla rotazione del segmento di retta $z = 1 - x$ per $x \in [0, 1]$ attorno all'asse z.

A_4○ Scrivere le equazioni parametriche della parte di superficie conica ottenuta.

B_4○ Determinare il vettore normale alla superficie del cono

C_4○ Verificare la ben nota formula che fornisce la superficie laterale del cono mediante integrazione

D_3○ Determinare le equazioni che identificano il percorso di una pallina che partendo dal vertice del cono scende fino alla base mantenendosi aderente alla superficie conica in modo da compiere una rotazione di 2π attorno all'asse z durante il passaggio da una quota z_0 alla quota $z_0 - h$

Si consideri l'equazione differenziale

$$2z_x(x,y) + 3z_y(x,y) = 0$$

E_3○ Determinare per quali $a, b \in \mathbb{R}$ e per quali funzioni ϕ si ha $z(x,y) = \phi(2x+3y)$

F_3○ Verificare che la soluzione z dell'equazione data è costante sulle rette parallele ad una opportuna retta, determinandola.

G_3○ Scrivere le soluzioni dell'equazione data

H_3○ Trovare le soluzioni dell'equazione data che valgono x^2 sull'asse delle x

I_3'○ Trovare le soluzioni dell'equazione data che valgono 1 sulla retta $2y = 3x$

Prima Prova Scritta 16/10/1998

Si consideri la funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} \ln y & y > e^x \\ xye^{-x} & x \le y \le e^x \\ 0 & y < x \end{cases}$$

A_2○ Determinare i punti del piano in cui f è continua

B_3○ Calcolare, se esiste $\nabla f(0,0)$ e $\nabla f(0,1)$

C_3○ Calcolare, se esistono le derivate direzionali di f in $(0,0)$ e $(0,1)$

D_2○ Determinare se f è differenziabile in $(0,0)$ e $(0,1)$

Seconda Prova Scritta 30/10/1998

Si consideri la funzione

$$f(x,y) = a(x^2 + y^2 - 2x) + xy$$

A_2○ Determinare tutti i punti di possibile massimo o minimo relativo per f

B_3○ Stabilire, al variare di a, se tali punti risultano effettivamente di massimo o di minimo relativo

C_3○ Per $a = 1$, Determinare minimi e massimi assoluti di f su

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R} : |x - 1| + |y| \leq 1\}$$

D_2○ Stabilire, al variare di a, se f è convessa.

Seconda Prova Scritta Bis 30/10/1998

Si consideri la funzione

$$f(x, y) = x^4 + y^4 - 2x^2 + x^2y^2$$

A_2○ Determinare tutti i punti di possibile massimo o minimo relativo per f

B_3○ Stabilire se tali punti risultano effettivamente di massimo o di minimo relativo

C_3○ Determinare minimi e massimi assoluti di f su

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R} : |x| \leq y^2 \leq 1\}$$

D_2○ Stabilire se f è convessa.

Terza Prova Scritta 13/11/1998

Si consideri la funzione

$$f(x, y) = x \ln(x^2 + y^2) - y - 2$$

A_2○ Calcolare f_x f_y

B_3○ Studiare il segno di $\lim_{y\to+\infty} f(x, y)$ e di $\lim_{y\to-\infty} f(x, y)$;
Determinare inoltre il segno di f sulla circonferenza $x^2 + y^2 = 1$.

C_3○ Studiare il segno di $f_y(x, y)$

D_2○ Studiare il segno di $f_x(x, y)$ nella parte di piano esterna alla circonferenza $x^2 + y^2 = 1$.

D_2○ Disegnare il grafico della funzione $\phi(x)$ definita implicitamente dall'equazione

$$f(x, y) = 0$$

Quarta Prova Scritta 20/11/1998

Si consideri al variare di $a, b \in \mathbb{R}$ la famiglia di piani

$$\pi_{(a,b)} : \qquad \frac{1}{a}x + \frac{1}{b}y + z = 1 \qquad a, b \in \mathbb{R}_+$$

e si indichi con

- $V(a,b)$ il volume della parte di spazio avente coordinate positive, delimitata dal piano $\pi_{(a,b)}$
- $S(a,b)$ l'area della parte del pianoo $\pi_{(a,b)}$ che è delimitata dal primo ottante.

A_2◯ Calcolare l'area di $S(a,b)$. (Può essere utile ricordare che l'area di un parallelogrammo è uguale alla norma del prodotto vettoriale dei suoi lati.)

B_2◯ Calcolare il Volume di $V(a,b)$

C_2◯ Scrivere l'enunciato del problema di minimizzare il volume $V(a,b)$ sotto la condizione che l'area $S(a,b) = s$ sia fissata.

D_4◯ Determinare la soluzione del problema trovato

Quinta Prova Scritta 27/11/1998

Si consideri il solido V ottenuto facendo ruotare la parte di piano

$$D = \{(x,z) : 1 \leq x \leq 2 - z^2\}$$

attorno all'asse z, e la superficie S ottenuta facendo ruotare la parte di piano

$$L = \{(x,z) : 1 \leq x = 2 - z^2\}$$

attorno allo stesso asse z.

A_2◯ Scrivere una formula di riduzione per l'integrale triplo che permette di calcolare il volume di V.

B_2◯ Calcolare il Volume di V

C_2◯ Scrivere una parametrizzazione di S. e una parametrizzazione di S è

D_2◯ Scrivere una formula di riduzione per l'integrale di superficie che permette di calcolare l'area di S.

E_2◯ Calcolare $\int_S \frac{d\sigma}{\sqrt{1+4z^2}}$.

Sesta Prova Scritta 4/12/1998

Si consideri il solido V ottenuto facendo ruotare la parte di piano

$$D = \{(x,z) : 1 \leq z \leq 2 - x^2\}$$

attorno all'asse x. ed il campo vettoriale $F(x,y,z) = (x,0,0)$.

A_2◯ Calcolare **div** F e $\int_V$ **div** $F dxdydz$

B_2◯ Calcolare il flusso del campo vettoriale F attraverso la superficie S ottenuta facendo ruotare la parte di piano

$$D_1 = \{(x,z) : 1 = z \leq 2 - x^2\}$$

attorno all'asse x.

C_2◯ Calcolare il flusso del campo vettoriale F attraverso la superficie ∂V e attraverso la superficie T ottenuta facendo ruotare la parte di piano

$$D_2 = \{(x,z) : 1 \leq z = 2 - x^2\}$$

attorno all'asse x.

D_2◯ Calcolare il **rot** F

E_2◯ Calcolare il lavoro di F lungo la curva descritta dai punti $(x,0,z)$ con $(x,z) \in D_1$

Settima Prova Scritta 11/12/1998

Si consideri la funzione definita da

$$f(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} (8^n + 2^n)(x-3)^{3n}$$

A_2◯ Determinare il raggio di convergenza R della serie che definisce f e l'insieme di definizione D di f

B_2◯ Stabilire se f è definita agli estremi dell'intervallo di convergenza.

C_2◯ Calcolare $f(3 - \frac{1}{4})$ con un errore inferiore a $\frac{1}{100}$
Si consideri il problema di Cauchy

$$\begin{cases} (1-x)y'(x) = y(x) \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

e sia

$$y(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} a_n x^n$$

D_2◯ Determinare una legge di ricorrenza per i coefficienti a_n in corrispondenza della quale y sia soluzione del problema dato

E_2◯ Determinare esplicitamente y

Ottava Prova Scritta 18/12/1998

Si consideri l'equazione differenziale

$$y''(x) = y'(x) \left(\frac{y^2(x) - 1}{y^2(x)} \right)$$

A_2○ Trovare, al variare di a la soluzione dell'equazione data corrispondente ai dati iniziali $y(0) = a$, $y'(0) = 0$

B_2○ Trovare la soluzione dell'equazione data corrispondente ai dati iniziali $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$
Si consideri l'equazione differenziale

$$x^2 y''(x) - xy'(x) - 3y(x) = x$$

C_2○ Determinare le soluzioni dell'equazione data definite su $\mathbb{R}_+$

D_2○ Determinare le soluzioni dell'equazione data definite su $\mathbb{R}_-$

E_2○ Determinare le soluzioni dell'equazione data definite su $\mathbb{R}$

Recupero Prima Prova Scritta 16/10/1998

Si consideri la funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} 2 - \sqrt{x^2+y^2} & 1 \leq x^2+y^2 \leq 4 \\ 0 & x^2+y^2 > 4 \\ a - \sqrt{R^2 - x^2 - y^2} & x^2+y^2 < 1 \end{cases}$$

A_4○ Determinare i valori di a e di R per i quali f è continua su $\mathbb{R}^2$

B_3○ Calcolare le derivare parziali di f in $(0,1)$

C_3○ Stabilire se f è differenziabile in $(1,1)$ e calcolarne il gradiente.

Recupero Seconda Prova Scritta 30/10/1998

Si consideri la funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} 2 - \sqrt{x^2+y^2} & 1 \leq x^2+y^2 \leq 4 \\ 0 & x^2+y^2 > 4 \\ 1 - \sqrt{1 - x^2 - y^2} & x^2+y^2 < 1 \end{cases}$$

A_4○ Determinare tutti i punti di possibile massimo o minimo assoluti di f su $[1/2,3] \times [0,3]$

B_3○ Disegnare il grafico della funzione $g(x) = f(x,x)$

C_3○ Stabilire se f ha massimo e minimo assoluti sulla bisettrice primo-terzo quadrante

Recupero Terza Prova Scritta 13/11/1998

Si consideri la funzione

$$f(x,y) = xy + y^2 e^y$$

A_2◯ Stabilire se, in un intorno di $(0,0)$, è possibile esplicitare y in funzione di x o x in funzione di y nell'equazione

$$f(x,y) = 0$$

B_2◯ Stabilire se, in un intorno di $(1,0)$, è possibile esplicitare y in funzione di x o x in funzione di y nell'equazione

$$f(x,y) = 0$$

C_2◯ Stabilire se, in un intorno di $(-e,1)$, è possibile esplicitare y in funzione di x o x in funzione di y nell'equazione

$$f(x,y) = 0$$

D_4◯ Disegnare il luogo di punti del piano definito da

$$\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : f(x,y) = 0\}$$

Recupero Quarta Prova Scritta 20/11/1998

Si consideri la funzione

$$f(x,y,z) = x + y + z$$

ed il solido

$$T = \{(x,y,z) : x^2 + y^2 + z^2 = 1\}$$

A_4◯ Stabilire se esistono massimi e minimi assoluti di f su T e determinarli

B_6◯ Stabilire se esistono massimi e minimi relativi di f su T e determinarli

Recupero Quinta Prova Scritta 27/11/1998

Si consideri il solido V

$$V = \{(x,y,z) : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, x + y + z \geq 0\}$$

A_3◯ Scrivere le formule di riduzione che consentono di calcolare il volume di T e calcolarlo

$B_3\bigcirc$ Determinare una parametrizzazione della superficie ∂T

$C_4\bigcirc$ Scrivere le formule di riduzione che consentono di calcolare l'area di ∂T e calcolarla

Recupero Sesta Prova Scritta 4/12/1998

Si consideri il solido V

$$V = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, x + y + z \geq 0\}$$

ed il campo vettoriale $F(x, y, z) = (x, y, z)$.

$A_3\bigcirc$ Calcolare il flusso del campo vettoriale F attraverso la superficie ∂T

$B_3\bigcirc$ Calcolare il flusso del campo vettoriale F attraverso la superficie

$$S_1 = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, x + y + z = 0\}$$

$C_4\bigcirc$ Calcolare il flusso del campo vettoriale F attraverso la superficie

$$S_2 = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 = 1, x + y + z \geq 0\}$$

Recupero Settima Prova Scritta 11/12/1998

Si consideri la funzione definita da

$$f(z) = \sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{z-1}{z+1}\right)^{2n}$$

$A_3\bigcirc$ Stabilire, nel campo complesso, l'insieme di definizione D della serie.

$B_3\bigcirc$ Scrivere la serie che definisce $f'(z)$ e precisarne il campo di definizione

$C_4\bigcirc$ Determinare esplicitamente f (in termini di funzioni elementari)

Recupero Ottava Prova Scritta 18/12/1998

Si consideri l'equazione differenziale

$$x^2 y''(x) + x y'(x) = x$$

$A_3\bigcirc$ Determinare le soluzioni dell'equazione data definite su $\mathbb{R}_+$

B_3○ Determinare le soluzioni dell'equazione data definite su $\mathbb{R}_-$

C_4○ Determinare le soluzioni dell'equazione data definite su $\mathbb{R}$

Prova Scritta d'esame 19/01/1999

Si consideri la funzione definita da

$$y(x) = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{x-1}{x+1} \right)^n$$

A_4○ Determinare il campo di definizione D di y

B_4○ Stabilire se y è derivabile e calcolarne la derivata, precisandone il campo di definizione

C_2○ Calcolare $y(1)$, se è possibile.

D_5○ Determinare una espressione di $y(x)$ in termini di funzioni elementari
Si consideri

$$V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 3 + 2x \geq z \geq x^2 + 4y^2\}$$

A_4○ Disegnare nel piano

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x, y, z) \in V\}$$

B_3○ Stabilire se V è limitato giustificando l'affermazione

C_3○ Determinare il trasformato di D attraverso il cambio di variabili

$$\begin{cases} x - 1 = \rho \cos\theta \\ 2y = \rho \sin\theta \end{cases}$$

e disegnarlo nel piano (ρ, θ)

C_5○ Calcolare il volume di V, indicando le formule di riduzione usate per calcolare gli integrali usati a questo scopo.

esame Febbraio 12/02/1999

Si consideri la curva γ di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x = \cos\theta \\ y = \sin\theta \\ z = \dfrac{2\theta}{\pi} \end{cases} \qquad 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$$

A_3○ Stabilire se γ è semplice e regolare e calcolare la lunghezza di γ

$B_3\bigcirc$ Sia S_1 la superficie ottenuta congiungendo ogni punto di γ con l'origine; scrivere una parametrizzazione di S_1 e calcolarne l'area

$C_3\bigcirc$ Sia S_2 la superficie ottenuta congiungendo ogni punto di γ con la sua proiezione sul piano $z = 0$; scrivere una parametrizzazione di S_2 e calcolarne l'area

$D_3\bigcirc$ Calcolare il volume della parte di spazio compresa tra S_1, S_2, il piano $x = 0$ ed il piano $z = 0$.
Si consideri la funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} x + y + 1 & x^2 + y^2 \leq 1 \\ x + y + x^2 + y^2 & x^2 + y^2 > 1 \end{cases}$$

$F_3\bigcirc$ Studiare la continuità di f

$G_3\bigcirc$ Studiare la differenziabilità di f in $(1, 1)$

$H_3\bigcirc$ Studiare la derivabilità di f in $(-1, 0)$ e calcolare le derivate direzionali di f in $(-1, 0)$

$I_3\bigcirc$ Determinare massimi e minimi assoluti di f sul quadrato di vertici $(0, 0)$ ed $(1, 1)$

esame Aprile 09/04/1999

Si consideri la superficie S generata, mediante rotazione attorno all'asse z dalla curva definita da $z = \sin y$ con $y \in [0, 2\pi]$

$A_3\bigcirc$ Determinare l'equazione cartesiana della superficie S.

$B_3\bigcirc$ Determinare una parametrizzazione di S.

$C_3\bigcirc$ Calcolare il vettore normale alla superficie S nel punto $(0, \pi, 0)$.

$D_3\bigcirc$ Calcolare l'area di S

$D_3\bigcirc$ Calcolare il baricentro di S
Si consideri il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''(x) = y^4(x) \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = k \end{cases}$$

$F_3\bigcirc$ Studiare esistenza ed unicità della soluzione del problema

$G_3\bigcirc$ Disegnare il grafico della soluzione per $k = 0$

$H_3\bigcirc$ Disegnare il grafico della soluzione per $k = 1$

$I_3\bigcirc$ Disegnare il grafico della soluzione al variare di k

$I_3\bigcirc$ Verificare che se y risolve il problema dato, allora $z(x) = y(x + 3)$ è soluzione del problema

$$\begin{cases} z''(x) = z^4(x) \\ z(-3) = 1 \\ z'(-3) = k \end{cases}$$

Prova Scritta d'esame 11/06/1999

Si consideri ol sistema

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = x(t) + y(t) \\ \dot{y}(t) = z(t) + 1 \\ \dot{z}(t) = x(t) + z(t) \end{cases}$$

A_4 ◯ Determinare la soluzione del sistema omogeneo associato

B_4 ◯ Determinare la soluzione del sistema completo

C_2 ◯ Determinare le soluzioni del sistema omogeneo associato tali che $y(0) = 0$

D_5 ◯ Stabilire se costituiscono uno spazio vettoriale e, in caso affermativo, determinarne la dimensione.
Si consideri

$$V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + x \leq z \leq 1 + x + y, y \geq 0\}$$

A_4 ◯ Disegnare nel piano la proiezione di V cioè l'insieme

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x, y, z) \in V\}$$

B_3 ◯ Stabilire se V è limitato giustificando l'affermazione

C_3 ◯ Calcolare il volume di V

D_5 ◯ Determinare le equazioni parametriche della superficie ∂V

Prova Scritta d'esame 25/06/1999

Si consideri il campo vettoriale definito da

$$F(x, y, z) = (x, 2y, z)$$

A_3 ◯ Stabilire se, e dove, F ammette potenziale

B_3 ◯ Trovare un potenziale di F

C_3 ◯ Trovare tutti i potenziali di F

D_3 ◯ Determinare le superfici equipotenziali e descriverle.

E_3 ◯ Determinare le linee di forza di F, cioè le linee che hanno in ogni punto direzione parallela al campo, e descriverle.
Si consideri

$$A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = 1, x^2 + z^2 \leq 1, x > 0, y > 0\}$$

A_4 ◯ Determinare una parametrizzazione di A

B_3 ◯ Calcolare la misura di A
Sia

$$B = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = 1, x^2 + z^2 = 1, x > 0, y > 0\}$$

C_3 ◯ Determinare una parametrizzazione di B

D_5 ◯ Calcolare la misura di B

Prova Scritta d'esame 16/07/1999

Si consideri

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$$

$$f(x, y) = 1 + E(\theta)$$

$$V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : (x, y) \in D, 0 \leq z \leq f(x, y)\}$$

dove (x, y) e (ρ, θ) sono le usuali coordinate cartesiane e polari nel piano ed E indica la parte intera.

A_4 ◯ Calcolare

$$\int_D f(x, y)dxdy$$

B_3 ◯ Calcolare il volume di V

C_4 ◯ Calcolare l'area della frontiera ∂V di V

D_4 ◯ Scrivere una parametrizzazione della frontiera di V
Si consideri

$$x^2y''(x) + axy'(x) + by(x) = x^2 \log(1 - x)$$

A_4 ◯ Determinare a, b in modo che l'equazione omogenea associata abbia come soluzioni x ed x^2.

B_3 ◯ Scrivere l'integrale generale dell'equazione omogenea associata precisandone il campo di definizione.

C_3 ◯ Determinare una soluzione dell'equazione completa della forma $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n x^n$

D_5○ Scrivere l'integrale generale dell'equazione completa precisandone il campo di definizione.

Prova Scritta d'esame 16/07/1999

Si consideri

$$f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 4 \qquad g(x, y, z) = x^2 + y^2 - 1$$

A_4○ Calcolare il volume del solido definito da $f(x, y, z) \leq 0$, $g(x, y, z) \leq 0$, $z > 0$

B_3○ Calcolare la misura della superficie definita da $f(x, y, z) = 0$, $g(x, y, z) \leq 0$, $z > 0$

C_4○ Calcolare la misura superficie definita da $f(x, y, z) \leq 0$, $g(x, y, z) = 0$, $z > 0$

D_4○ Calcolare la superficie definita da $f(x, y, z) \leq 0$, $g(x, y, z) \leq 0$, $z = 0$
Si consideri

$$y''(x) = xy(x) - x^2$$

A_4○ Studiare l'esistenza delle soluzioni dell'equazione differenziale.

B_3○ Determinare, per serie, la soluzione dell'equazione omogenea associata tale che $y(0) = 0$ e $y'(0) = 1$

C_3○ Determinare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea precisandone il dominio

D_5○ Determinare un polinomio di secondo grado che risolve l'equazione completa e scriverne l'integrale generale

Prova Scritta d'esame 17/01/2000

Si consideri la curva

$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y = \arctan x, x \in [0, 1]\}$$

ed il solido ottenuto facendo ruotare la curva attorno all'asse y

A_4○ Determinare le equazioni parametriche del solido ottenuto

B_3○ Calcolare il vettore normale alla superficie ottenuta

C_4○ Calcolare l'area della superficie ottenuta

D_4○ Calcolare il flusso del campo $F(x, y, z) = (x, 0, 0)$ attraverso la superficie ottenuta.
Si consideri

$$x^2y''(x) + 2y(x) = x$$

$A_4\bigcirc$ Studiare l'esistenza delle soluzioni dell'equazione differenziale.

$B_3\bigcirc$ Determinare tutte le soluzioni definite su $\mathbb{R}_+$

$C_3\bigcirc$ Determinare tutte le soluzioni definite su $\mathbb{R}_-$

$D_5\bigcirc$ Determinare tutte le soluzioni definite su $\mathbb{R}$

Prova Scritta d'esame 02/02/2000

Si consideri la funzione

$$\int_0^{x^2} \frac{1}{\sin(x-t)} dt$$

$A_4\bigcirc$ Determinare il campo di definizione di f

$B_3\bigcirc$ Studiare la derivabilità di f

$C_4\bigcirc$ Calcolare la derivata di f

$D_4\bigcirc$ Calcolare una approssimazione di f sostituendo $\sin y$ con y .
Si consideri la funzione

$$f(x) = \sum_1^{+\infty} (x - x^2)^{2n}$$

$A_4\bigcirc$ Determinare il campo di definizione di f

$B_3\bigcirc$ Studiare la derivabilità di f e calcolarne la derivata dove esiste.

$C_3\bigcirc$ Disegnare il grafico di f

$D_5\bigcirc$ Determinare una espressione di f in termini di funzioni elementari

Prima Prova Scritta 03/02/2000

Si consideri la funzione

$$f(x,y) = \max\{(y-x^2)(x-y^2), 0\}$$

$A_2\bigcirc$ Determinare i punti del piano in cui f è continua

$B_2\bigcirc$ Stabilire se f è differenziabile in $(0,0)$

$C_3\bigcirc$ Calcolare, se esistono le derivate direzionali di f in $(\frac{1}{4}, \frac{1}{2})$ e $(0,1)$

D_4○ Calcolare $\lim_{(x,y)\to\infty} f(x,y)$

Seconda Prova Scritta 17/02/2000

Si considerino le funzioni

$$f(x,y) = x^4 + y^2 \qquad , \qquad g(x,y) = y^2 + x^6 - 16$$

A_2○ Determinare i punti di massimo o minimo relativo ed assoluti per f

B_2○ Disegnare l'insieme

$$D = \{(x,y) \in D : g(x,y) \leq 0\}$$

C_4○ Determinare i punti di minimo o massimo relativo ed assoluto per f su

$$E = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : g(x,y) = 0\}$$

D_2○ Determinare i punti di minimo o massimo relativo ed assoluto per f su

$$D = \{(x,y) \in D : g(x,y) \leq 0\}$$

Prova Scritta d'esame 22/02/2000

Si consideri

$$V = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq z^2, x^2 + y^2 \leq (z-1)^2, z \in [0,1]\}$$

A_4○ Calcolare il volume di V

B_3○ Scrivere le equazioni parametriche di ∂V

C_4○ Calcolare la superficie di ∂V

D_4○ Calcolare le coordinate del baricentro di V
Si consideri l'equazione

$$y''' + (y'')^2 = 0$$

A_4○ Stabilire esistenza ed unicita' per le soluzioni di un problema di Cauchy associato all'equazione data

B_3○ Determinare tutte le soluzioni dell'equazione

C_3○ Trovare le soluzioni tali che $y(0) = 0$ ed $y'(0) = 1$

D_5◯ Trovare le soluzioni tali che $y(0) = 0$ ed $y'(0) = 0$, $y''(0) = 0$

Terza Prova Scritta 02/03/2000

Si consideri

$$A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \le z \le 1 - x^2, z \le 1 - |y|\}$$

A_2◯ Disegnare

$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x, y, z) \in A\}$$

B_2◯ Disegnare

$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 - x^2 = 1 - |y|\}$$

C_4◯ Disegnare

$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 - x^2 \le 1 - |y|\}$$

D_2◯ Calcolare il volume di A

Terza Prova Scritta 15/03/2000

Si consideri

$$A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = x^2 + y^2, x^2 + y^2 - 2y \le 0\}$$

A_2◯ Determinare le equazioni parametriche di A

B_2◯ Calcolare il vettore N normale ad A

C_4◯ Calcolare la misura di A

D_2◯ Scrivere una parametrizzazione di

$$A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = x^2 + y^2, x^2 + y^2 - 2y = 0\}$$

D_2◯ Calcolare la misura di

$$A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = x^2 + y^2, x^2 + y^2 - 2y = 0\}$$

Quarta Prova Scritta 15/03/2000

Si consideri il campo vettoriale

$$F(x,y) = \left(\frac{1}{1+x} - \frac{y}{1+xy}, -\frac{x}{1+xy}\right)$$

A_2○ Determinare il campo di definizione di F e stabilire se il campo è chiuso (irrotazionale).

B_2○ Calcolare, se esiste, un potenziale di F, precisandone il campo di definizione

C_3○ Calcolare il lavoro svolto dal campo lungo la semicirconferenza di centro $(0,0)$ e raggio $1/2$

D_3○ Calcolare tutti i potenziali di F

Quinta Prova Scritta 25/05/2000

Si consideri la serie

$$f(x) = \sum_{n=1}^{+\infty} \ln\left(1+\frac{1}{n}\right) x^{n^2+2n}$$

A_2○ Determinare l'intervallo D in cui la serie converge

B_2○ Studiare la convergenza della serie negli estremi di D

C_3○ Approssimare la somma della serie calcolata nel primo estremo di D, a meno di $1/10$

D_3○ Calcolare, dove esiste, la derivata di f.

Prova d'esame Giugno 13/06/2000

Si consideri la superficie S generata, mediante rotazione attorno all'asse z dalla curva definita da $z = 2y - y^2$ con $y \in [0,2]$

A_3○ Determinare l'equazione cartesiana della superficie S.

B_3○ Determinare una parametrizzazione di S.

C_3○ Calcolare il vettore normale alla superficie S nel punto $(0,1,1)$.

D_3○ Calcolare l'area di S

D_3○ Calcolare il baricentro di S
Si consideri il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''(x) = 1 + y^4(x) \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = k \end{cases}$$

F_3 ◯ Studiare esistenza ed unicità della soluzione del problema

G_4 ◯ Disegnare il grafico della soluzione per $k = 0$

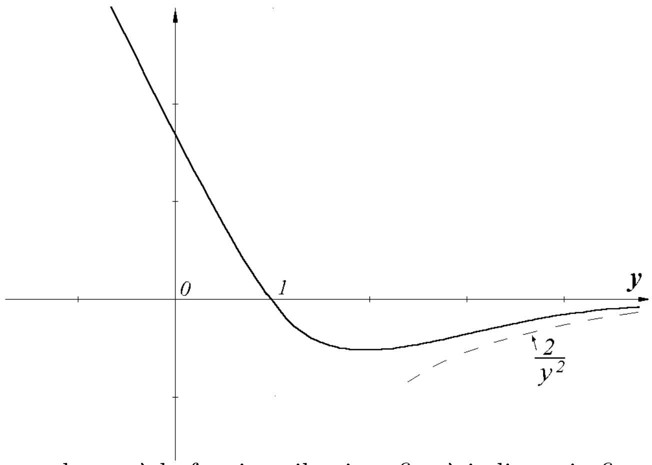
H_4 ◯ Disegnare il grafico della soluzione per $k = 1$

I_4 ◯ Disegnare il grafico della soluzione al variare di k

Quinta Prova Scritta 25/05/2000

Si consideri il problema di Cauchy

$$\begin{cases} 2y''(x) = g(y(x)) \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$



dove g è la funzione il cui grafico è indicato in figura.
e l'area $\int_0^{+\infty} g(s)ds > 0$

A_2 ◯ Disegnare il grafico di $G(y) = \sqrt{\int_0^y g(t)dt}$,

B_2 ◯ Disegnare il grafico di $F(y) = \int_0^y \frac{1}{G(t)} dt$,

C_3 ◯ Disegnare il grafico della soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = G(y(x)) \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

D_3 ◯ Disegnare il grafico della soluzione del problema di Cauchy dato

Prova d'esame Giugno 27/06/2000

Si consideri la superficie S di equazioni parametriche

$$S \begin{cases} x = \rho\cos\theta \\ y = \rho\sin\theta \\ z = \theta \end{cases} \qquad \begin{cases} \theta \in [0,\pi] \\ \rho \in [1,2] \end{cases}$$

A_3◯ Determinare la normale alla superficie S

B_3◯ Determinare l'area della superficie S.

C_3◯ Il flusso del campo vettoriale $(0,0,1)$ attraverso S

D_3◯ La lunghezza di ∂S

D_3◯ Calcolare il baricentro di S
Si consideri l'equazione differenziale

$$x^2y''(x) - 2xy'(x) + 2y(x) = x^4$$

F_3◯ Determinare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata su $\mathbb{R}_+$

G_4◯ Determinare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata su $\mathbb{R}$

H_4◯ Determinare tutte le soluzioni dell'equazione su $\mathbb{R}_+$

I_4◯ Determinare tutte le soluzioni dell'equazione su $\mathbb{R}$

Prova d'esame Luglio 14/07/2000

Si consideri la curva γ di equazioni parametriche

$$\gamma \begin{cases} x = t^2 - 2t \\ y = -t^2 \end{cases} \qquad t \in [0,1]$$

A_3◯ Disegnare la curva γ

B_3◯ Verificare che è semplice

C_3◯ Verificare che è regolare

D_3◯ Stabilire se è chiusa

D_3◯ Calcolarne la lunghezza
Si consideri il problema di trovare f tale che

$$f'(x) = x \int_0^x f(t)dt$$

F_3○ Determinare tutte le serie di potenze centrate in $x_0 = 0$ che risolvono il problema dato

G_4○ Determinare il raggio di convergenza delle serie trovate al punto precedente

H_4○ Stabilire se formano uno spazio vettoriale e trovarne la dimensione

I_4○ Determinare la soluzione tale che $f(0) = 0$

Prova d'esame Settembre 15/09/2000

Si consideri la funzione

$$z = \ln(2 - x) \qquad x \in [0, 1]$$

e la superficie S ottenuta mediante una rotazione attorno all'asse z di $\pi/2$.

A_3○ Scrivere una parametrizzazione di S

B_3○ Calcolare il vettore normale alla superficie S

C_3○ Calcolare l'area della superficie S

D_3○ Calcolare il volume del solido delimitato da S e dai piani coordinati

D_3○ Calcolare

$$\max\{z : (x, y, z) \in S\}$$

Si consideri il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) + 2xy(x) + xy^2(x) = 0 \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$$

F_3○ Studiare esistenza ed unicità delle soluzioni del problema

G_4○ Trovare la soluzione al variare di x_0, y_0

H_4○ Disegnare il grafico della soluzione tale che $y(0) = 1$

I_4○ Disegnare il grafico della soluzione tale che $y(0) = 0$

Prova d'esame Dicembre 18/12/2000

Si consideri la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} x^2 + y & y \le x \\ y^2 + x & x > x \end{cases}$$

$A_3\bigcirc$ Stabilire dove f è continua

$B_3\bigcirc$ Stabilire dove f è differenziabile e calcolare il piano tangente al suo grafico in $(1,0)$

$C_3\bigcirc$ Determinare massimi e minimi assoluti di f su $D=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : x^2+y^2=1\}$

$D_3\bigcirc$ Calcolare il volume di

$$V=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 : 0\le z\le f(x,y),(x,y)\in D\}$$

Si consideri il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'''(x)=(y'(x))^2 \\ y(0)=0 \\ y'(0)=0 \\ y''(0)=1 \end{cases}$$

$F_3\bigcirc$ Studiare esistenza ed unicità delle soluzioni del problema

$G_4\bigcirc$ Disegnare il grafico di y'

$H_4\bigcirc$ Disegnare il grafico della soluzione y

Prova d'esame Gennaio 19/01/2001

Si consideri la funzione

$$f(x,y)=\begin{cases} x+\sqrt{y} & y\le x \\ y+\sqrt{x} & y>x \end{cases}$$

$A_5\bigcirc$ Stabilire dove f è continua

$B_5\bigcirc$ Stabilire dove f è differenziabile e calcolare il piano tangente al suo grafico in $(1,2)$

$C_5\bigcirc$ Sia $D=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : y\le 1-x, x\ge 0, y\ge 0\}$ Calcolare il volume di

$$V=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 : 0\le z\le f(x,y),(x,y)\in D\}$$

Si consideri il campo vettoriale definito da

$$F(x,y)=\left(\frac{2x}{(y+x^2)^2},1+\frac{1}{(y+x^2)^2}\right)$$

$F_3\bigcirc$ Determinare il campo di definizione di F

$G_4\bigcirc$ Determinare, se esiste, un potenziale di F

$H_4\bigcirc$ Determinare, se esistono, tutti i potenziali di F

$I_4\bigcirc$ Calcolare il lavoro svolto dal campo lungo la semicirconferenza di centro l'origine, raggio unitario, giacente nel semipiano positivo delle y orientata in senso antiorario.

Prova d'esame 12/02/2001

Si consideri la funzione

$$z = \sqrt{x+2} \qquad x \in [0,1]$$

e la superficie S ottenuta mediante una rotazione attorno all'asse z di $\pi/2$.

A_3◯ Scrivere una parametrizzazione di S

B_3◯ Calcolare il vettore normale alla superficie S

C_3◯ Calcolare l'area della superficie S

D_3◯ Calcolare il volume del solido delimitato da S e dai piani coordinati

D_3◯ Calcolare

$$\max\{z : (x,y,z) \in S\}$$

Si consideri il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) + xy(x) + y^2(x) = 0 \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$$

F_3◯ Studiare esistenza ed unicità delle soluzioni del problema

G_4◯ Trovare la soluzione al variare di x_0, y_0

H_4◯ Disegnare il grafico della soluzione tale che $y(0) = 1$

I_4◯ Disegnare il grafico della soluzione tale che $y(0) = 0$

Prima Prova Scritta 06/02/2001

Si consideri la funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{xy^2}{x^2+y^4} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

A_2◯ Determinare i punti del piano in cui f è continua

B_2◯ Determinare i punti del piano in cui f è differenziabile

C_2◯ Calcolare, se esistono le derivate direzionali di f in $(0,0)$

D_2◯ Scrivere, se esiste, l'equazione del piano tangente in $(0,0)$

Prova d'esame Febbraio 23/02/2001

Si consideri la funzione

$$f(x,y) = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(x-y)^n}{(n-1)}$$

A_3○ Disegnare il campo di definizione di f.

B_3○ Stabilire dove f è continua

C_3○ Stabilire dove f è differenziabile

D_3○ Tenendo conto dello sviluppo in serie di Taylor di $\ln t$, determinare un'espressione in termini di funzioni elementari di f

E_3○ Calcolare $f(0,1)$ a meno di $1/100$
Si consideri il problema di Cauchy

$$\begin{cases} (x-1)^2 y''(x) + y(x) = 1 \\ y(x_0) = y_0 \\ y'(x_0) = y_1 \end{cases}$$

F_3○ Studiare esistenza ed unicità delle soluzioni del problema

G_4○ Trovare le soluzioni per $x_0 = 0$

H_4○ Trovare le soluzioni per $x_0 = 2$

I_4○ Trovare le soluzioni per $x_0 = 1$

Seconda Prova Scritta 12/03/2001

Si consideri la funzione

$$f(x,y) = x^2 + xy - 2y^2$$

A_2○ Determinare δ_1 tale che

$$f(x,3) \leq 0 \qquad \forall x \in [2-\delta_1, 2+\delta_1]$$

B_2○ Determinare δ_2 tale che

$$f(x,1) \geq 0 \qquad \forall x \in [2-\delta_2, 2+\delta_2]$$

C_2○ Determinare δ tale che per ogni x fissato in $[2-\delta, 2+\delta]$ l'equazione $f(x,y) = 0$ ammette una ed una sola soluzione.

D_2○

Disegnare il grafico della funzione implicita definita da $f(x,y) = 0$

Terza Prova Scritta 12/04/2001

Si consideri la linea γ di equazioni

$$\begin{cases} z(t) = t^3 \\ y(t) = t\ln(t) \end{cases} \qquad t = \in [1, 2]$$

A_3○ Determinare le equazioni parametriche della superficie S ottenuta mediante la rotazione di 2π radianti della linea γ attorno all'asse z

B_2○ Calcolare il vettore N normale alla superficie S

C_3○ Scrivere le formule di riduzione che consentono di calcolare l'area della superficie S.

D_2○ Scrivere le formule di riduzione che consentono di calcolare il volume delimitato da S e dai piani $z = 1$ e $z = 8$.

Quarta Prova Scritta 11/05/2001

Si consideri

$$V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$$

A_3○ Scrivere le equazioni parametriche della frontiera ∂V di V.

B_2○ Calcolare il flusso del campo vettoriale $F = (x, y, z)$ attraverso la superficie ∂V

C_3○ Calcolare il flusso del campo vettoriale $F = (x, y, z)$ attraverso la superficie

$$\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 1, x \geq 0, y \geq 0\}$$

Quinta Prova Scritta 05/06/2001

Si consideri la serie di potenze definita da

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{z^n}{\sqrt{n^2 + 1}}$$

A_3○ Determinarne il raggio di convergenza e disegnare nel piano complesso il cerchio di convergenza.

B_3○ Precisare se la serie converge negli estremi dell'intervallo di convergenza reale.

Si consideri poi

$$f(x)=\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{e^{nx}}{\sqrt{n^2+1}}$$

C_4○ studiare il campo di definizione di f la sua continuità e la sua derivabilità

Sesta Prova Giugno 18/06/2001

Si consideri l'equazione differenziale

$$\ln(y(x))y''(x)-\frac{1}{x}y^2(x)=0$$

A_3○ Studiare esistenza ed unicità della soluzione al variare dei dati iniziali $y(x_0)=y_0$, $y'(x_0)=y_1$.

B_4○ Disegnare il grafico della soluzione dell'equazione relativa ai dati iniziali $x_0=0$, $y_0=0$, $y_1=-1$

C_4○ Disegnare il grafico di tutte le soluzioni dell'equazione tali che $y(0)=0$.

Recupero Prima Prova Scritta 06/02/2001

Si consideri la funzione

$$f(x,y)=\frac{xy^2}{x^2+y^4}$$

A_2○ Determinare i punti del piano in cui f è continua

B_2○ Determinare i punti del piano in cui f è differenziabile

C_2○ Calcolare, se esistono le derivate direzionali di f in $(0,0)$

D_2○ Scrivere, se esiste, l'equazione del piano tangente in $(0,0)$

Recupero Seconda Prova Scritta 12/03/2001

Si consideri la funzione

$$f(x,y)=x^2+xy-2y^2$$

A_2○ Determinare δ_1 tale che

$$f(x,3)\leq 0 \qquad \forall x\in[2-\delta_1,2+\delta_1]$$

B_2◯ Determinare δ_2 tale che

$$f(x,1) \geq 0 \qquad \forall x \in [2-\delta_2, 2+\delta_2]$$

C_2◯ Determinare δ tale che per ogni x fissato in $[2-\delta, 2+\delta]$ l'equazione $f(x,y) = 0$ ammette una ed una sola soluzione.

D_2◯

Disegnare il grafico della funzione implicita definita da $f(x,y) = 0$

Terza Prova Scritta 12/04/2001

Si consideri la linea γ di equazioni

$$\begin{cases} z(t) = t^3 \\ y(t) = t\ln(t) \end{cases} \qquad t = \in [1,2]$$

A_3◯ Determinare le equazioni parametriche della superficie S ottenuta mediante la rotazione di 2π radianti della linea γ attorno all'asse z

B_2◯ Calcolare il vettore N normale alla superficie S

C_3◯ Scrivere le formule di riduzione che consentono di calcolare l'area della superficie S.

Recupero Terza Prova Scritta 12/04/2001

Si consideri la linea γ di equazioni

$$\begin{cases} z(t) = t^3 \\ y(t) = t\ln(t) \end{cases} \qquad t = \in [1,2]$$

A_3◯ Determinare le equazioni parametriche della superficie S ottenuta mediante la rotazione di 2π radianti della linea γ attorno all'asse z

B_2◯ Calcolare il vettore N normale alla superficie S

C_3◯ Scrivere le formule di riduzione che consentono di calcolare l'area della superficie S.

D_2◯ Scrivere le formule di riduzione che consentono di calcolare il volume delimitato da S e dai piani $z = 0$ e $z = 1$.

D_2◯ Scrivere le formule di riduzione che consentono di calcolare il volume delimitato da S e dai piani $z = 0$ e $z = 1$.

Recupero Quarta Prova Scritta 11/05/2001

Si consideri

$$V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$$

A_3◯ Scrivere le equazioni parametriche della frontiera ∂V di V.

B_2◯ Calcolare il flusso del campo vettoriale $F = (x, y, z)$ attraverso la superficie ∂V

C_3◯ Calcolare il flusso del campo vettoriale $F = (x, y, z)$ attraverso la superficie

$$\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$$

Recupero Quinta Prova Scritta 05/06/2001

Si consideri la serie di potenze definita da

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{z^n}{\sqrt{n^2+1}}$$

A_3◯ Determinarne il raggio di convergenza e disegnare nel piano complesso il cerchio di convergenza.

B_3◯ Precisare se la serie converge negli estremi dell'intervallo di convergenza reale.

C_4◯ Disegnare il grafico della somma della serie sul suo intervallo di convergenza reale
Si consideri poi

$$f(x) = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(e^{nx}}{\sqrt{n^2+1}}$$

D_2◯ Stabilire dove f è continua, dove è derivabile e disegnare il grafico della somma della serie.

Recupero Sesta Prova Giugno 18/06/2001

Si consideri l'equazione differenziale

$$\frac{1}{y(x)} y''(x) - \ln(y(x))y^2(x) = 0$$

A_3◯ Studiare esistenza ed unicità della soluzione al variare dei dati iniziali $y(x_0) = y_0$, $y'(x_0) = y_1$.

B_4◯ Disegnare il grafico della soluzione dell'equazione relativa ai dati iniziali $x_0 = 0$, $y_0 = 0$, $y_1 = -1$

C_4◯ Disegnare il grafico della soluzione dell'equazione relativa ai dati iniziali $x_0 = 0$, $y_0 = 0$, $y_1 = 0$

D_4◯ Disegnare il grafico di tutte le soluzioni dell'equazione tali che $y(0) = 0$.

Si consideri la funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{xy}{(x^2+y^2)^\alpha} & (x,y) \neq (0,0) \\ \beta & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

A_5○ Stabilire per quali α e β f è continua in $(0,0)$

B_5○ Stabilire per quali α e β f è differenziabile in $(0,0)$

C_5○ Sia $\alpha = 1$ e sia

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$$

Calcolare il volume di

$$V = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq z \leq f(x,y), (x,y) \in D\}$$

Si consideri il campo vettoriale definito da

$$F(x,y) = \left(\frac{2x}{(y+x^2)}, 1 + \frac{1}{(y+x^2)} \right)$$

F_3○ Determinare il campo di definizione di F

G_4○ Determinare, se esiste, un potenziale di F

H_4○ Determinare, se esistono, tutti i potenziali di F

I_4○ Calcolare il lavoro svolto dal campo lungo la semicirconferenza di centro l'origine, raggio unitario, giacente nel semipiano positivo delle y orientata in senso antiorario.

Prova d'esame Luglio 13/07/2001

Si consideri la funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{(x-1)y}{x^2+y^2} & (x,y) \neq (1,0) \\ \beta & (x,y) = (1,0) \end{cases}$$

A_5 ◯ Stabilire se f è continua in $(1,0)$

B_5 ◯ Stabilire se f è differenziabile in $(1,0)$

C_5 ◯ Stabilire se f ammette in $(1,0)$ derivate direzionali ed in caso affermativo calcolarle

D_5 ◯ Verificare che $f(x,y) \leq 1$ in $\mathbb{R}^2$
Si consider il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''(x) = (y'(x))^3 \ln(y(x) \\ y(0) = a \\ y'(0) = b \end{cases}$$

F_3 ◯ Stabilire per quali a, b il problema ammette soluzioni e studiarne l'unicità

G_4 ◯ Disegnare il grafico della soluzione per $a = 0$, $b = 1$

H_4 ◯ Disegnare il grafico della soluzione per, $b = 1$

Settembre 17/09/2001

Si consideri l'equazione differenziale

$$\sqrt{y(x)}y''(x) - \frac{1}{2\sqrt{y(x)}x}(y'(x))^2 = 0$$

A_3◯ **Studiare esistenza ed unicità della soluzione al variare dei dati iniziali** $y(x_0) = y_0$ **,** $y'(x_0) = y_1$**.**

B_4◯ **Disegnare il grafico della soluzione dell'equazione relativa ai dati iniziali** $x_0 = 0$**,** $y_0 = 1$**,** $y_1 = 1$

C_4◯ **Disegnare il grafico di tutte le soluzioni dell'equazione tali che** $y(0) = 1$**.**
Si consideri la serie di potenze definita da

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(z-1)^n}{\ln(n^2+1)}$$

A_3◯ **Determinarne il raggio di convergenza e disegnare nel piano complesso il cerchio di convergenza.**

B_3◯ **Precisare se la serie converge negli estremi dell'intervallo di convergenza reale.**
Si consideri poi

$$f(x) = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(\sin(x))^n}{2^n \ln(n^2+1)}$$

C_4◯ **studiare il campo di definizione di** f**, la sua continuità e la sua derivabilità**

Dicembre 19/12/2001

Si consideri l'equazione differenziale

$$y''(x) - y^2(x) = 0$$

A_3◯ **Studiare esistenza ed unicità della soluzione al variare dei dati iniziali** $y(x_0) = y_0$ **,** $y'(x_0) = y_1$**.**

B_4◯ **Disegnare il grafico della soluzione dell'equazione relativa ai dati iniziali** $x_0 = 0$**,** $y_0 = 0$**,** $y_1 = 1$

C_4◯ **Scrivere il Polinomio di Taylor di ordine** 3 **della soluzione dell'equazione relativa ai dati iniziali** $x_0 = 0$**,** $y_0 = 0$**,** $y_1 = 1$
Si consideri l'insieme definito da

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \ : \ x \geq 0 \ , \ y \leq 1 - x \ , \ y \geq \sqrt{x}\}$$

ed il volume V **ottenuto facendo ruotare** D **attorno all'asse** y**.**

A_3◯ **Calcolare il Volume di** V

B_4◯ **Determinare una parametrizzazione della superficie** ∂V**.**

$C_4\bigcirc$ **Calcolare l'area della superficie ∂V.**

$D_4\bigcirc$ **Calcolare**

$$\int_{\partial V} x dy$$

Gennaio 09/01/2002

Si consideri l'equazione differenziale

$$y''(x) - x^2 y(x) = 0$$

$A_3\bigcirc$ **Studiare esistenza ed unicità della soluzione al variare dei dati iniziali $y(x_0) = y_0$, $y'(x_0) = y_1$.**

$B_4\bigcirc$ **Determinare una serie di potenze centrata in $x = 0$ che soddisfi l'equazione data e sia tale che $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.**

$C_4\bigcirc$ **Determinare la serie di Taylor della soluzione dell'equazione tale che $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.**

$C_4\bigcirc$ **Scrivere il polinomio di Taylor di grado 4 della soluzione dell'equazione tale che $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.**
Si consideri l'insieme definito da

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \ : \ x \geq 0 \ , \ y \leq 1 - x \ , \ y \geq \sqrt{x}\}$$

ed il volume V ottenuto facendo ruotare D attorno all'asse x.

$A_3\bigcirc$ **Calcolare il Volume di V**

$B_4\bigcirc$ **Determinare una parametrizzazione della superficie ∂V.**

$C_4\bigcirc$ **Calcolare l'area della superficie ∂V.**

$D_4\bigcirc$ **Calcolare**

$$\int_{\partial V} x dy$$