

Complementi di Analisi Matematica

Prove Parziali

A.A. 2012/2013

Prima Prova parziale 23/11/2011

Si consideri $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definita da

$$f(x, y, z) = (x^2 + 2y^2 + z^2 - 1, x - y)$$

<A> Stabilire se e dove l'equazione $f(x, y, z) = 0$ definisce implicitamente una funzione $(z, y) = \phi(x)$, $\phi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$.

 Calcolare $\nabla\phi$

<C> Determinare esplicitamente una espressione di ϕ in termini di funzioni elementari precisandone la validità.

<D> Calcolare massimi e minimi assoluti di $g(x, y, z) = x^2 + y^2$ vincolato a $f(x, y, z) = 0$
Sia

$$V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z^2 \geq 2(x^2 + y^2), z \geq 0, z \leq x + 3\}$$

<E> Calcolare il volume di V

Seconda Prova parziale 08/01/2013

Si consideri la curva γ , nel piano (x, z) , definita da

$$\begin{cases} z = \cos(t) \\ y = \sin(2t) \end{cases} \quad t \in [-\pi, \pi]$$

- <A> Disegnare γ
- Stabilire se γ è semplice, regolare, chiusa
- <C> Calcolare $\int_{\gamma} xdy + ydx$
Sia S la superficie generata dalla rotazione attorno all'asse z della parte di γ che giace nel semipiano delle ascisse positive
- <D> Determinare una parametrizzazione di S
- <E> Calcolare l'area della superficie S