

# Prove parziali per il corso di Matematica 2

---

## Quarta Prova Scritta R

---

Si consideri il problema di Cauchy

$$\begin{cases} 2y''(x) = -\frac{1}{y^2(x)} \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 1 \end{cases}$$

$A_2$ ○ Determinare la soluzione del problema dato

$B_2$ ○ Disegnare il grafico della soluzione del problema dato

---

## Terza Prova Scritta R

---

Si consideri la curva  $\gamma$  di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x(t) = \frac{1}{2}(t-1)^2 \\ y(t) = \frac{4}{3}\sqrt{t^3} \end{cases} \quad t \in [1, 3]$$

$A_2$ ○ Calcolare la lunghezza della curva  $\gamma$ .  
Si consideri la superficie  $S$  definita da

$$\begin{cases} x(u, v) = \cos(v) \\ y(u, v) = \sin(v) \\ z(u, v) = u \end{cases} \quad u \in [0, 1], \quad v \in [0, 2\pi]$$

$B_2$ ○ Calcolare l'area della superficie  $S$

---

## Seconda Prova Scritta R

---

Si consideri la funzione

$$f(x, y) = x^2 + y$$

$A_3$ ○ Determinare massimi e minimi assoluti di  $f$  su

$$B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, |xy| \leq \frac{1}{4}\}$$

---

## Prima Prova Scritta R

---

Si consideri la funzione

$$f(x, y) = x + \cos(y)$$

- $A_4$ ○ Calcolare la derivata direzionale di  $f$  in  $(1, \pi/2)$
- $B_1$ ○ Scrivere l'equazione del piano tangente al grafico di  $f$  nel punto  $(1, \pi/2)$
- $C_1$ ○ Disegnare le curve di livello di  $f$

---

## Quarta Prova Scritta

---

Si consideri il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''(x) = \frac{3}{2}y^2(x) \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 1 \end{cases}$$

- $A_2$ ○ Studiare esistenza ed unicità della soluzione del problema dato
- $B_3$ ○ Determinare la soluzione del problema dato
- $C_2$ ○ Precisare il campo di definizione della soluzione del problema dato
- $D_3$ ○ Disegnare il grafico della soluzione del problema dato

---

## Terza Prova Scritta

---

Si consideri la curva  $\gamma$  di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x(t) = t(2-t) \\ y(t) = t(t-1)(t-2) \end{cases} \quad t \in [0, 2]$$

- $A_2$ ○ Scrivere il vettore tangente alla curva  $\gamma$
- $B_3$ ○ Calcolare la lunghezza della curva  $\gamma$ .  
Si consideri la superficie  $S$  definita da

$$\begin{cases} x(u, v) = u^2 \cos(v) \\ y(u, v) = u^2 \sin(v) \\ z(u, v) = u \end{cases} \quad u \in [0, 1] \quad , \quad v \in [0, 2\pi]$$

- $C_2$ ○ Calcolare il vettore normale alla superficie  $S$
- $D_3$ ○ Calcolare l'area della superficie  $S$
- $E_2$ ○ Disegnare la curva  $\gamma$ .

---

## Seconda Prova Scritta

---

Si consideri la funzione

$$f(x, y) = x + y + 1$$

- $A_3$ ○ Determinare massimi e minimi relativi ed assoluti di  $f$  su  $\mathbb{R}^2$

$B_3$ ○ **Determinare massimi e minimi assoluti di  $f$  su**

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -1 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 1\}$$

$C_4$ ○ **Determinare massimi e minimi assoluti di  $f$  su**

$$B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -1 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 1, |xy| \leq \frac{1}{4}\}$$

---

## Prima Prova Scritta

---

**Si consideri la funzione**

$$f(x, y) = x + x \sin(y)$$

$A_4$ ○ **Calcolare il gradiente di  $f$**

$B_3$ ○ **Calcolare la derivata direzionale di  $f$  in  $(1, \pi/2)$**

$C_1$ ○ **Scrivere l'equazione del piano tangente al grafico di  $f$  nel punto  $(1, \pi/2)$**

$C_1$ ○ **Calcolare**

$$\lim_{(x,y) \rightarrow \infty} f(x, y)$$

$D_2$ ○ **Disegnare le curve di livello di  $f$**