

BILANCIAMENTO

Come si è visto al capitolo 7-3.3, quando il baricentro di un rotore non coincide con l'asse di rotazione possono insorgere fenomeni vibratori di entità rilevante, talvolta tali, in condizioni prossime alla velocità critica, da compromettere il funzionamento della macchina. Per limitare il fenomeno e comunque per ridurre le forze centrifughe si deve effettuare il *bilanciamento* della macchina, ossia disporre le masse in modo da generare un minimo (al limite zero) di forze e coppie di inerzia. Il bilanciamento può essere effettuato all'atto della fabbricazione e del montaggio del rotore (per esempio nelle turbine) e venir ripetuto periodicamente nei casi in cui durante il funzionamento il rotore possa usurarsi sensibilmente o subire distorsioni per un uso non corretto (per esempio nelle ruote delle automobili).

Dato il carattere introduttivo della trattazione ci si limita ad esaminare il bilanciamento di rotori rigidi.

8-1 Bilanciamento statico di un rotore

Quando un corpo di massa M ruota con velocità ω attorno ad un asse fisso ed il suo baricentro non coincide con l'asse di rotazione, ma è a distanza e dall'asse, nasce una forza centrifuga pari a $F_c = M\omega^2 e$.

La Fig. 8.1-a visualizza il movimento di un rotore (ruota di autoveicolo) dovuto allo sbilanciamento statico.

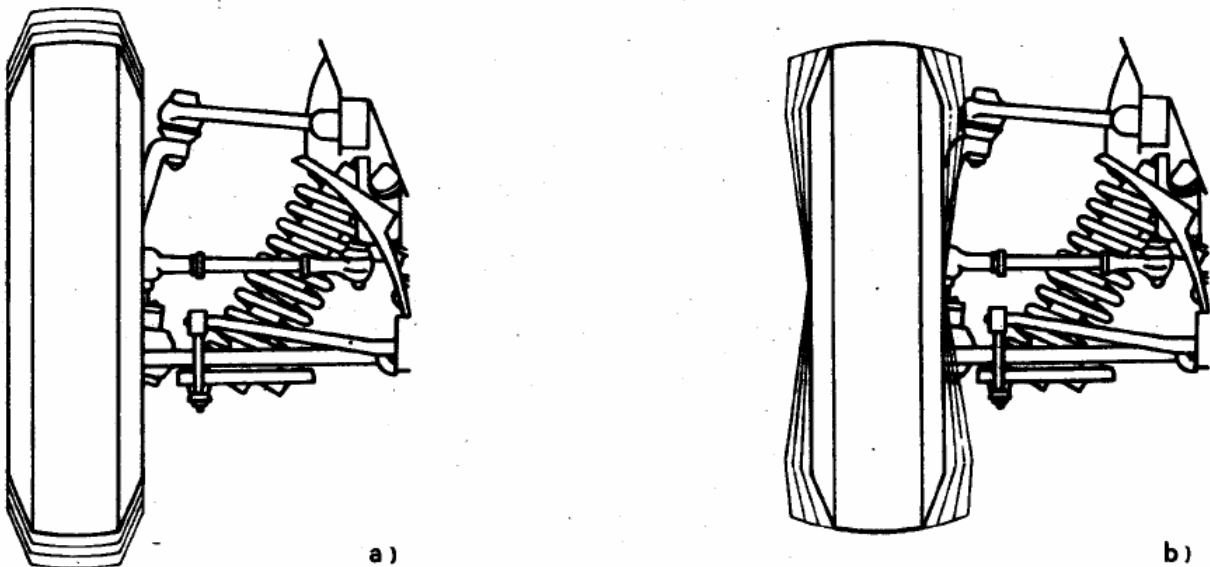


Fig. 8.1 Sbilanciamento statico e dinamico

Il *bilanciamento statico* di un rotore consiste nel portarne il baricentro sull'asse di rotazione, in modo da annullare il valore dell'eccentricità e e (quindi la forza centrifuga). Un rotore su cui è stato effettuato il bilanciamento statico è detto *staticamente bilanciato*.

Il bilanciamento statico può essere effettuato collegando rigidamente al rotore una massa bilanciante m tale da portare sull'asse di rotazione il baricentro del sistema rotore + massa bilanciante, disposta da parte opposta rispetto alla posizione del baricentro (Fig. 8.2). Detta r la distanza tra la massa bilanciante m e l'asse di rotazione, la forza centrifuga del rotore sbilanciato di massa M e quella prodotta dalla massa bilanciante dovranno essere in equilibrio

$$m\omega^2 r = M\omega^2 e$$

ossia

$$mr = Me$$

Pertanto, noti la massa M del rotore e il suo sbilanciamento iniziale e , si potrà scegliere la posizione r e calcolare la massa m , ovvero scegliere m e calcolare la posizione r in cui applicarla. Detto in altri termini, per avere bilanciamento statico il baricentro dell'insieme rotore + massa bilanciante deve stare sull'asse di rotazione.

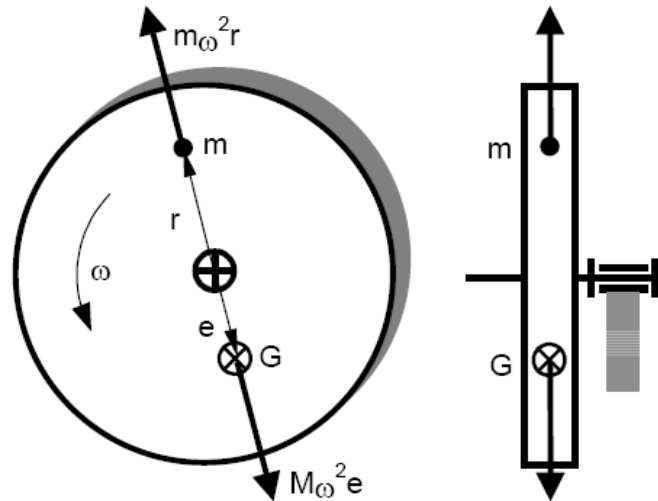


Fig. 8.2 Bilanciamento di un rotore staticamente sbilanciato

La presenza dello sbilanciamento statico è facilmente osservabile con una prova statica (questo è il motivo per cui si chiama sbilanciamento statico). E' sufficiente appoggiare l'albero del rotore a due guide orizzontali a coltello. Il rotore ruoterà fino a disporsi con il baricentro nel punto più basso possibile. Se il rotore è bilanciato (per cui il baricentro è sull'asse di rotazione) il rotore resterà fermo comunque lo si collochi sulle guide.

8-2 Bilanciamento dinamico di un rotore

Quando un corpo di massa M ruota con velocità ω attorno ad un asse fisso è possibile che nascano forze di inerzia che provochino una coppia di inerzia non nulla ortogonale all'asse di rotazione: questa situazione si verifica quando nessun asse principale di inerzia del corpo è parallelo all'asse di rotazione. La Fig. 8.1-b visualizza il movimento di un rotore (ruota di autoveicolo) dovuto allo sbilanciamento dinamico.

Lo sbilanciamento dinamico non è rilevabile con una prova statica, come quella citata per verificare lo sbilanciamento statico, ma deve essere misurato ponendo in rotazione il rotore. Le condizioni di bilanciamento statico e dinamico possono essere presenti alternativamente o contemporaneamente, dando luogo alle diverse possibilità riportate in tabella.

	Baricentro coincidente con l'asse di rotazione	Baricentro non coincidente con l'asse di rotazione
Un asse principale di inerzia parallelo all'asse di rotazione	Rotore bilanciato staticamente e dinamicamente	Rotore bilanciato dinamicamente e sbilanciato staticamente
Nessun asse principale di inerzia parallelo all'asse di rotazione	Rotore bilanciato staticamente e sbilanciato dinamicamente	Rotore sbilanciato staticamente e dinamicamente

Per fissare le idee sul problema del bilanciamento dinamico si consideri un rotore costituito da un albero rigido sul quale sono fissati due dischi di uguali masse M i cui baricentri siano alla medesima distanza e dall'asse di rotazione, ma disposti da parti opposte (Fig. 8.3). Le due forze di inerzia uguali ed opposte ($F_1=F_2=M\omega^2e$) si equilibrano, il baricentro del rotore è sull'asse di rotazione e il rotore risulta bilanciato staticamente. D'altra parte le due forze di inerzia, avendo linee di azione diverse, formano una coppia non equilibrata, perpendicolare all'asse di rotazione, e il rotore risulta sbilanciato dinamicamente.

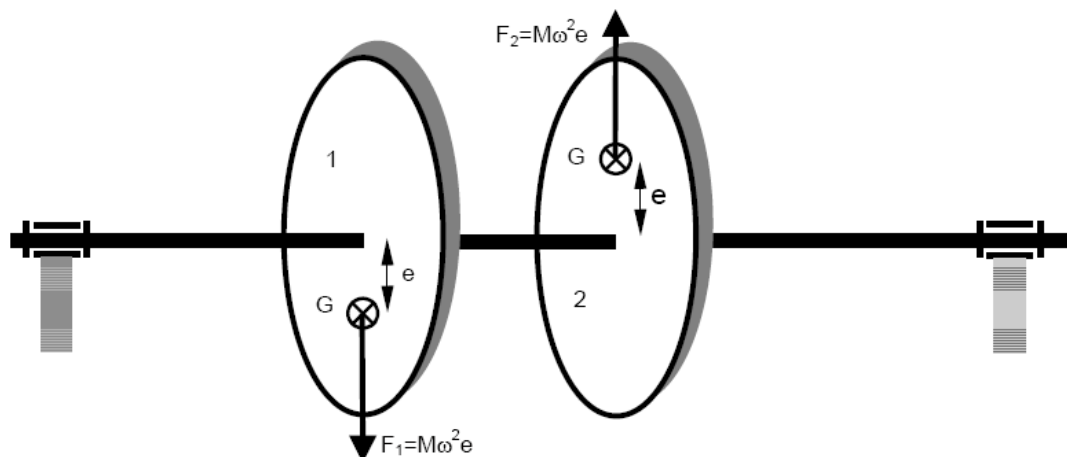


Fig. 8.3 Sbilanciamento dinamico

Teoricamente sarebbe possibile bilanciare il rotore ponendo una massa bilanciante su ogni disco, in modo da effettuare il bilanciamento statico di ciascuno di essi (Fig. 8.4). Annullando così le singole forze di inerzia e riportando i baricentri dei singoli dischi sull'asse di rotazione, si avrebbe un completo bilanciamento (statico e dinamico).

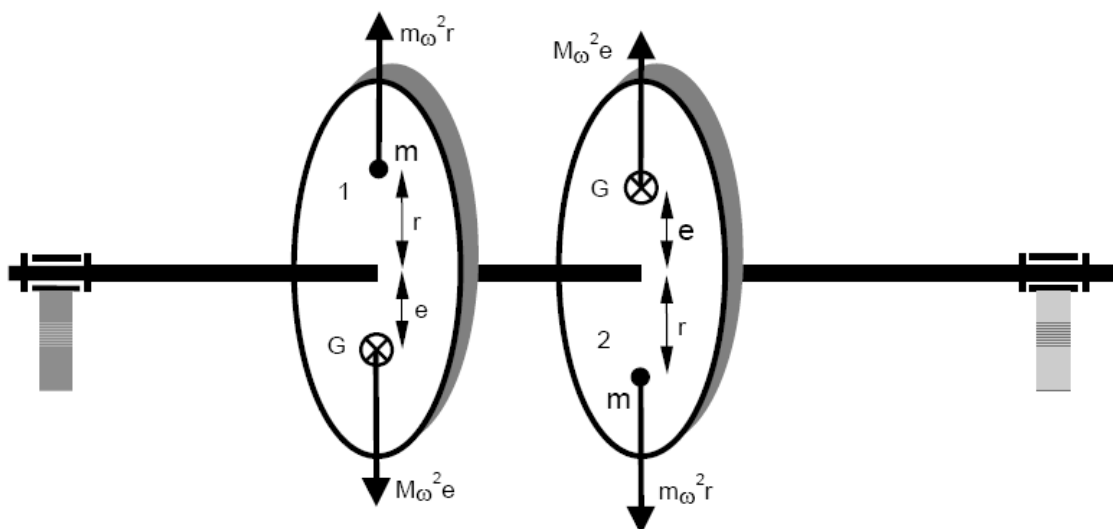


Fig. 8.4 Bilanciamento dinamico (teorico)

Quando si deve bilanciare un rotore reale è però quasi sempre impossibile riuscire a collocare le masse bilancianti in posizioni qualunque (nel caso in esame in corrispondenza dei dischi), ma è necessario porle in piani accessibili e assegnati. In Fig. 8.5 sono schematizzati due piani assegnati A e B in cui vanno disposte le masse bilancianti. Per equilibrare i rotori occorre produrre nei due piani

due forze R_A e R_B tali da equilibrare la coppia data da F_1 e F_2 senza alterare il bilanciamento statico.

Le equazioni che corrispondono a queste condizioni sono

- equazione di equilibrio alle rotazioni rispetto al piano A
 $-aF_1+cF_2-hR_B=0$

da cui si ricava

$$R_B = (cF_2 - aF_1) / h = M\omega^2 e(c-a) / h$$

- equazione di equilibrio alle rotazioni rispetto al piano B
 $bF_1 - dF_2 - hR_A = 0$

da cui si ricava

$$R_A = (bF_1 - dF_2) / h = M\omega^2 e(b-d) / h$$

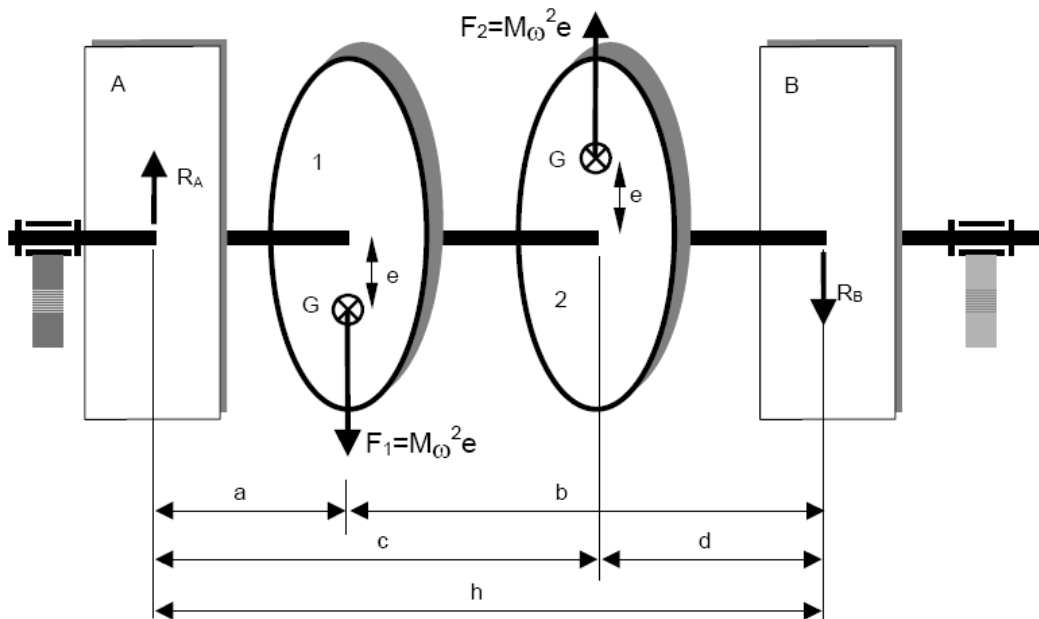


Fig. 8.5 Bilanciamento dinamico

E' facile verificare che le forze bilancianti R_A e R_B sono uguali ed opposte e che quindi anche il bilanciamento statico è garantito.

Determinate R_A e R_B si possono poi trovare i valori delle masse bilancianti (m_A e m_B) e delle loro distanze dall'asse di rotazione (r_A e r_B) imponendo che ciascuna massa generi una forza centrifuga pari alla forza così calcolata: $R_A = m_A\omega^2 r_A$, $R_B = m_B\omega^2 r_B$. Sostituendo le espressioni di R_A e R_B ricavate in precedenza, si trova

$$m_A = M \frac{b-d}{h} \frac{e}{r_A} \quad m_B = M \frac{c-a}{h} \frac{e}{r_B}$$

Si vede che i risultati trovati sono indipendenti dalla velocità di rotazione e che quindi il rotore è bilanciato a qualunque velocità angolare.

Il procedimento descritto per bilanciare il rotore con due dischi può essere facilmente esteso a casi più complessi:

- rotore con due dischi con sbilanciamenti in direzioni differenti;
- rotore lungo, con forma generica.

In ogni caso è possibile effettuare il bilanciamento ponendo due masse in piani assegnati.

8-3 Bilanciamento di sistemi articolati

Il bilanciamento dei sistemi articolati è un'operazione piuttosto complessa che richiede conoscenze specialistiche al di là dei limiti di questa introduzione alla dinamica delle macchine. Solo a scopo

indicativo verrà dato un cenno a due problemi rilevanti: il controllo dell'irregolarità del moto periodico e il bilanciamento dei motori alternativi.

8-3.1 IRREGOLARITÀ DEL MOTO

Per fissare le idee si consideri il semplice sistema articolato di Fig. 8.6 (sistema *biella-manovella*) costituito da un corpo 1 con asse di rotazione fisso (*manovella*), un corpo 2 che ruota e trasla (*biella*), un corpo 3 che trasla in direzione fissa (*pattino*). Questo meccanismo schematizza ad esempio una parte di motore alternativo corrispondente ad un cilindro: la manovella rappresenta una porzione dell'albero a gomiti e il pattino corrisponde ad un pistone, la guida del pattino è il cilindro. Per illustrare il concetto di irregolarità del moto è sufficiente studiare un modello molto elementare in cui J è il momento di inerzia della manovella rispetto all'asse di rotazione, m è la massa del pattino, la biella ha inerzia trascurabile, sul sistema non agisce alcuna forza esterna e gli attriti sono nulli.

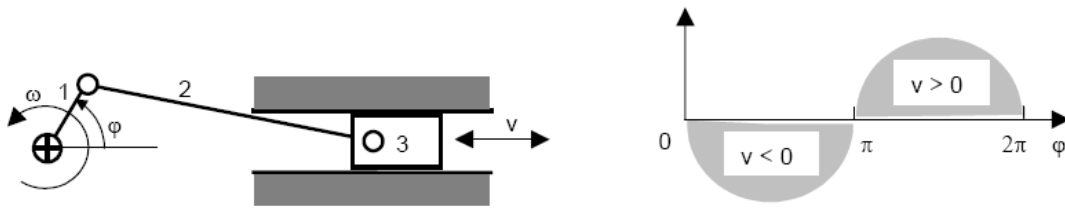


Fig. 8.6 Sistema biella-manovella e velocità del pattino

Si consideri il movimento con rotazione antioraria della manovella. Dato che il pattino è in moto alternativo la sua velocità v è diretta verso sinistra (negativa) mentre la manovella percorre l'angolo da 0 a π , e verso destra (positiva) mentre la manovella percorre l'angolo da π a 2π . Il pattino è fermo (per un istante) quando raggiunge la posizione estrema a destra (*punto morto superiore*) e quando raggiunge la posizione estrema a sinistra (*punto morto inferiore*); ha velocità massima v_{\max} in un determinato punto della corsa verso destra e velocità minima $-v_{\max}$ in un determinato punto della corsa verso sinistra. La Fig. 8.6 schematizza l'andamento della velocità v in funzione dell'angolo di rotazione φ della manovella. I termini punto morto superiore e punto morto inferiore traggono origine dal linguaggio motoristico: dato che in genere i motori sono disposti con gli assi dei cilindri in verticale (o quasi), i due punti corrispondono alle posizioni di massima e minima altezza dei pistoni.

L'energia cinetica del meccanismo è data dalla somma di quella del pattino e di quella della manovella (si è detto che l'inerzia della biella è trascurabile, per cui lo è anche la sua energia cinetica)

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}J\omega^2$$

Il bilancio di potenza definito dalla (6.10) in assenza di forze esterne e di attrito stabilisce che E_c è costante, per cui saranno uguali le energie cinetiche del sistema nell'istante in cui il pattino velocità con modulo massimo, v_{\max} e nell'istante in cui il pattino è fermo

$$\frac{1}{2}mv_{\max}^2 + \frac{1}{2}J\omega_{\min}^2 = 0 + \frac{1}{2}J\omega_{\max}^2$$

avendo indicato con ω_{\min} e ω_{\max} le velocità angolari della manovella nei medesimi istanti. Perché l'energia si conservi le due velocità angolari devono essere differenti e quindi la velocità angolare della manovella deve variare fra un valor minimo ω_{\min} (quando il pattino raggiunge la velocità massima) e un valor massimo ω_{\max} (quando il pattino raggiunge la velocità minima) tali che

$$\omega_{\max}^2 - \omega_{\min}^2 = \frac{mv_{\max}^2}{J}$$

Inoltre la variazione di velocità angolare è tanto più rilevante quanto è grande la massa traslante m e

tanto meno rilevante quanto è grande l'inerzia rotante J .

Si ottengono risultati simili anche quando si prende in considerazione l'inerzia della biella. Un modello ancora approssimato, ma abbastanza realistico, consiste nello schematizzare la biella con due sole masse m_p e m_t concentrate rispettivamente nel *piè di biella* (il punto centrale della coppia fra biella e pattino) e nella *testa di biella* (il punto centrale della coppia fra biella e manovella). In tal modo la massa m_p viene semplicemente sommata a quella del pattino, mentre la massa m_t produce un momento di inerzia da sommare al momento di inerzia J della manovella. Indicando con R la lunghezza della manovella il momento di inerzia aggiuntivo è $J_t = m_t R^2$.

La variazione di velocità fin qui analizzata dipende dai moti non uniformi del pattino e della biella che si traducono in variazioni della coppia applicata alla manovella. La variazione di velocità del corpo rotante può però essere causata anche dalla variazione delle forze motrici e/o resistenti, come chiaramente espresso dall'equazione (6.10). Considerando ancora l'esempio del motore a combustione interna, è noto che la forza motrice è generata dalla pressione dei gas che si espandono in ciascun cilindro nella fase di espansione e che questa pressione è fortemente variabile durante la combustione. Inoltre, nelle altre fasi del ciclo del motore (compressione, scarico, aspirazione, in un motore a 4 tempi) le forze agenti sul pistone sono resistenti anziché motrici. Pertanto nella fase di espansione la manovella accelera, mentre nelle altre rallenta. La variazione delle forze motrici si aggiunge a quella delle forze di inerzia provocando maggiori variazioni della velocità angolare della manovella.

In altri tipi di macchine è invece possibile che siano le forze resistenti a variare in modo rilevante: per esempio, una macchina è azionata da un motore rotante e, attraverso un meccanismo biella-manovella (o simile), fa traslare un utensile che alterna fasi di lavoro, in cui incontra forze resistenti significative, a fasi di ritorno, in cui le uniche forze resistenti si riducono agli attriti. Anche in questo caso la variazione della forza resistente, aggiungendosi a quella delle forze di inerzia, dà sensibili variazioni alla velocità angolare della manovella.

Per valutare quantitativamente la variazione della velocità angolare nelle macchine a regime periodico, si definisce *grado di irregolarità* la grandezza

$$\delta = \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\omega_m}$$

nella quale ω_m è la velocità angolare media dell'albero della macchina al quale si fa riferimento (in genere l'albero motore), mentre ω_{\min} e ω_{\max} sono le velocità angolari minime e massime dello stesso albero.

In genere è opportuno che il grado di irregolarità sia piccolo. La tabella seguente presenta i gradi di irregolarità più indicati per diversi tipi di macchina.

TIPO DI MACCHINA	GRADO DI IRREGOLARITÀ
Macchine per sollevamento, pompe	1/20 – 1/30
macchine in genere	1/50 – 1/100
motori per automobili	1/200 – 1/300
alternatori	1/300

Esattamente come per le forze di inerzia del pattino si può dimostrare che la variazione di velocità angolare è tanto più contenuta quanto è grande l'inerzia rotante J . Questa osservazione spiega come sia possibile rendere piccola a piacere la variazione di velocità angolare (e quindi il grado di irregolarità) semplicemente aumentando l'inerzia rotante. L'inerzia rotante che si aggiunge alla macchina per ottenere il grado di irregolarità desiderato viene detta *volano*.

8-3.2 BILANCIAMENTO DEI MOTORI A COMBUSTIONE INTERNA

Il movimento del meccanismo biella-manovella genera, oltre alla variazione di velocità angolare della manovella, anche forze di inerzia sulla coppia rotoidale fra manovella e telaio. Queste sono originate da due movimenti:

- la rotazione della manovella compresa la parte m_t della biella;
- la traslazione del pattino compresa la parte m_p della biella.

Il primo movimento produce forza centrifuga rotante con la manovella. Detta ω la velocità angolare della manovella, m_m la sua massa ed e la distanza del suo baricentro dall'asse di rotazione, la forza centrifuga ha intensità $F_c = (m_m e + m_t r) \omega^2$; la manovella è un rotore sbilanciato che può essere bilanciato mediante contrappesi seguendo la procedura già presentata nel capitolo 8-1.

Il secondo movimento dà luogo a forze periodiche e va analizzato con una trattazione più complessa che verrà esposta sommariamente qui di seguito per il solo caso del motore a combustione interna. L'analisi cinematica del meccanismo biella manovella mostra che l'accelerazione a del pattino, quando la manovella ruota a velocità angolare costante ω , può essere espressa come somma di infiniti termini cosinusoidali:

$$a = \omega^2 R (A_1 \cos \varphi + A_2 \cos 2\varphi + A_4 \cos 4\varphi + A_6 \cos 6\varphi + \dots)$$

Sia R la lunghezza della manovella e L quella della biella. I coefficienti A_i sono funzioni del rapporto R/L : valutati numericamente per $L/R = 3.5$ essi risultano essere: $A_1 = 1$, $A_2 = 0.29$, $A_4 = -0.006$, $A_6 = 0.0001$. Nella maggior parte delle applicazioni $L/R < 3.5$ per cui i termini superiori al secondo possono essere trascurati e si può con buona approssimazione ritenere

$$a = \omega^2 R (\cos \varphi + R/L \cos 2\varphi)$$

Per effetto dell'accelerazione del pattino viene generata una forza di alternata che, attraverso la biella e la manovella, si scarica sulla coppia rotoidale fra telaio e manovella (detta *cuscinetto di banco*). Tale forza alternata è diretta secondo l'asse del pattino e ha intensità

$$F_a = (m + m_p) \omega^2 R (\cos \varphi + R/L \cos 2\varphi)$$

Si usa indicare con *forza alterna del primo ordine* il termine

$$(m + m_p) \omega^2 R \cos \varphi$$

e con *forza alterna del secondo ordine* il termine

$$(m + m_p) \omega^2 R R/L \cos 2\varphi$$

Dato che entrambe le forze hanno ampiezza diversa da zero, si vede che sia la forza del primo ordine sia quella del secondo sono sbilanciate. La Fig. 8.7 riporta a meno del termine $(m+m_p)\omega^2 R$ gli andamenti delle due forze, in funzione di φ , per il rapporto $L/R=3.5$.

È possibile bilanciare, almeno parzialmente, le forze del primo e/o del secondo ordine, adottando opportune configurazioni nei motori con più di un cilindro (*motori pluricilindrici*). Ovviamente, in un motore bicilindrico in linea e con le manovelle in fase, le forze nei due cilindri si sommano accentuando lo sbilanciamento.

Invece in un motore a 4 cilindri in linea (Fig. 8.8) si possono disporre le 4 manovelle con la prima e la quarta in fase fra loro, le seconda e la terza sfasate di 180° rispetto alle altre due.

L'andamento delle forze del primo e secondo ordine nei cilindri 1 e 2 (oppure 3 e 4) è riportato in Fig. 8.9. Le forze del primo ordine nei due cilindri sono sfasate di 180° e in ogni istante hanno ugual valore ma verso opposto (una è positiva, l'altra negativa). Quelle del secondo ordine sono in fase e hanno in ogni istante stesso valore e stesso verso. La loro somma è riportata in Fig. 8.10: le forze del primo ordine hanno somma nulla, ovvero si bilanciano, quelle del secondo non si bilanciano e il loro massimo è dato dalla somma del massimo delle forze nei singoli cilindri. In genere le seconde sono più piccole delle prime e il sistema a 4 cilindri risulta abbastanza bilanciato.

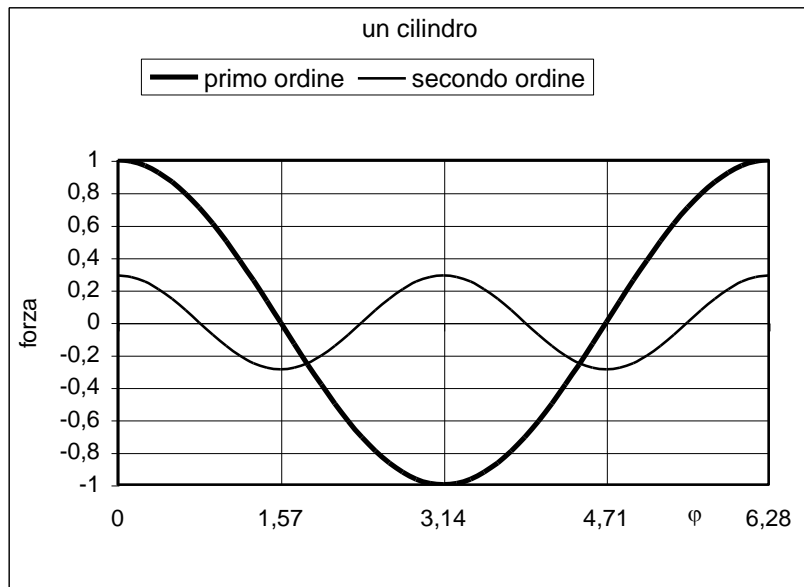


Fig. 8.7 Forze del primo e del secondo ordine in un motore monocilindrico

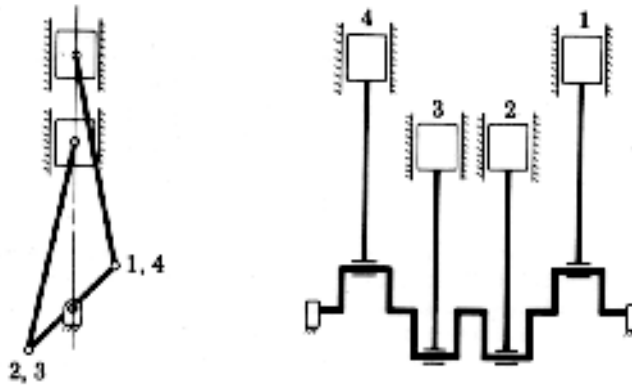


Fig. 8.8 Schema cinematico di un motore a 4 cilindri in linea

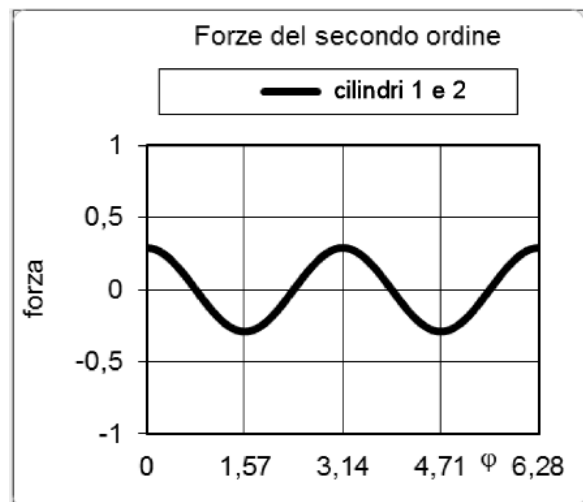
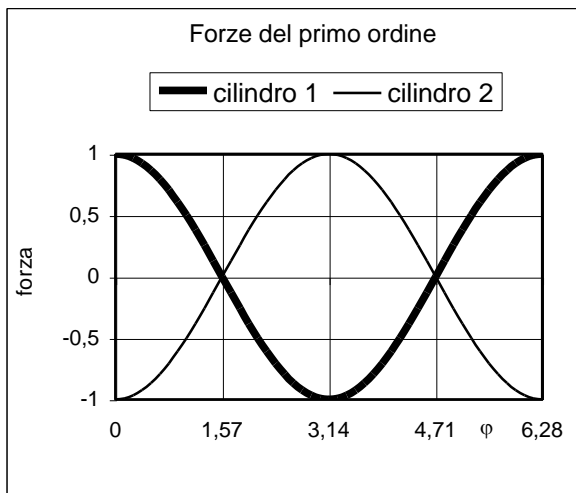


Fig. 8.9 Forze in due cilindri sfasati di 180°

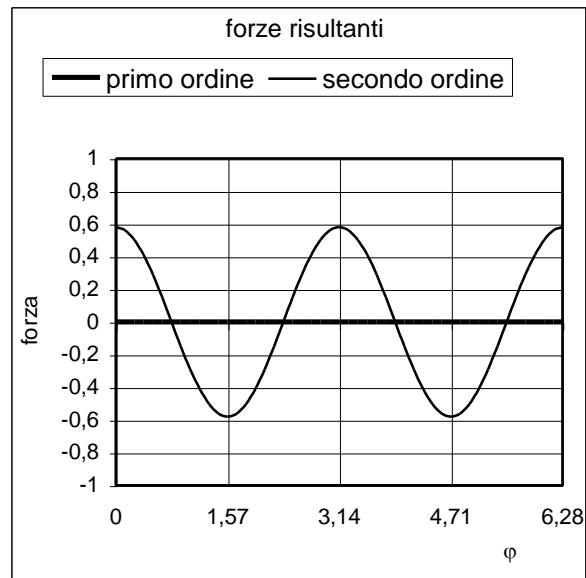


Fig. 8.10 Forze risultanti in due cilindri sfasati di 180°

In un motore a 6 cilindri in linea (Fig. 8.11) si possono disporre le 6 manovelle con la prima e la sesta in fase fra loro, la seconda e la quinta sfasate di 120° rispetto alla prima, la terza e la quarta sfasate ulteriori 120° rispetto alla seconda e alla quinta.

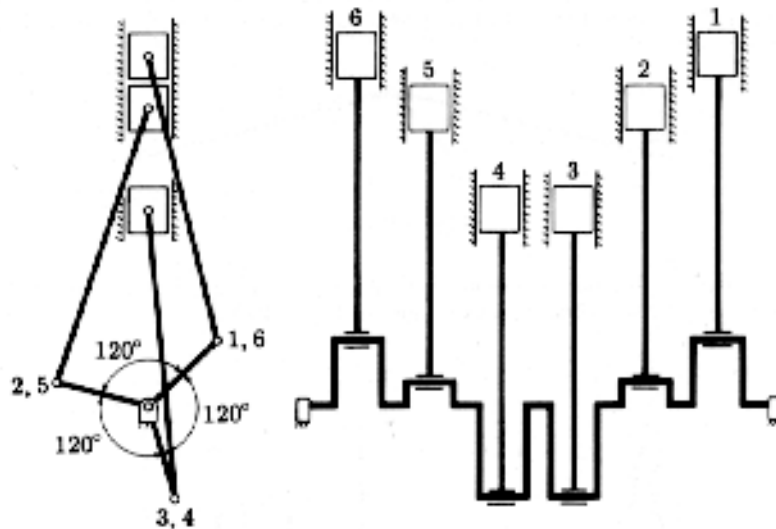


Fig. 8.11 Schema cinematico di un motore a 6 cilindri in linea

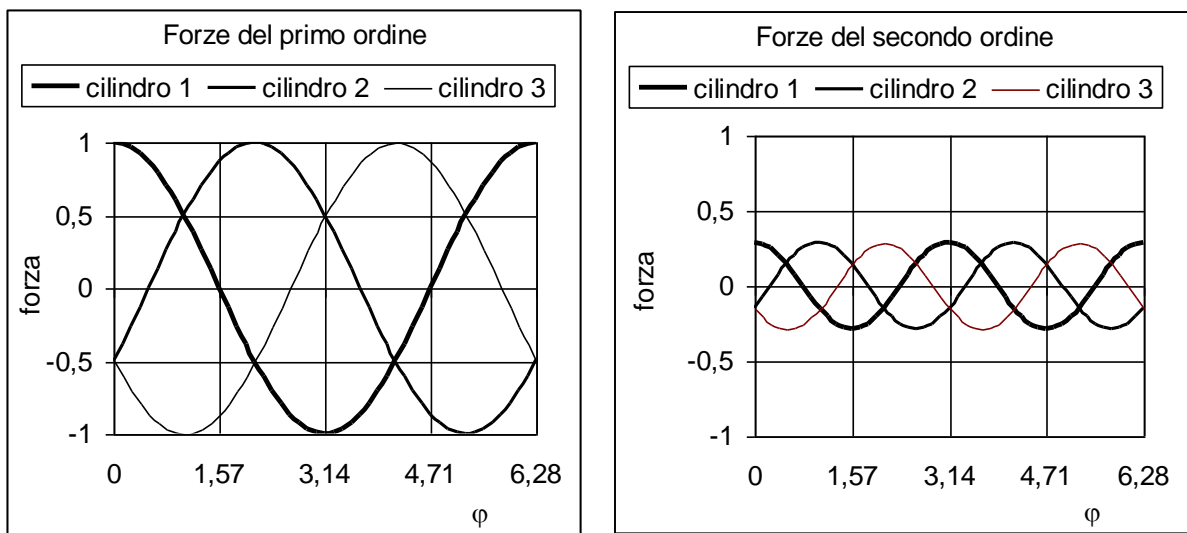


Fig. 8.12 Forze in tre cilindri sfasati di 120°

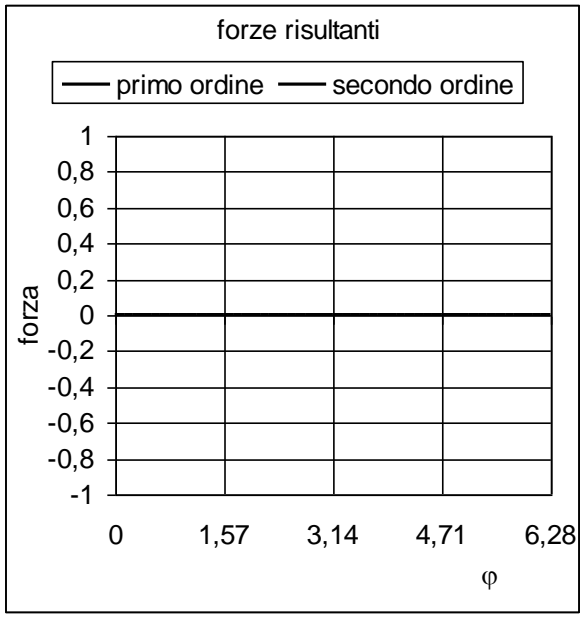


Fig. 8.13 Forze risultanti in tre cilindri sfasati di 120°

L'andamento delle forze del primo e secondo ordine nei cilindri 1, 2 e 3 (oppure 4, 5 e 6) è riportato in Fig. 8.12 e la loro somma è riportata in Fig. 8.13: le forze sia del primo sia del secondo ordine si bilanciano e il motore risulta ben bilanciato. In definitiva esistono disposizioni delle manovelle nei motori pluricilindrici che bilanciano, totalmente o parzialmente le forze del primo e del secondo ordine prodotte nei diversi cilindri. In maniera analoga si possono bilanciare anche forze di ordine superiore al secondo.