LE CARENZE NELLE CONOSCENZE DI MATEMATICA DI BASE TRA I NUOVI ISCRITTI AI CORSI DI INGEGNERIA A SAVONA PROPOSTE PER IL LORO RIASSORBIMENTO.

O.CALIGARIS - E. FERRANDO - P.OLIVA

1. Introduzione

Nonostante sia crescente, nella realtà attuale, l'esigenza di cultura, e soprattutto di mentalità, matematica, si riscontrano sempre maggiori difficoltà nell'insegnamento della materia in ogni livello di scuola.

Con queste problematiche deve, naturalmente, misurarsi anche il corso di Laurea in Ingegneria Gestionale, dell'Università di Genova, la cui sede è il Polo decentrato di Savona, presso il quale gli autori svolgono la loro attività didattica. È quindi naturale che, anche in questa sede, si sia posta attenzione al problema e si sia tentato di proporre qualche rimedio

Scopo di questa nota è esaminare luci ed ombre di oltre dieci anni di didattica nell'ambito degli insegnamenti di Analisi Matematica presso il Polo di Savona durante i quali sono stati introdotti e sperimentati diversi accorgimenti allo scopo di migliorare il livello di apprendimento; cercheremo inoltre di descrivere brevemente le difficoltà incontrate e le soluzioni adottate e di redigere una breve revisione critica dei risultati ottenuti.

2. un po' di storia

Tradizionalmente (fino ai primi anni '90) gli insegnamenti matematici impartiti nei corsi di laurea della Facoltà di Ingegneria erano concentrati nei primi due anni di corso, il biennio propedeutico, con il fine di costituire una solida conoscenza di base integrata con la fisica la chimica e l'informatica; le metodologie acquisite in tal modo consentivano allo studente di affrontare senza grosse difficoltà il successivo piano di studi.

In quel periodo, la maggior parte degli immatricolati iniziava il suo percorso di studi con un bagaglio di nozioni e di abilità abbastanza omogeneo e sufficiente a comprendere il linguaggio utilizzato nelle lezioni e nelle esercitazioni, senza che questo dovesse essere attentamente calibrato dai docenti. La didattica era svolta in maniera prevalentemente frontale e l'esame, suddiviso in prova scritta e prova orale, era

talvolta preceduto da alcune (2 o 3) prove parziali scritte che, in qualche caso, consentivano allo studente di accedere alla prova orale senza dover sostenere la prova scritta.

Il biennio di Ingegneria aveva pregi: lo studente ne usciva in possesso di requisiti minimi in fatto di conoscenze di base più che sufficienti per comprendere le successive materie applicative, e difetti: superare il biennio era una piccola impresa che spesso richiedeva ben più di un biennio, inoltre era percepita una frattura tra le metodologie parecchio astratte degli insegnamenti matematici e di base e le applicazioni successive.

Negli anni a cavallo del '90 si verificò un graduale ingresso nel biennio di materie applicative, che in qualche modo anticiparono il progetto che ebbe come conseguenze l'istituzione dei corsi di Diploma Universitario e, più tardi, l'evoluzione del percorso degli studi verso il modello 3+2 (un triennio per la laurea di primo livello ed un biennio per la laurea specialistica).

Si delineò pertanto l'esigenza di un percorso didattico più rapidamente professionalizzante in cui le conoscenze di base dovevano essere acquisite in minor tempo, parallelamente a corsi applicativi; i corsi di matematica furono gradualmente strutturati in modo da fornire in breve tempo strumenti operativi a scapito di un apprendimento più radicato ma più lento.

L'istituzione dei Diplomi Universitari coincise anche con il diffondersi di corsi universitari sul territorio e con un rapido, e ragionevolmente non da questo fatto indipendente, allargamento delle categorie interessate all'iscrizione ad un corso universitario; l'opportunità di seguire un corso universitario vicino a casa offrì a molti l'occasione di proseguire studi che altrimenti sarebbero stati interrotti, o che erano stati interrotti per cause di forza maggiore.

Di conseguenza crebbe gradualmente il numero di studenti provenienti da studi medi superiori che, in tempi non lontani, solo molto raramente avrebbero avuto accesso agli studi Universitari in facoltà impegnative come quella di Ingegneria e di coloro che, già inseriti nel mondo del lavoro, si iscrivevano ad Ingegneria con lo scopo di migliorare la propria posizione o assicurarsi maggiore versatilità di impiego.

La disomogeneità e l'inadeguatezza della preparazione scolastica degli iscritti al primo anno crebbe di pari passo fino ad oggi, quando anche allievi provenienti da Scuole Superiori per tradizione attente a fornire buoni prerequisiti in matematica manifestano frequenti e gravi lacune tanto nelle conoscenze quanto nelle abilità matematiche di base.

Non è scopo della presente nota indagare le cause di questo preoccupante fenomeno, anche se non è difficile ipotizzarne qualcuna; ci occuperemo piuttosto, preso atto della situazione, di quali siano le crtiticità e di come si possa superarle.

3. Finalità dei corsi di matematica presso il Corso di Ingegneria Gestionale a Savona

Il corso di Laurea in Ingegneria Gestionale, presso il Polo di Savona dell'Università di Genova, nasce nel 1996 sull'esperienza maturata dal precedente Diploma Universitario in Ingegneria Logistica e della Produzione, attivo già dal 1990, e si evolve fino agli attuali Corso di Laurea Triennale e Corso di Laurea Specialistica in Ingegneria Gestionale.

Il Corso è progettato con lo scopo di fornire ai suoi laureati gli strumenti e la capacità operativa necessari per trattare in maniera oggettiva e quantitativa problemi economici, produttivi, logistici e per intervenire ovunque sia necessario pianificare azioni di elevata complessità.

A tutto il 2003 il corso ha prodotto oltre 300 laureati che hanno trovato immediata occupazione quasi sempre all'interno delle realtà lavorative in cui avevano svolto lo stage che si accompagna allo svolgimento della tesi di laurea e ci pare che questo risultato giustifichi la speranza di aver operato nella giusta direzione.

Per raggiungere lo scopo il corso di Laurea prevede una solida formazione matematica prevalentemente orientata nell'ambito dell'analisi matematica e della statistica, avendo naturalmente come obiettivo soprattutto la capacità di applicare questi strumenti allo studio di problemi reali.

I corsi di Analisi Matematica, quindi, sono sempre stati disegnati con l'intento di perseguire tale scopo, senza tuttavia dimenticare gli aspetti teorici più importanti ritenuti indispensabili per formare la capacità di applicare correttamente la matematica alla realtà.

Inizialmente il corso di Analisi Matematica 1+2 ebbe durata semestrale: in un primo tempo con collocazione al primo semestre e successivamente al secondo semestre del primo anno. La scelta derivò dall'intento di consentire agli allievi di fare esperienza, durante il primo semestre, con corsi ritenuti meno ostici prima di affrontare quello che, al tempo, era uno degli ostacoli più impegnativi del primo anno.

Naturalmente l'organizzazione del corso deve tenere conto del livello di ingresso per definire il quale è stato proposto agli immatricolati un test di ingresso.

4. Il Test di ingresso ed i risultati.

Dal 1999 agli studenti che si apprestano a frequentare il primo anno dei corsi di Ingegneria presso il polo di Savona dell'Università di Genova, viene proposto un test di ingresso con lo scopo di tracciare una mappa delle loro competenze e delle loro lacune nelle materie di base: Matematica, Fisica Chimica , Informatica.

Lo stesso test dovrebbe, nelle intenzioni, fornire ad ogni studente informazioni utili ad individuare i suoi punti deboli, con la speranza

che la consapevolezza di mancanza di preparazione stimoli uno sforzo teso ad eliminarla.

Negli anni la parte di matematica del test ha avuto diversa consistenza, per cui non è immediato un confronto esteso agli ultimi quattro anni, tuttavia, per varie ragioni, è accaduto che il test proposto nel 1999 e quello del 2003 abbiano una consistenza e dei contenuti molto simili per cui ci sembra non inutile elaborare un confronto tra i risultati ottenuti anche alla luce del fatto che è diffusa l'impressione che che la preparazione media vada scadendo con il tempo.

Riportiamo di seguito i testi proposti osservando che taluni esercizi sono identici, altri confrontabili perfettamente o nei contenuti essenziali.

Test proposto nel 1999

(1) Indicare a fianco di ogni polinomio la sua scomposizione
  (a) $(a^2 - b^2) =$
  (b) $(a^4 - b^4) =$
  (c) $(ab - b^2) =$

(2) Calcolare la distanza tra i punti $P = (1, 2)$ e $Q = (2, 1)$ nel piano cartesiano

(3) Calcolare la distanza tra i punti $P = (a, b)$ e $Q = (b, c)$ nel piano cartesiano

(4) Scrivere a fianco di ognuna delle seguenti equazioni il luogo dei punti da esse identificato nel piano cartesiano.
  (a) $x^2 + y^2 = 1$
  (b) $2x^2 + y^2 = 1$
  (c) $x^2 - y^2 = 1$
  (d) $xy = 0$
  (e) $x + y^2 = 1$
  (f) $xy = 1$

(5) Calcolare
  (a) $\sin(\pi/3) =$
  (b) $\sin(\pi/6) =$
  (c) $\cos(\pi/4) =$
  (d) $\sin(\pi/2) =$
  (e) $\sin(2\alpha) =$
  (f) $\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha =$

(6) Identificare le affermazioni vere e quelle false
  (a) $\log_2 4 = \log_3 9$ ◯ VERA ◯ FALSA
  (b) $\log_a c = b \Longleftrightarrow b = e^a$ ◯ VERA ◯FALSA
  (c) $\log_2(a + b) = \log_2(a) + \log_2(b)$ ◯ VERA ◯ FALSA

(7) Risolvere le seguenti equazioni
  (a) $x^2 - 5x + 6 = 0$
  (b) $a^2 + 3ab + b^2 = 0$
  (c) $a^2 + 3ab = -b^2$

(8) (a) Se in un magazzino ogni oggetto fragile è conservato in una scatola, è vero che, in quel magazzino, ogni scatola contiene un oggetto fragile?
  ◯ VERO ◯ FALSO
  (b) Se in un magazzino ogni oggetto fragile è conservato in una scatola, è vero che, in quel magazzino, se un oggetto non è in una scatola allora non è fragile?
  ◯ VERO ◯ FALSO

(9) Risolvere la disequazione $\frac{a}{b} > 0$

(10) Risolvere l'equazione $(x - 1)(x - 2)(x - 1/3) = 0$

(11) Se $x^2 > 9$ allora
  (a) $x > 3$ e $x < -3$ ◯ VERA ◯ FALSA

(b) $x > 3$ oppure $x < -3$ ◯ VERA ◯ FALSA

(c) $|x| > 3$ ◯ VERA ◯ FALSA

(12) Stabilire se ognuna delle seguenti affermazioni è vera o falsa

(a) $\sqrt{a^2} = \pm a$ ◯ VERA ◯ FALSA

(b) $\sqrt{a^2} = |a|$ ◯ VERA ◯ FALSA

(c) $\sqrt{a^2} = a$ ◯ VERA ◯ FALSA

Test proposto nel 2003

(1) Risolvere l'equazione

$$(x^2+1)(x^2-1)(x+2)=0$$

(2) Risolvere la disequazione

$$3^x \leq \left(\frac{1}{3}\right)^{2x+1}$$

(3) Risolvere la disequazione

$$\frac{3}{x-4} \geq x$$

(4) Se $x^2 > 9$ allora

(a) • $x > 3$ e $x < -3$ ◯ VERA ◯ FALSA

(b) • $x > 3$ oppure $x < -3$ ◯ VERA ◯ FALSA

(c) • $|x| > 3$ ◯ VERA ◯ FALSA

(5) Risolvere le seguenti equazioni

$$x^2+1=0$$

$$x^2-3=1$$

$$x^3-1=0$$

$x^3+6x^2=7$ Sapendo che x=1 è soluzione

(6) Risolvere il sistema di disequazioni

$$\begin{cases} 3x+2 \geq 0 \\ x^2-3x+2 \leq 0 \end{cases}$$

(7) L'espressione

$$2^{5^2}$$

è uguale a

(a) ◯

$$2^{25}$$

(b) ◯

$$32^2$$

(c) ◯

$$2^{10}$$

(d) ◯

$$2^7$$

(e) ◯ è ambigua

(8) Calcolare quoziente e resto della seguente divisione tra polinomi

$$\frac{2x^3+3x^2+1}{x^2+1}$$

(9) Indicare a fianco di ogni polinomio la sua scomposizione

(a) • $a^2-b^2=$

(b) • $a^4 - b^4 =$
(c) • $ab - b^2 =$

(10) Calcolare
(a) • $\sin(\pi/3) =$
(b) • $\sin(\pi/6) =$
(c) • $\cos(\pi/4) =$
(d) • $\sin(\pi/2) =$

Esprimere
(a) • $\sin(2\alpha) =$
(b) • $\cos^2\alpha - \sin^2\alpha =$

(11) Identificare le affermazioni vere e quelle false
(a) • $\log_2 4 = \log_3 9$ ◯ VERA ◯ FALSA
(b) • $\log_a c = b \Longleftrightarrow b = e^a$ ◯ VERA ◯FALSA
(c) • $\log_2(a+b) = \log_2(a) + \log_2(b)$ ◯ VERA ◯ FALSA

(12) Stabilire per ognuna delle seguenti affermazioni è vera o falsa per ogni a
(a) • $\sqrt{a^2} = \pm a$ ◯ VERA ◯ FALSA
(b) • $\sqrt{a^2} = |a|$ ◯ VERA ◯ FALSA
(c) • $\sqrt{a^2} = a$ ◯ VERA ◯ FALSA

I risultati sono riassunti in tabelle per la lettura delle quali è necessario disporre della seguente legenda

OK	Corretto
EL	Errore Lieve
EM	Errore Medio
EMS	Errore Medio Semantico
EG	Errore grave
NR	Non Risponde
CD	Contratto Didattico
R	Radici
EGS	Errore Grave Semantico
DL	Definizione di Logaritmo
CLS	Connettivi Logici (Semantica)

OK Identifica una risposta sostanzialmente corretta.

Per illustrare il significato delle altre abbreviazioni adottate riteniamo conveniente fornire qualche esempio di valutazione per ciascuno dei casi.

Osserviamo soltanto che per errore di tipo semantico intendiamo un errore legato alla semantica dei simboli matematici; ci pare importante sottolineare questo tipo di errore in quanto per un gran numero di studenti il simbolo matematico sembra essere privo di significato. Il suo uso quindi dipende da una serie di regole ed algoritmi, spesso frutto di libere interpretazioni degli esempi incontrati.

Gli errori di tipo semantico sono statoi distinti in **EMS**, **EGS**, **CLS** (Medio, Grave, Logico)

Sono esempi di errori di tipo semantico i seguenti

N○ Stabilire per ognuna delle seguenti affermazioni è vera o falsa per ogni a

- $\sqrt{a^2} = \pm a$ ⊗ VERA ○ FALSA
- $\sqrt{a^2} = |a|$ ⊗ VERA ○ FALSA
- $\sqrt{a^2} = a$ ○ VERA ⊗ FALSA

problemi di semantica

K○ Risolvere l'equazione $(x-1)(x-2)(x-1/3) = 0$ $x = 1 \cap x = 2 \cap x = 1/3$ ✓

semantica!

M○ Stabilire se ognuna delle seguenti affermazioni è vera o falsa

1) $\sqrt{a^2} = \pm a$ ⊗ VERA ○ FALSA
2) $\sqrt{a^2} = |a|$ ○ VERA ⊗ FALSA
3) $\sqrt{a^2} = a$ ⊗ VERA ○ FALSA

EL legato alla semantica

D○ Se $x^2 > 9$ allora

- $x > 3$ e $x < -3$ ⊗ VERA ○ FALSA
- $x > 3$ oppure $x < -3$ ⊗ VERA ○ FALSA
- $|x| > 3$ ⊗ VERA ○ FALSA

anche in questa problemi con i connettivi logici e, o, entrambi vanno

EL Errore Lieve; ad esempio:

E○ Calcolare

1) $\sin(\pi/3) = \frac{\sqrt{3}}{2}$
2) $\sin(\pi/6) = \frac{1}{2}$
3) $\cos(\pi/4) = \frac{\sqrt{2}}{2}$
4) $\sin(\pi/2) = 1$
5) $\sin(2\alpha) = 2 \sin\alpha \cos\alpha$
6) $\cos^2\alpha - \sin^2\alpha =$

✓ più o meno EL

EM Errore Medio; ad esempio:

D○ Scrivere a fianco di ognuna delle seguenti equazioni il luogo dei punti da esse identificato nel piano cartesiano.

1) $x^2 + y^2 = 1$ circonferenza
2) $2x^2 + y^2 = 1$ ellisse
3) $x^2 - y^2 = 1$ ellisse
4) $xy = 0$ ——
5) $x + y^2 = 1$ parabola
6) $xy = 1$ iperbole

EM

A○ Indicare a fianco di ogni polinomio la sua scomposizione

1) $(a^2 - b^2) = (a-b)(a+b)$
2) $(a^4 - b^4) = (a^2-b^2)(a^2+b^2)$ → non finito EM
3) $(ab - b^2) = (a-b)b$

EG

F○ Identificare le affermazioni vere e quelle false

1) $\log_2 4 = \log_3 9$ ● VERA ○ FALSA

2) $\log_a c = b \iff b = e^a$ ○ VERA ● FALSA

3) $\log_2(a+b) = \log_2(a) + \log_2(b)$ ● VERA ○ FALSA

EG
proprietà dei logaritmi

M○ Stabilire se ognuna delle seguenti affermazioni è vera o falsa

1) $\sqrt{a^2} = \pm a$ ⊗ VERA ○ FALSA

2) $\sqrt{a^2} = |a|$ ⊗ VERA ○ FALSA

3) $\sqrt{a^2} = a$ ⊗ VERA ○ FALSA

EG permanenza

a = è un numero che può essere positivo o negativo

N○ Scrivere una frazione compresa tra 0.34 e 0.35. $\frac{343}{1000}$ ✓

E○ Risolvere le seguenti equazioni

$x^2 + 1 = 0$ $x = \pm 1$?

$x^2 - 3 = 1$ $x = \pm 2$

$x^3 - 1 = 0$ $x = 1$

$x^3 + 6x^2 = 7$ Sapendo che x=1 è soluzione Ruffini

E○ Calcolare

1) $\sin(\pi/3) =$ 5/2

2) $\sin(\pi/6) =$ 1/2

3) $\cos(\pi/4) =$ 5/2

4) $\sin(\pi/2) =$ 1

5) $\sin(2\alpha) =$ $2 \operatorname{sen}\alpha \cos\alpha$

6) $\cos^2\alpha - \sin^2\alpha =$ $-\sin^2\alpha + 1 - \sin^2\alpha = -2\sin^2\alpha + 1$

EG per > 1 !

E○ Risolvere le seguenti equazioni

$x^2 + 1 = 0$ $x = \pm 1$

$x^2 - 3 = 1$ $x = \pm 2$ ✓

$x^3 - 1 = 0$ $x = 1$ ✓

$x^3 + 6x^2 = 7$ Sapendo che x=1 è soluzione problemi con Ruffini ?

NR Quando non è indicata nessuna risposta.

CD Quando si evidenziano errori dovuti al contratto didattico, cioè ad una cattiva interpretazione della domanda legata a regole sottintese e malintese.

R Quando l'errore è generato dall'incapacità di abbassare di grado una equazione, nota una sua radice.

DL Quando il problema è la mancata conoscenza della definizione e delle proprietà dei logaritmi.

Nelle tabelle sono riportati i risultati dei test.

Innanzi tutto sono riportate le valutazioni per ogni esercizio e per ogni singolo partecipante con una indicazione sommaria della scuola di provenienza e del voto di maturità.

Seguono le percentuali di ogni singola valutazione su ogni esercizio

1999

Risultati per ogni esercizio e per ogni partecipante al test.

Sc.	V. Mat.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
LS	82	Ok	Ok	Ok	Ok	Ok	Ok	Egs	Ok	Egs	Ok	Ok	Eg
Ma	90	Ok	Ok	Ok	Eg	Ok	Ok	Egs	Ok	Ok	Ok	Ok	Egs
Itis	100	Eg	Ok	Ok	Ok	Ok	Ok	Egs	Ok	Em	Ok	Ok	Eg
LS	85	Ok	Ok	Ok	Ok	Ok	Ok	Egs	Ok	Ok	Ok	Egs	Eg
LS	95	Ok	Ok	Ok	Em	Em	Ok	Egs	Ok	Ok	Ok	Ok	Egs
Itis	82	Ok	Eg	Eg	Nr	Eg	Ok	Egs	Ok	Egs	Eg	Ok	Eg
Itis	69	Ok	Nr	Nr	Nr	Nr	Ok	Egs	Ok	Nr	Nr	Ok	Eg
Ma	98	El	Nr	Nr	Nr	Ok	Ok	Ok	Ok	Nr	Ok	Ok	Eg
Itg	90	Ok	Ok	Ok	Eg	Eg	Eg	Egs	Ok	Em	Nr	Eg	Ok
LS	62	Ok	Ok	Ok	Em	Ok	Ok	Egs	Ok	Nr	Ok	Ok	Egs
Itis	97	Eg	Ok	Ok	Eg	Ok	Egs	Ok	Ok	Ok	Ok	Ok	Egs
LS	98	Ok	Ok	Ok	Ok	Ok	Ok	Ok	Ok	Nr	Ok	Ok	Egs
LS	84	El	Ok	Ok	Eg	Ok	Ok	Egs	Ok	Ok	Ok	Ok	Egs
Ma	72	Ok	Ok	Eg	Em	Ok	Ok	Egs	Ok	Em	Ok	Ems	Eg
LS	78	Ok	Ok	Ok	Em	El	Ok	Ok	Ok	Em	Eg	Ok	Egs
Itg	70	Ok	Ok	Ok	Em	Eg	Ok	Ok	Ok	Egs	Eg	Ok	Eg
LS	77	Ok	Ok	Ok	Em	El	Ok	Ok	Ok	Em	Ok	Ok	Egs
LS	100	Ok	Ok	Ok	Ok	Ok	Ok	Ok	Ok	Ok	Ok	Ok	Eg
LS	62	Eg	Ok	Ok	Ok	Eg	Ok	Egs	Ok	Em	Ok	Ok	Egs
LS	62	Ok	Ok	Ok	Eg	Nr	Dl	Egs	Ok	Em	Ok	Ok	Egs
Itg	90	Eg	Ok	Ok	Eg	Eg	Ok	Egs	Ok	Ok	Ok	Ok	Egs
LS	97	Ok	Ok	Ok	Eg	Ok	Ok	Ok	Ok	Eg	Ok	Ok	Eg
LS	71	Ok	Ok	Ok	Em	Egs	Nr	Egs	Ok	Nr	Ok	Ok	Eg
Itg	100	Em	Ok	Ok	Em	Eg	Ok	Egs	Ok	Em	Ok	Egs	Eg
LS	66	Ok	Ok	Ok	Ok	Em	Ok	Ok	Ok	Ok	Ok	Ok	Egs
LS	78	Ok	Ok	Ok	Ok	Eg	Ok	Egs	Ok	Eg	Ok	Ok	Egs
LS	100	Ok	Ok	Ok	Ok	Ok	Ok	Ok	Ok	Eg	Ok	Ok	Ok
LC	84	Em	Ok	Ok	Ok	Eg	Eg	Egs	Ok	Em	Eg	Ok	Eg
LS	96	Ok	Ok	Ok	Ok	Ok	Ok	Ok	Ok	Ok	Ok	Egs	Ok
LS	80	Ok	Ok	Ok	Nr	Eg	Ok	Egs	Ok	Nr	Ok	Ok	Ok
LS	60	Ok	Ok	Ok	Ok	Eg	Ok	Egs	Ok	Em	Ok	Ok	Egs
LS	68	Ok	Ok	Ok	El	Eg	Ok	Egs	Ok	Nr	Ok	Ok	Egs
Nau	100	Ok	Ok	Ok	Em	Ok	Ok	Egs	Ok	Nr	Nr	Eg	Eg
Nau	81	Eg	Nr	Nr	Nr	Eg	Dl	Egs	Ok	Eg	Nr	Ok	Eg
LS	68	Em	Ok	Ok	Ok	Ok	Ok	Ok	Ok	Eg	Ok	Ok	Ok
LS	76	Ok	Ok	Ok	Ok	Ok	Ok	Eg	Ok	Em	Ok	Ok	Eg
LS	76	Ok	Ok	Ok	Em	Ok	Ok	Ok	Ok	Ok	Ok	Ok	Ok
Ips	86	Eg	Eg	Nr	Nr	Nr	Eg	Egs	Ok	Nr	Nr	Ok	Ok
LS	80	Ok	Ok	Ok	Ok	Ok	Ok	Ok	Ok	Ok	Ok	Ok	Eg
LS	61	Ok	Ok	Ok	Ok	Ok	Ok	Egs	Ok	Ok	Ok	Ok	Egs
LS	80	Ok	Ok	Ok	Em	Eg	Ok	Ok	Ok	Em	Ok	Ok	Egs
LS	82	Em	Ok	Ok	Ok	Ok	Dl	Egs	Ok	Ok	Ok	Ok	Egs
LS	95	Ok	Ok	Ok	Ok	Ok	Ok	Ok	Ok	Ok	Ok	Ok	Ok
Itg	94	Ok	Ok	Ok	Egs	Egs	Dl	Ok	Ok	Em	Nr	Eg	Eg
LS	86	Ok	Ok	Ok	Ok	Ok	Ok	Ok	Ok	Em	Ok	Ok	Ok

1999

Risposte, per ogni singolo esercizio, suddivise in base alla loro valutazione.

Esercizio 1		
	%	
OK	73.33	33
EL	4.44	2
EM	8.89	4
EG	13.33	6
	100	45

Esercizio 2		
	%	
OK	88.89	40
EG	4.44	2
NR	6.67	3
	100	45

Esercizio 3		
	%	
OK	86.67	39
EG	4.44	2
NR	8.89	4
	100	45

Esercizio 4		
	%	
OK	42	19
EL	2.22	1
EM	24.44	11
EG	15.56	7
NR	13.33	6
EGS	2.22	1
	100	45

Esercizio 5		
	%	
OK	51.11	23
EL	4.44	2
EM	4.44	2
EG	28.89	13
NR	6.67	3
EGS	4.44	2
	100	45

Esercizio 6		
	%	
OK	80.00	36
EG	6.67	3
NR	2.22	1
EGS	2.22	1
DL	8.89	4
	100	45

Esercizio 7		
	%	
OK	40.00	36
EG	2.22	3
NR	0.00	1
EGS	57.78	1
DL	0.00	4
	100	45

Esercizio 8		
	%	
OK	100.00	45
	100	45

Esercizio 9		
	%	
OK	31.11	14
EM	31.11	14
EG	11.11	5
NR	20.00	9
EGS	6.67	3
	100	45

Esercizio 10		
	%	
OK	77.78	35
EG	8.89	4
NR	13.33	6
	100	45

Esercizio 11		
	%	
OK	11.11	5
EMS	2.22	1
EG	6.67	3
EGS	6.67	3
CL	73.33	33
	100	45

Esercizio 12		
	%	
OK	20.00	9
EG	40.00	18
EGS	40.00	18
	100	45

2003

Risultati per ogni esercizio e per ogni partecipante al test.

Sc	V. Mat.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
LS	64	Ok	Em	Ok	Cl	Ok	Ok	Cd	Ok	Ok	Ok	Ok	Ok
LS	76	Ok	Ok	Em	Cl	Ok	Eg	Cd	Eg	Ok	Ok	Em	Ok
Itis	70	Ok	Nr	Eg	Cl	Eg	Em	Cd	Nr	Nr	Nr	Nr	Nr
Ip	75	Ok	Eg	Eg	Cl	Eg	Ok	Cd	Ok	Eg	Em	Em	Egs
Ma	93	Nr	Nr	Nr	Cl	Eg	Nr	Cd	Em	Nr	Eg	Nr	Ok
LS	93	Ok	Ok	Em	Cl	El	Ok	Cd	Ok	Ok	Ok	Ok	Egs
LC	68	Ok	Nr	Eg	Cl	Ok	Eg	Eg	Ok	Ok	Ok	Em	Egs
LC	87	Eg	Nr	Egs	Cls	Eg	Eg	Eg	Ok	Ok	Em	Ok	Ok
Ma	100	Eg	Nr	Eg	Cl	Eg	Eg	Cd	Em	Em	Eg	Eg	Egs
LS	78	Ok	Ok	Em	Cl	R	Ok	Cd	Ok	Eg	Ok	Ok	Ok
Itis	100	Ok	Nr	Eg	Cls	R	Eg	Eg	Ok	Ok	Ok	Eg	Egs
Itis	95	Ok	Nr	Egs	Cls	R	Eg	Cd	Ok	Ok	Em	Ok	Em
Itis	97	Ok	Nr	Egs	Cls	R	Egs	Cd	Ok	Em	Eg	Em	Ok
Ra	100	Ok	Nr	Em	Ok	R	Ok	Cd	Ok	Ok	Eg	El	Em
LS	100	Ok	Ok	Ok	El	Ok	Ok	Cd	Ok	Ok	Ok	Ok	Ok
Ra	100	Ok	Nr	Eg	Cl	Ok	Ok	Cd	Ok	Ok	Ok	Eg	Egs
Ra	100	Ok	Nr	Eg	Cl	Eg	Egs	Cd	Ok	Ok	Em	Nr	Egs
Itis	96	Ok	Eg	Eg	Ok	Eg	Eg	Cd	Em	Ok	Ok	Ok	Egs
LS	69	Ok	Ok	Ok	El	Ok	Ok	Cd	Ok	Ok	Ok	Ok	Egs
LC	88	Eg	Eg	Eg	Cl	R	Ok	Cd	Ok	Ok	Ok	Ok	Em
LS	83	Ok	Ok	Eg	Ok	Ok	Ok	Cd	Ok	Ok	Ok	Dl	Ok
LC	92	Ok	Eg	Ok	Cl	Eg	Ok	Cd	Ok	Ok	Ok	Em	Egs
Ip	64	Ok	Nr	Nr	Cl	R	Ok	Eg	Nr	Ok	Nr	Eg	Egs
Ip	67	Ok	Nr	Nr	Eg	Eg	Nr	Nr	Nr	Ok	Nr	Ok	Egs
Ip	60	Ok	Nr	Nr	Cl	Eg	Eg	Cd	Nr	Ok	Eg	Ok	Egs
Itis	92	Eg	Nr	Eg	Cl	Nr	Nr	Cd	Nr	Nr	Eg	Em	Ok
LS	100	Ok	Eg	Ok	Egs	R	Ok	Cd	Ok	Ok	Ok	Ok	Ok
Na	62	Ok	Nr	Ok	Eg	R	Ok	Cd	Ok	Ok	Ok	Ok	Em
Ra	100	Ok	Nr	Ok	Eg	R	Ok	Cd	Ok	Ok	Nr	Eg	Egs
Ra	94	Ok	Nr	Egs	Eg	R	Ok	Cd	Ok	Ok	Eg	Ok	Egs
Ra	84	Ok	Nr	Ok	Eg	R	Ok	Cd	Ok	Ok	Nr	Eg	Egs
LS	95	Ok	Nr	Ok	Eg	R	Ok	Cd	Eg	Ok	Eg	Ok	Ok
Itis	60	Ok	Nr	Nr	Cl	R	Nr	Cd	Ok	Ok	Em	Eg	Egs
LS	80	Ok	Ok	Nr	Eg	R	Eg	Cd	Ok	Ok	Ok	Eg	Egs
Itis	87	Ok	Nr	Nr	Eg	Eg	Eg	Cd	Ok	Ok	Em	Em	Egs
LS	71	Ok	Ok	Eg	Ok	Ok	Ok	Cd	Ok	Ok	Em	Eg	Egs
LS	93	Ok	Ok	Em	Cl	Ok	Ok	Cd	Ok	Ok	Ok	Ok	Egs
Itis	60	Nr	Nr	Nr	Cl	Nr	Nr	Cd	Nr	Eg	Nr	Ok	Egs
LS	84	Ok	Nr	Eg	Eg	Ok	Ok	Cd	Ok	Ok	Em	Ok	Em
LS	75	Ok	Em	Eg	Cl	Eg	Ok	Cd	Ok	Ok	Em	Ok	Egs
Itis	100	Ok	Eg	Eg	Ok	Eg	Ok	Cd	Ok	Ok	Em	Ok	Ok
LS	68	Ok	Ok	Ok	Eg	Ok	Ok	Cd	Ok	Ok	Ok	Ok	Ok
Itis	96	Egs	Ok	Egs	Cl	Egs	Eg	Cd	Ok	Ok	Ok	Em	Ok
LS	64	Ok	Nr	Eg	Eg	R	Ok	Cd	Ok	Ok	Em	Eg	Eg
Na	100	Eg	Nr	Eg	Ok	Eg	Eg	Cd	Ok	Ok	Em	Eg	Ok
Na	95	Eg	Nr	Eg	Cl	Eg	Eg	Cd	Ok	Ok	Em	Eg	Ok
LS	100	Ok	Eg	Eg	Eg	R	Ok	Cd	Em	Ok	Ok	Ok	Egs
LS	90	Ok	Ok	Ok	Cl	Ok	Ok	Cd	Ok	Ok	Ok	Ok	Egs
LS	73	Ok	Ok	Ok	Em	Ok	Eg	Cd	Ok	Em	Em	Dl	Ok
LS	70	Ok	Ok	Eg	Cl	Ok	Ok	Cd	Ok	Ok	Em	Ok	Egs

2003

Risposte, per ogni singolo esercizio, suddivise in base alla loro valutazione.

Esercizio 1		
	%	
OK	80.65	50
EG	11.29	7
NR	4.84	3
EGS	3.23	2
	100	62

Esercizio 2		
	%	
OK	33.87	21
EM	3.23	2
EG	11.29	7
NR	51.61	32
	100	62

Esercizio 3		
	%	
OK	27.42	17
EM	11.29	7
EG	37.10	23
NR	14.52	9
EGS	9.68	6
	100	62

Esercizio 4		
	%	
OK	17.74	11
EL	3.23	2
EM	1.61	1
EG	20.97	13
EGS	1.61	1
CL	48.39	30
CLS	6.45	4
	100	62

Esercizio 5		
	%	
OK	27.42	17
EL	1.61	1
EG	33.87	21
NR	3.23	2
R	27.42	17
EGS	6.45	4
	100	62

Esercizio 6		
	%	
OK	58.06	36
EM	3.23	2
EG	24.19	15
NR	11.29	7
EGS	3.23	2
	100	62

Esercizio 7		
	%	
EG	6.45	4
NR	1.61	1
CD	91.94	57
	100	62

Esercizio 8		
	%	
OK	77.42	48
EM	6.45	4
EG	3.23	2
NR	12.90	8
	100	62

Esercizio 9		
	%	
OK	80.65	50
EM	8.06	5
EG	4.84	3
NR	6.45	4
	100	62

Esercizio 10		
	%	
OK	46.77	29
EM	24.19	15
EG	14.52	9
NR	12.90	8
EGS	1.61	1
	100	62

Esercizio 11		
	%	
OK	53.23	33
EL	1.61	1
EM	12.90	8
EG	22.58	14
NR	4.84	3
DL	4.84	3
	100	62

Esercizio 12		
	%	
OK	35.48	22
EM	11.29	7
EG	3.23	2
NR	1.61	1
EGS	48.39	30
	100	62

Per definire un indice in grado di esprimere il successo con cui è stato affrontato il test abbiamo pensato di assegnare dei valori ad ogni risposta data sommando i quali abbiamo ottenuto un indice di performance dei singoli partecipanti al test.

Più precisamente abbiamo utilizzato la seguente corrispondenza

OK	Corretto	4
EL	Errore Lieve	3
EM	Errore Medio	2
EMS	Errore Medio Semantico	1
EG	Errore grave	0
NR	Non Risponde	0
CD	Contratto Didattico	0
R	Radici	0
EGS	Errore Grave Semantico	-1
DL	Definizione di Logaritmo	-1
CL	Connettivi Logici	-1
CLS	Connettivi Logici (Semantica)	-2

Sono stati ottenuti i seguenti risultati

I punteggi del 1999

44	100	Ls
43	96	Ls
43	95	Ls
41	86	Ls
41	76	Ls
39	100	Ls
39	98	Ls
39	80	Ls
37	68	Ls
36	66	Ls
34	85	Ls
33	77	Ls
33	76	Ls
33	61	Ls
31	97	Ls
31	82	Ls
30	97	Itis
30	80	Ls
29	95	Ls
29	90	Ma
29	82	Ls
29	78	Ls
28	100	Itis
28	84	Ls
28	72	Ma
27	62	Ls
27	60	Ls
26	80	Ls
25	100	Na
25	78	Ls
24	100	Itg
24	71	Ls
24	70	Itg
24	68	Ls
23	62	Ls
22	98	Ma
21	90	Itg
21	90	Itg
19	94	Itg
18	84	Lc
18	62	Ls
10	69	Itis
9	82	Itis
6	86	Ipsia
1	81	Na

I punteggi del 2003

43	100	Ls
42	97	Ls
40	68	Ls
39	84	Ls
38	69	Ls
37	64	Ls
35	83	Ls
35	73	Ls
34	90	Ls
32	93	Ls
31	100	Ls
31	100	Ls
31	98	Ls
31	93	Ls
30	100	Itis
30	100	Ls
30	62	Na
29	78	Ls
29	73	Ls
29	71	Ls
28	86	Ls
28	84	Ls
28	70	Ls
27	100	RAG
27	76	Ls
26	100	Ls
24	95	Ls
24	92	LC
22	100	Ra
22	75	Ls
21	100	Ls
21	100	Ls
21	96	Itis
21	88	LC
20	68	LC
19	100	Ra
19	84	Ra
19	80	Ls
18	100	Na
18	96	Itis
18	94	Ra
18	64	Ls
17	95	Itis
17	70	Ls
15	87	Itis
15	87	LC
14	75	Ipsia
13	100	Itis
13	95	Na
12	97	Itis
12	60	Itis
11	100	Ra
11	67	Ipsia
10	64	Ipsia
10	60	Ipsia
7	60	Na
5	93	Ma
5	92	Itis
5	70	Itis
2	100	Ma
2	70	Itis
2	60	Itis

Tra gli esercizi proposti nei due test (del 1999 e del 2003) possiamo individuare coppie di esercizi identici o ben confrontabili che elenchiamo nella seguente tabella.

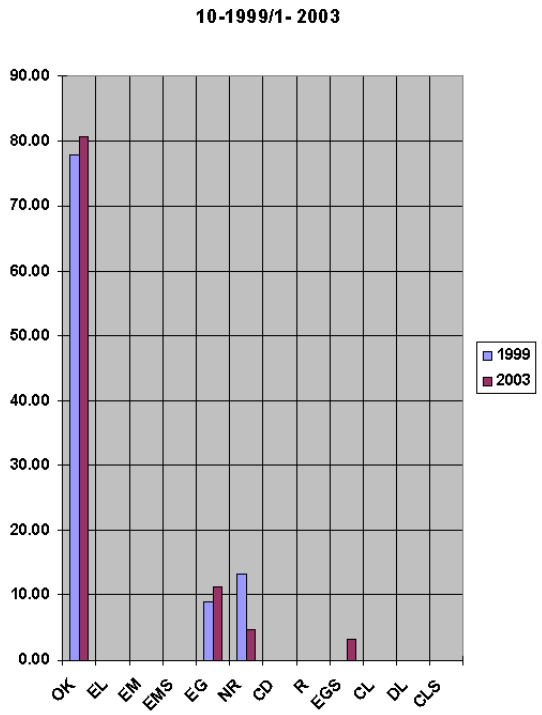
10/1999	-	1 /2003	Annullamento del prodotto
5 /1999	-	10/2003	Trigonometria Elementare
6 /1999	-	11/2003	Proprietà dei logaritmi
12/1999	-	12/2003	Definizione di radice
1 /1999	-	9 /2003	Scomposizione di polinomi
7 /1999	-	5 /2003	Equazioni di 2° grado
11/1999	-	4 /2003	Logica elementare
9 /1999	-	3 /2003	Disequazioni elementari

Possiamo stimare la bontà delle risposte considerando, per ogni esercizio, la percentuale di risposte corrette o con errori lievi.

I risultati sono raccolti nella seguente tabella.

Argomento	**1999**	**2003**
Annullamento del prodotto	77.78	80.65
Trigonometria Elementare	55.55	46.77
Proprietà dei logaritmi	80.00	54.84
Definizione di radice	20.00	35.48
Scomposizione di polinomi	77.77	80.05
Equazioni di 2° grado	40.00	29.03
Logica elementare	11.11	20.97
Disequazioni elementari	31.11	27.42

I risultati del confronto sono riportati di seguito in forma grafica.



(10) Risolvere l'equazione

$$(x-1)(x-2)(x-1/3)=0$$

(1) Risolvere l'equazione

$$(x^2+1)(x^2-1)(x+2)=0$$

Si evidenzia un problema semantico.

Le risposte corrette sono circa l'80% nel 2003contro circa il 78% del 1999.

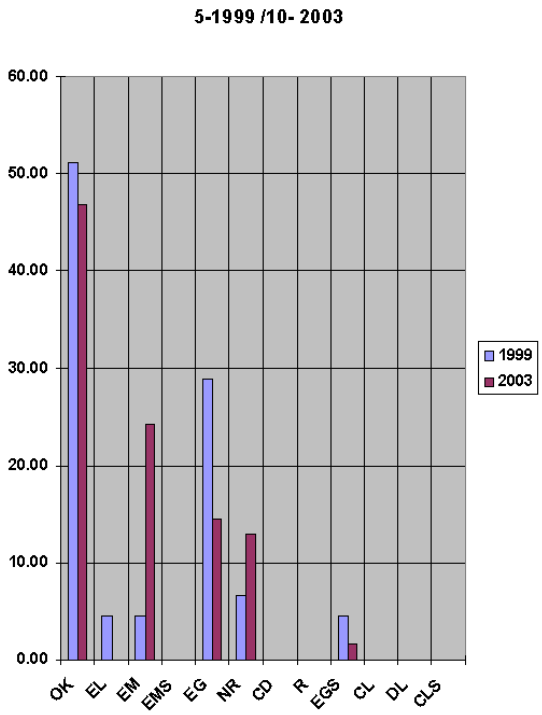
È aumentato il numero degli studenti che hanno svolto correttamente l'esercizio, tuttavia nel 2003 si nota un aumento tra coloro che compiono errori gravi, particolarmente di tipo semantico.

Tale aumento è in parte anche dovuto al fatto che per svolgere l'esercizio (1) del 2003 occorre risolvere $x^2+1=0$.

Il fatto che x^2+1 non può annullarsi mai essendo somma di quantità positiva (di cui una strettamente), non è rilevato dagli studenti che preferiscono affidarsi a meccanismi del tipo:

si porta di là e si estrae la radice

applicati in maniera del tutto acritica fino ad accettare come soluzioni anche $\pm\sqrt{-1}$ senza minimamente porsi il problema di stabilire se siano richieste soluzioni complesse o solo reali.



(5) Calcolare
  (a) $\sin(\pi/3) =$
  (b) $\sin(\pi/6) =$
  (c) $\cos(\pi/4) =$
  (d) $\sin(\pi/2) =$
  (e) $\sin(2\alpha) =$
  (f) $\cos^2\alpha - \sin^2\alpha =$

(10) Calcolare
  (a) • $\sin(\pi/3) =$
  (b) • $\sin(\pi/6) =$
  (c) • $\cos(\pi/4) =$
  (d) • $\sin(\pi/2) =$

Esprimere
  (a) • $\sin(2\alpha) =$
  (b) • $\cos^2\alpha - \sin^2\alpha =$

Risolvere l'equazione

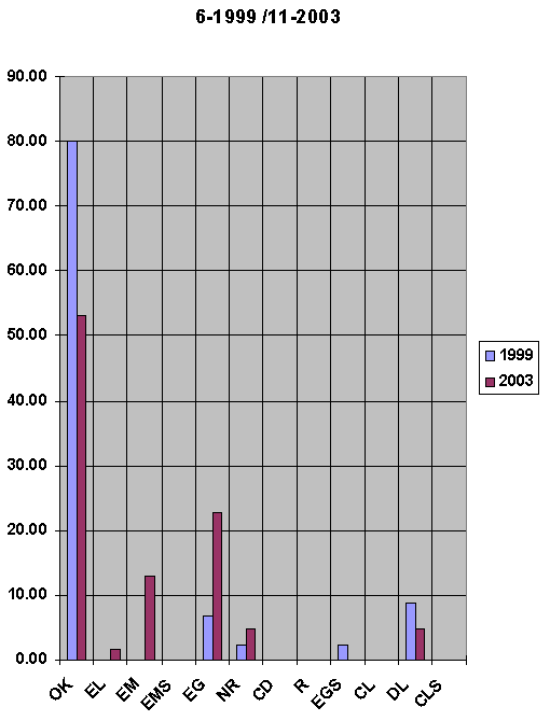
$$(x^2+1)(x^2-1)(x+2) = 0$$

Si evidenzia l'influenza della eterogeneità delle scuole di provenienza.

La percentuale di risposte esatte, già bassa nel 1999, circa il 51%, diminuisce nel 2003, circa il 48%.

In generale aumentano gli errori, ma è particolarmente indicativo il raddoppio del numero di studenti che non risolvono l'esercizio.

Il dato ci pare una chiara conseguenza del fatto che la popolazione di iscritti al primo anno è molto più eterogenea e che sono presenti percentuali significative di studenti che non hanno mai avuto occasione di studiare in maniera adeguata, e a volte non hanno mai incontrato argomenti di trigonometria.



(6) Identificare le affermazioni vere e quelle false

(a) $\log_2 4 = \log_3 9$ ◯ VERA ◯ FALSA

(b) $\log_a c = b \iff b = e^a$ ◯ VERA ◯FALSA

(c) $\log_2(a+b) = \log_2(a)+\log_2(b)$ ◯ VERA ◯ FALSA

(11) Identificare le affermazioni vere e quelle false

(a) • $\log_2 4 = \log_3 9$ ◯ VERA ◯ FALSA

(b) • $\log_a c = b \iff b = e^a$ ◯ VERA ◯FALSA

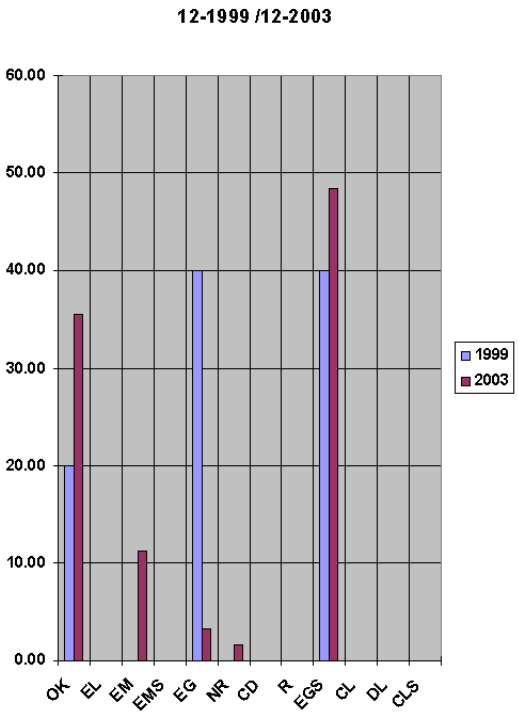
(c) • $\log_2(a + b) = \log_2(a) + \log_2(b)$ ◯ VERA ◯ FALSA

Anche per quanto riguarda i logaritmi la situazione del 2003 è nettamente peggiore.

Si passa da ll'80% di risposte esatte del 1999 ad un 55% di studenti che rispondono correttamente ed aumentano di pari passo gli errori di quasi tutte le tipologie.

Dall'analisi delle soluzioni si si riscontra che molti studenti non hanno chiara neppure la definizione di logaritmo mentre la maggioranza ignora le sue principali proprietà.

Anche questo potrebbe dipendere dall'aumentata eterogeneità delle scuole di provenienza..



(12) Stabilire se ognuna delle seguenti affermazioni è vera o falsa

(a) $\sqrt{a^2} = \pm a$ ◯ VERA ◯ FALSA

(b) $\sqrt{a^2} = |a|$ ◯ VERA ◯ FALSA

(c) $\sqrt{a^2} = a$ ◯ VERA ◯ FALSA

(12) Stabilire per ognuna delle seguenti affermazioni è vera o falsa per ogni a

(a) • $\sqrt{a^2} = \pm a$ ◯ VERA ◯ FALSA

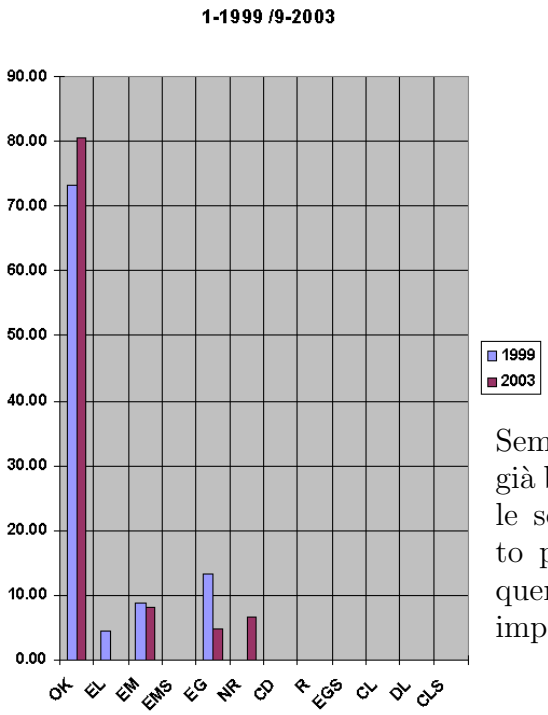
(b) • $\sqrt{a^2} = |a|$ ◯ VERA ◯ FALSA

(c) • $\sqrt{a^2} = a$ ◯ VERA ◯ FALSA

È possibile notare un miglioramento: la percentuale di risposte corrette, 20% nel 1999, passa a 35% nel 2003.

È chiaro tuttavia che la parte di studenti che risolve correttamente l'esercizio è decisamente insufficiente.

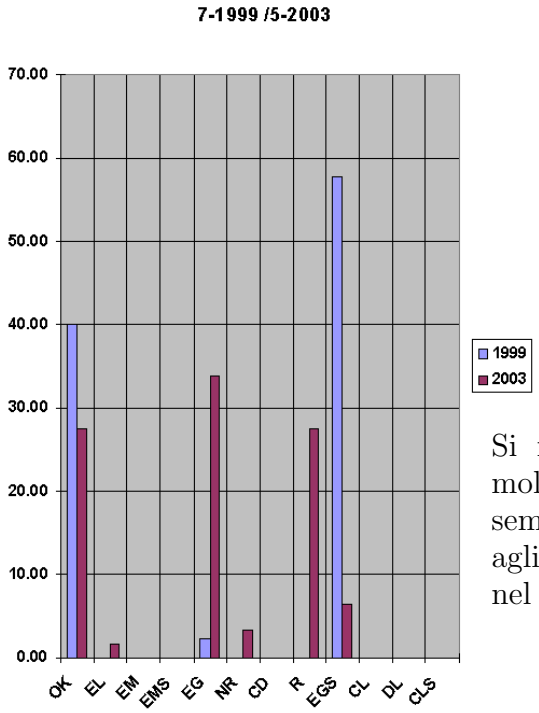
Si nota un aumento degli errori di tipo semantico: svengono individuate come corrette sia la risposta (a) che la (c); nuovamente ci si trova di fronte ad un aumento delle problematiche relative alla semantica



(1) Indicare a fianco di ogni polinomio la sua scomposizione
  (a) $(a^2 - b^2) =$
  (b) $(a^4 - b^4) =$
  (c) $(ab - b^2) =$

(9) Indicare a fianco di ogni polinomio la sua scomposizione
  (a) • $a^2 - b^2 =$
  (b) • $a^4 - b^4 =$
  (c) • $ab - b^2 =$

Sembra migliorare, nel 2003, il già buon livello di conoscenza delle scomposizioni anche se all'atto pratico durante i corsi è frequente riscontrare incertezze ed imprecisioni.



(7) Risolvere le seguenti equazioni
  (a) $x^2 - 5x + 6 = 0$
  (b) $a^2 + 3ab + b^2 = 0$
  (c) $a^2 + 3ab = -b^2$

(5) Risolvere le seguenti equazioni

$$x^2 + 1 = 0$$

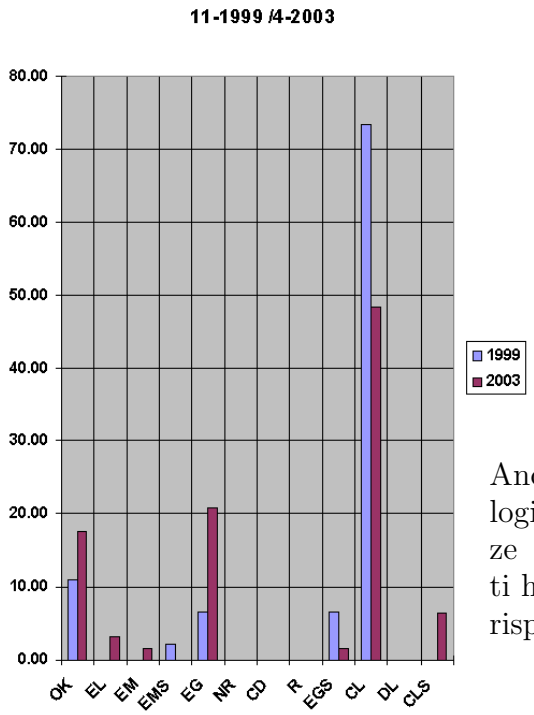
$$x^2 - 3 = 1$$

$$x^3 - 1 = 0$$

$$x^3 + 6x^2 = 7$$

Sapendo che $x = 1$ è soluzione

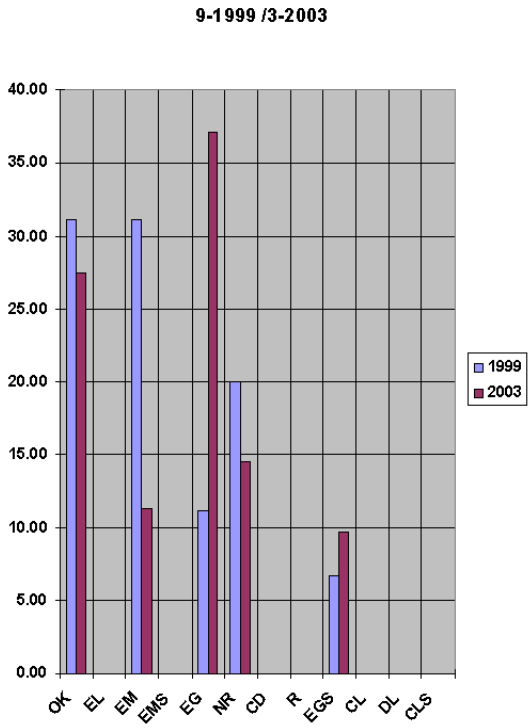
Si nota subito una percentuale molto alta di errori gravi di tipo semantico nel 1999; è da imputare agli esercizi (b) e (c) che mancano nel 2003



(11) Se $x^2 > 9$ allora
  (a) $x > 3$ e $x < -3$ ◯ VERA ◯ FALSA
  (b) $x > 3$ oppure $x < -3$ ◯ VERA ◯ FALSA
  (c) $|x| > 3$ ◯ VERA ◯ FALSA

(4) Se $x^2 > 9$ allora
  (a) • $x > 3$ e $x < -3$ ◯ VERA ◯ FALSA
  (b) • $x > 3$ oppure $x < -3$ ◯ VERA ◯ FALSA
  (c) • $|x| > 3$ ◯ VERA ◯ FALSA

Anche lavorare con i connettivi logici mette in evidenza le carenze di semantica: molti studenti hanno considerato esatte sia la risposta (a) che la risposta(c)



(9) Risolvere la disequazione $\frac{a}{b} > 0$

(3) Risolvere la disequazione

$$\frac{3}{x-4} \geq x$$

5. Qualche commento

Esaminando i risultati dei test risulta che la semantica sembra essere un problema rilevante; negli studenti si nota una carenza di capacità critica e sembra che la principale preoccupazione sia acquisire e riprodurre procedure senza conoscerne nè il senso nè il fine.

Capire il significato dei simboli usati è generalmente trascurato, nonostante sia facile riscontrare una certa disposizione ad applicarsi nello studio.

Riassumendo: pare che gli studenti stiano evolvendo verso una popolazione di volonterosi esecutori piuttosto che di pensatori.

Sebbene i test forniscano tutta una serie di riscontri oggettivi sulle capacità degli studenti, ci sembra importante riportare alcune considerazioni che si fondano sul contatto quotidiano con gli studenti.

Negli anni il bagaglio di capacità e di conoscenze si è dimostrato in continua evoluzione ed è naturale cercare di leggere in tali cambiamenti i profondi mutamenti, spesso assimilabili a vera e propria degenerazione della scuola media superiore.

Certo è che nel tempo si può osservare una tendenza costante verso un impoverimento del bagaglio di nozioni di base ed una crescente propensione a ritenere di dover risolvere i problemi non in maniera corretta ma in modo da compiacere che è designato a giudicare della loro correttezza.

Questa tendenza pare estesa a tutte le tipologie di studenti: dai più diligenti ai meno motivati da quelli provenienti di consolidata tradizione a quelli che hanno seguito percorsi scolastici meno impegnativi.

Tutto questo potrebbe essere motivato da una profonda sfiducia nell'istituzione scolastica che induce anche chi ha avuto qualche esperienza positiva a non sperare di poterla ripetere e quindi ad adeguarsi a quello che è ritenuto l'andamento generale.

6. Una breve presentazione delle iniziative messe in atto

È evidente che i risultati ottenuti mostrano quanto sia indispensabile fornire e consolidare i prerequisiti che un tempo facevano parte del bagaglio di conoscenze che, seppur in diverso grado, ogni immatricolato possedeva.

Si deve poi tenere presente che il corso di laurea ha scelto, tra i primi, di utilizzare una suddivisione della didattica su base semestrale e quadrimestrale nel tentativo di favorire, con un ritmo più serrato ma meno pesante, un avanzamento regolare negli studi.

Se i vantaggi di questa scelta si sono concretizzati nel tempo producendo effetti sullo svolgimento degli studi nei tempi nominali, tra le contropartite deve però essere considerata la difficoltà di affrontare lo studio e superare gli esami delle singole materie con scadenze molto ravvicinate; ne consegue una drastica riduzione del tempo a disposizione per assimilare ed interiorizzare i concetti più fini e profondi.

Tra i difetti di preparazione più difficili da eliminare possiamo evidenziare i problemi di linguaggio, di comprensione dei testi e di espressione verbale e scritta, problemi che sono comuni a buona parte degli immatricolati e la cui incidenza diventa sempre maggiore e che dovrebbero essere affrontati in sedi e tempi precedenti a quelli dei corsi universitari.

Negli anni sono stati sperimentati con un certo successo diversi accorgimenti tesi a correggere errori di impostazione dello studio:

- L'introduzione di prove scritte frequenti: prima con cadenza bisettimanale e successivamente con cadenza settimanale.
- L'introduzione di esercitazioni guidate in preparazione alle prove scritte
- L'introduzione di una attività di tutoraggio

Le frequenti esercitazioni scritte, valide per l'esonero dalla prova scritta finale, hanno fin da subito conseguito il non trascurabile risultato di indurre gli allievi ad uno studio più continuo e non limitato ad un faticoso e poco produttivo rush finale.

Le esercitazioni guidate hanno permesso, attraverso un continuo contatto con gli studenti, di evidenziare le carenze, sempre più diffuse con il passare degli anni, consentendo il tracciamento di una mappa dei punti critici della preparazione di base.

L'introduzione del tutoraggio infine, ha prodotto una stretta attività di monitoraggio di ciascuno degli studenti, nella sua singolarità ed ha permesso di raccogliere materiale utile alla progettazione di interventi didattici mirati a rimuovere le difficoltà nell'apprendimento .

6.1. **Le esercitazioni scritte.** Gran parte dei problemi collegati all'apprendimento è legata al fatto che, mediamente, lo studente tende a concentrare il suo impegno nello studio della materia nei tempi immediatamente precedenti le date di esame.

Così facendo, dopo poche lezioni, lo studente perde il contatto con quanto viene proposto nel corso e diminuisce in maniera consistente la resa del tempo speso per seguire le lezioni.

In molti casi i concetti trattati necessitano di qualche tempo e qualche riflessione per essere assimilati ed interiorizzati e questo tempo non è certo disponibile nell'imminenza della prova d'esame; non è quindi infrequente verificare che la preparazione così condotta tende a sorvolare su argomenti e particolari con la speranza di non incontrarli nelle prove d'esame.

Inoltre una preparazione concentrata in un breve lasso di tempo ha, normalmente, una volatilità più alta ed incide meno profondamente sul patrimonio culturale dello studente.

Per cercare di ovviare a questo problema si è pensato di guidare lo studente attraverso un percorso di studio graduale e costante, cadenzato da prove scritte frequenti ed in grado di coprire tutti gli argomenti trattati.

Il lavoro richiesto è in questo caso molto, sia per lo studente che per il docente, ma garantisce un minimo di impegno su ogni parte del corso ed un costante aggiornamento delle proprie conoscenze. Poichè non sempre è facile comprendere l'utilità di qualcosa che costa fatica, lo studente è stimolato a partecipare alle prove parziali scritte dalla possibilità di essere esonerato dalla prova scritta d'esame nel caso tutte le prove parziali siano "sufficienti".

Abbiamo scritto "sufficienti" in quanto il livello richiesto per raggiungere tale qualifica è in realtà più basso di quello che è d'uso considerare, tuttavia questo ci pare corretto in quanto la frequenza delle prove è molto alta (1 alla settimana) ed è comprensibile che su qualche prova si verifichino cedimenti anche per studenti ben preparati.

Alternativamente si sarebbe potuto, ed in anni precedenti si è fatto, considerare sufficiente il risultato ottenuto dopo aver scartato i risultati di una o più prove, tuttavia abbiamo preferito seguire la strada descritta proprio per sottolineare l'importanza di una preparazione che si estenda a tutti gli argomenti proposti.

Un ultimo accorgimento per rimediare ad assenze forzate o a incidenti di percorso consiste nella possibilità di recuperare a fine corso tutte quelle prove parziali scritte che siano risultate non "sufficienti".

6.2. **Le esercitazioni guidate ed il tutoraggio.** L'introduzione di prove scritte molto frequenti rende di fatto difficile l'organizzazione di un lavoro personale basato sulle esperienze del solo studente. Non rimane, in altre parole, il tempo per dedicarsi al lavoro, peraltro molto proficuo, di ricerca delle proprie soluzioni agli esercizi proposti con il solo ausilio di se stessi. Nè si può pensare di sostituire il lavoro personale con la semplice esposizione frontale di metodi di soluzione preconfezionati.

Il contratto didattico che si stabilisce in tali esercitazioni è quello di una "mutua collaborazione" nella costruzione del sapere, e nell'applicazione delle possibili strategie risolutive.

Esse avvengono con frequenza settimanale ed hanno la seguente struttura: in prima istanza vengono proposti agli studenti esercizi significativi sull'argomento della successiva prova scritta, scrivendone il testo alla lavagna.

A questo punto gli studenti hanno a loro disposizione un po' di tempo affinche da soli, o in piccoli gruppi elaborino una strategia di soluzione e comincino ad applicarla. Durante questa fase l'esercitatore stabilisce un contatto con i singoli gruppi e, in caso di necessità, (ad esempio perchè richiesto dagli stessi studenti) si sofferma a discutere delle difficoltà incontrate e scambia opinioni con gli studenti sulle strategie da adottare e sugli errori da evitare.

Il passo successivo è quello di far partecipe l'aula delle diverse strategie seguite dai vari gruppi in modo che sia le tecniche corrette sia la consapevolezza degli errori riscontrati diventino patrimonio di tutti; si dà vita poi ad una discussione durante la quale la validità delle strategie viene valutata.

La fase finale, di ricapitolazione prevede la presentazione di una o più soluzioni corrette del problema.

In questo modo si raggiungono diversi significativi obiettivi:

- innanzi tutto,mediante una attenta scelta dei problemi proposti si possono condurre gli studenti a focalizzare, da subito,l'attenzione sui punti critici dell'argomento in discussione,
- in secondo luogo è possibile individuare se idee e concetti sono stati trasmessi o recepiti in maniera sbagliata durante le lezioni,
- si stimola il lavoro individuale e l'elaborazione di vie personali di soluzione,
- si mostra a chi ha fatto una scelta sbagliata come proseguire nel proprio ragionamento non permetta di concludere; questo da' allo studente la possibilità di esperire più tentativi senza dover perdere troppo tempo.
- si riscontrano e si cercano di correggere errori e difficoltà.