La Matematica che c'è

ma non si vede

8-10 Giugno 2000

La Matematica
delle
Api

Maurice Polydore-Marie-Bernard Maeterlinck
(1862 -1949)

Fu un poeta e drammaturgo simbolista Belga che vinse nel 1911 il premio Nobel per la letteratura.

Uno dei suoi hobbies fu l'apicoltura e pubblicò nel 1901 un saggio sulla vita delle api (La vie des abeilles) , seguito nel 1907, 1926 e 1930 da altri tre lavori sull'intelligenza dei fiori e la vita delle termiti e delle formiche (L'intelligence des fleurs, La vie des termites, La vie des fourmis)

Nel suo saggio Maeterlinck descrive le abitudini delle api e richiama il lavoro fatto da numerosi matematici a seguito di una questione posta da Réaumur riguardo al modo con cui sono costruite le cellette degli alveari.

Dice Maeterlinck:

Come è noto le api costruiscono quattro tipi di cellette.

Prima di tutto le celle reali, eccezionali, che assomigliano alle ghiande della quercia; poi le grandi celle destinate ad allevare i maschi e ad accogliere le provviste dei periodi di fioritura sovrabbondante, e le cellette che fanno da culla alle operaie e da deposito ordinario, disposte in genere sugli otto decimi circa della superficie edificata dell'alveare.

Infine, per raccordare con ordine le grandi e le piccole celle, ne costruiscono una certa quantità di transizione.

Se si tralascia l'irregolarità di queste ultime, le celle del secondo e del terzo tipo presentano dimensioni calcolate con tale precisione, che quando si stava stabilendo il sistema metrico decimale, e si cercava in natura una misura fissa come punto di partenza e incontestabile prototipo, Réaumur propose l'alveolo delle api.

Ognuno di tali alveoli è costituito da un esagono posato su una base piramidale, ed ogni favo è formato da due facce intessute di tali tubi esagonali, fronteggiantesi sulle basi secondo un disegno tale per cui ciascuna delle terne di rombi o losanghe costituenti la base piramidale della cella del lato rovescio del favo venga a fornire la base, sempre piramidale, di tre celle del lato opposto.

È cosa risaputa dai geometri –dice il dottor Reid, – che vi sono soltanto tre tipi di figure che consentono di suddividere una superficie in piccole parti equivalenti, di forma regolare, ugual grandezza, senza interstizi.

Si tratta del triangolo equilatero, del quadrato e dell'esagono regolare per il quale, per quel che riguarda la costruzione delle celle, batte le altre due figure quanto a comodità e resistenza.

Ed ecco che le api adottano proprio la forma esagonale, come se ne comprendessero i vantaggi. Lo stesso vale per il fondo delle cellette. Esso si compone di tre piani confluenti in un punto, ed è stato dimostrato che questo modo di costruire consente la realizzazione di considerevoli economie per ciò che riguarda lo sforzo lavorativo ed il materiale.

Restava da scoprire quale angolo di inclinazione dei piani corrispondesse al massimo di economia. È un problema di alta matematica, risolto da alcuni studiosi, e tra gli altri da McLaurin, la cui proposta di soluzione si può trovare nei resoconti della Società Reale di Londra. L'angolo determinato in base a tali calcoli corrisponde a quello che si trova misurando il fondo delle cellette.

Non credo naturalmente che le api si dedichino a simili complesse operazioni di calcolo, ma nemmeno penso che bastino il caso o la pura forza delle cose a creare risultati così stupefacenti.

Identico ad esempio era il problema per le vespe, che come le api costruiscono favi a celle esagonali, ma in modo assai meno ingegnoso.

I loro favi non possiedono che uno strato di celle, e mancano di quel fondo comune che serve contemporaneamente ai due strati contrapposti del favo delle api. Da ciò una minor solidità, maggior perdita di tempo e irregolarità spreco di materia e spazio: un quarto dello sforzo ed un terzo dello spazio necessari in più.

Allo stesso modo le trigone e le melipone, vere e proprie api domestiche, ma ad un più basso gradino evolutivo, costruiscono le loro cellette per l'allevamento su una sola fila, e mettono i loro favi in orizzontale, appoggiandoli sovrapposti su colonne di cera informi e dispendiose.

Quanto alle loro celle magazzino, sono grandi otri affastellati alla rinfusa, e laddove sarebbe possibile farle intersecare, ottenendo lo stesso risparmio di sostanza e spazio di cui usufruiscono le nostre api, le melipone, senza sospettare tale possibilità di economia, inseriscono in modo maldestro delle celle a pareti piane tra le sfere delle cellette.

Nello stesso modo, quando si fa il confronto tra i loro nidi e le città matematizzate delle nostre api, è come se si osservasse una borgata di capanne primitive di fronte a una di quelle implacabilmente regolari città che sono il frutto, magari sgraziato ma coerente, del genio dell'uomo, che più aspramente di una volta è in lotta col tempo, lo spazio e la materia.

Réaumur aveva posto il seguente quesito al famoso matematico Koenig:

<<Determinare, fra tutte le celle esagonali a fondo piramidale a rombi uguali, quale potesse essere costruita col minimo di materiale.>>

Koenig decise che tale cella doveva avere il fondo fatto di tre rombi i cui angoli maggiori fossero di 109 gradi e 26 minuti, e quelli minori di 70 gradi e 34 minuti. Un altro studioso, il Maraldi, misurati con la maggior precisione possibile gli angoli dei rombi costruiti dalle api, scoprì che quelli maggiori erano di 109 gradi e 28 minuti e quelli minori di 70 e 32 minuti. Non v'era tra le due soluzioni che una diversità di due minuti. È probabile che l'errore, se ve n'è sia piuttosto da imputarsi a Maraldi che non alle api, non essendovi strumento in grado di misurare con precisione infallibile gli angoli delle cellette, mai definiti con sufficiente nettezza.

Un altro matematico cui era stato sottoposto il medesimo problema, Cramer, diede d'altronde una risposta che ancora più era vicina a quella delle api, vale a dire 109 gradi e 28 minuti e mezzo per gli angoli maggiori e 70 gradi e 31 minuti e mezzo per i minori.

McLaurin, correggendo Koenig, stabilisce 70 gradi e 32 minuti, e 109 gradi e 28 minuti. M.Lèon Lalanne, 109 gradi 28 minuti e 16 secondi, e 70 gradi e 31 minuti e 44 secondi. Si vedano su questa controversa questione:

- McLaurin Philos. Trans.of London, 1743;
- Brougham, Rech. anat. et exper. sur les alv. des ab.;
- Lalanne Note sur l'arch. des abeilles,

Le api mellifere costruiscono il loro favo disponendo su due strati contrapposti cellette a forma di prisma a sezione esagonale.

Le cellette si presentano come segue

Le cellette di ciascuno strato hanno il fondo in comune con le celle dell'altro strato.

Tuttavia il fondo di ciascuna cella non è piatto, ma bensì formato da tre rombi disposti in modo da formare una sorta di ''tetto di campanile''

Tale curiosa conformazione ha spinto più di uno studioso a chiedersi la ragione di tale scelta.

Altre specie di insetti costruiscono favi simili a quelli delle api, ma talvolta su un solo strato, talaltra di sezione non esagonale.

Più precisamente sono spontanee le seguenti domande:

- Quali vantaggi porta il fatto che le celle siano esagonali?

- Quali vantaggi porta il fatto che il fondo delle celle sia a forma di "tetto di campanile" ?

Cominciamo a considerare la prima questione

Quali vantaggi porta il fatto che le celle siano esagonali?

Possiamo intanto osservare che una forma poligonale, che possiamo supporre regolare per questioni di simmetria, ha indubbi vantaggi rispetto ad esempio ad una forma circolare.

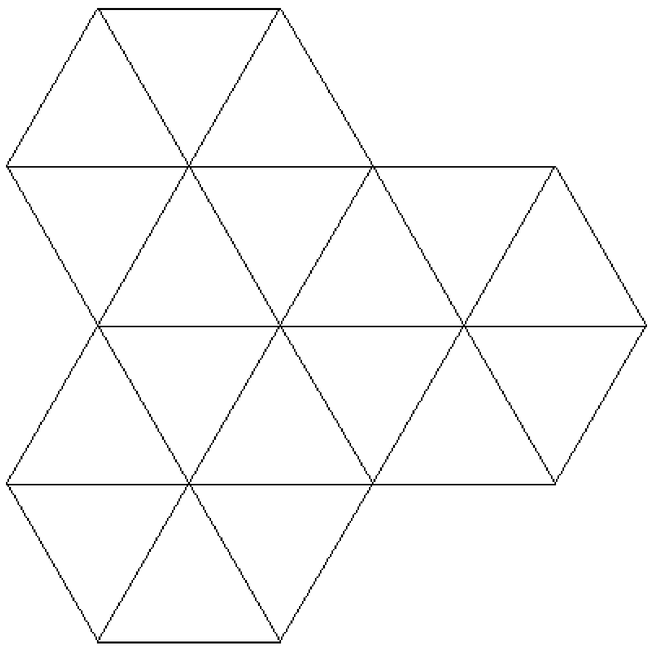
Infatti nel caso poligonale è lecito usare la stessa parete per due celle adiacenti.

Però non tutti i poligoni vanno bene, perchè non tutti i poligoni possono essere usati per ricoprire il piano senza lasciare spazi cioè per

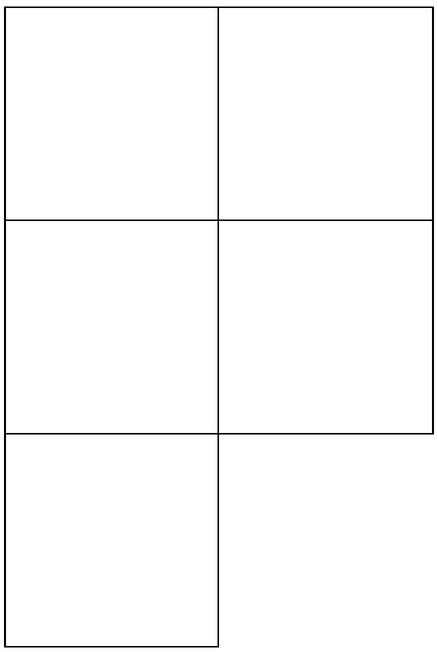
Tassellare il piano

Ci sono tre modi naturali per tassellare il piano

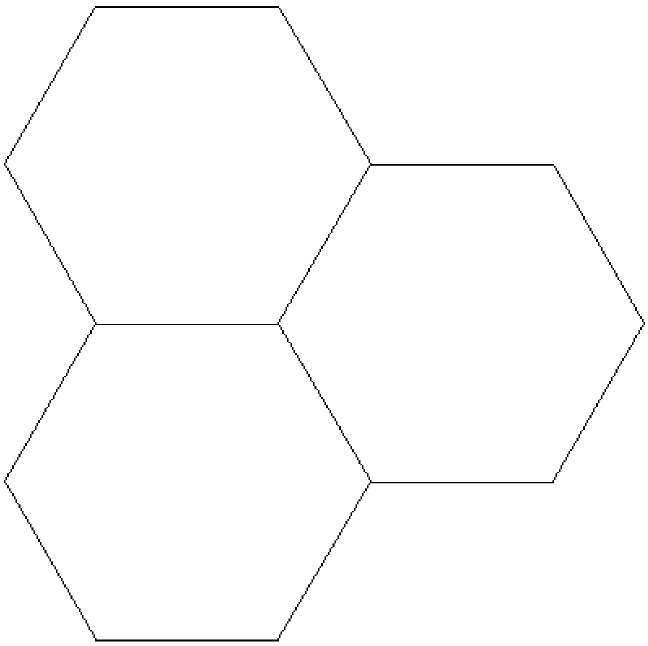
con TRIANGOLI



con QUADRATI



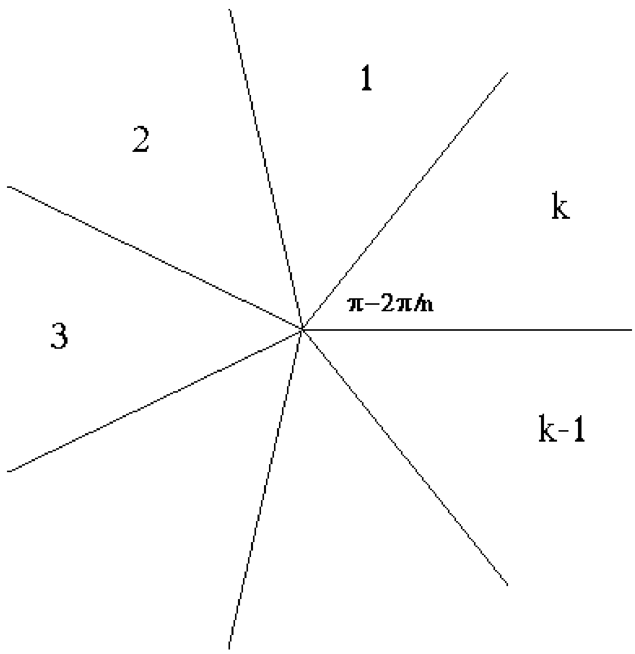
con ESAGONI



Ce ne sono altri?

si puo' dimostrare di no.

Sia P_n un poligono regolare di n lati

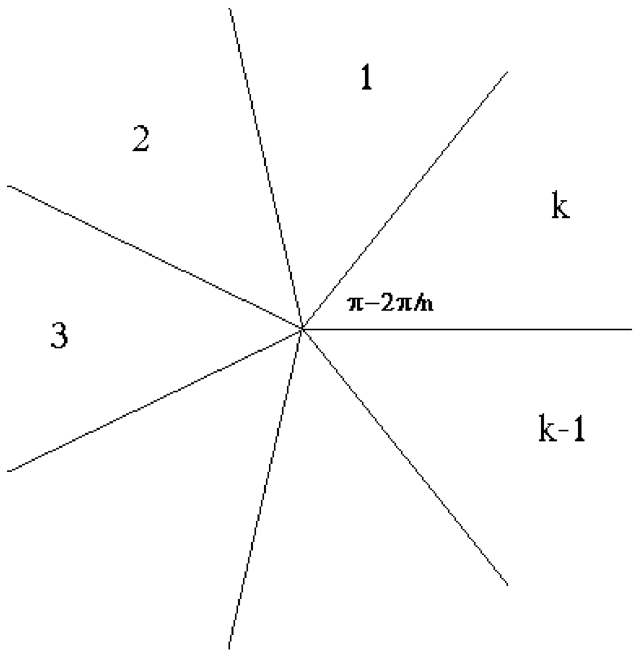


Per tassellare il piano con poligoni P_n occorre disporli in modo che k poligoni abbiano un vertice in comune

Nei tre casi citati prima

n	k
3	6
4	4
6	3

Chiaramente n e k sono legati tra loro da una relazione



Gli angoli interni di P_n valgono

$$\frac{n\pi - 2\pi}{n} = \pi \frac{n-2}{n}$$

Se k poligoni che hanno un vertice in comune l'angolo cda essi coperto dovrà essere 2π

Quindi

$$k\pi\frac{n-2}{n} = 2\pi$$

e

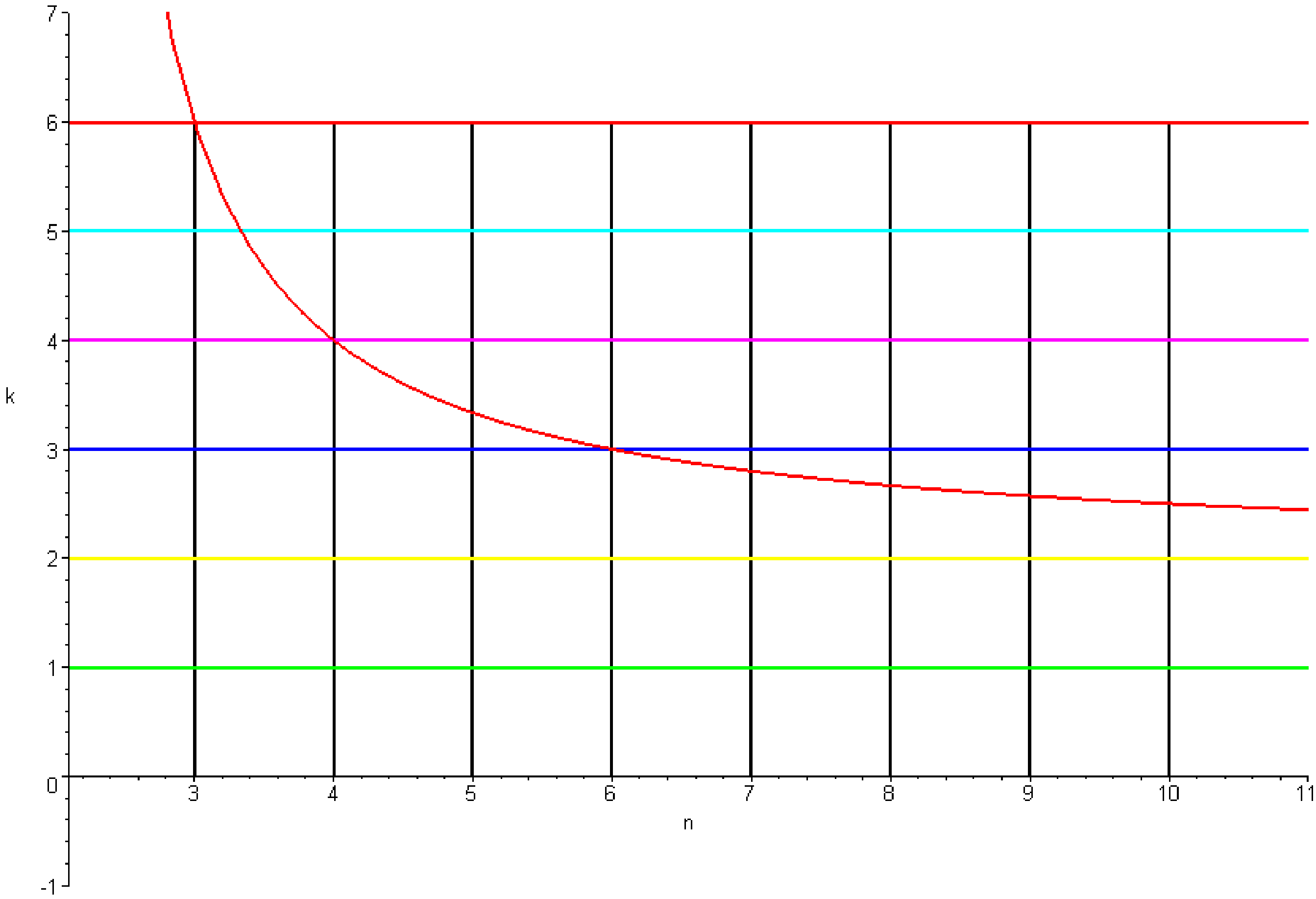
$$k = \frac{2n}{n-2}$$

Quindi per tassellare il piano con poligoni regolari P_n di n lati aventi vertici in comune a k a k occorre trovare soluzioni intere dell'equazione

$$k = \frac{2n}{n-2}$$

Di seguito è riportato il luogo dei punti del piano tali che

$$k = \frac{2n}{n-2}$$



Deve essere $k > 2$ perchè un poligono deve avere almeno 3 lati

inoltre se $k > 6$ allora

$$\frac{2n}{n-2} = k > 6$$

e

$$n < 3$$

Pertanto deve essere $2 < k \leq 6$ cioè

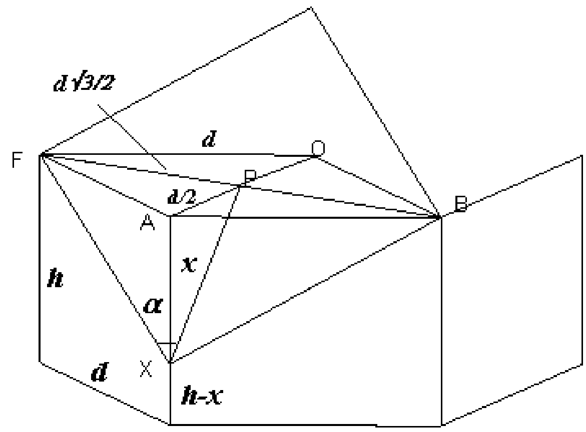
$$k = 3, 4, 5, 6$$

$3, 4, 6$ sono valori che conducono rispettivamente a $n = 6, 4, 3$, mentre $k = 5$ richiederebbe $n = \frac{10}{3}$ che non è intero.

Possiamo ora provare che la scelta dell'inclinazione con cui è costruito il "tetto" è la migliore per realizzare il massimo risparmio di cera.

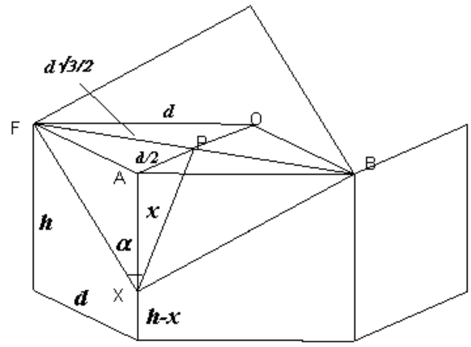
Le pareti di ciascuna delle cellette sono costituite da tre elementi ognuno dei quali è formato da due trapezi e da un rombo.

Per calcolare l'area di ognuno di tali elementi chiamiamo:



- x la lunghezza del segmento AX
- d la lunghezza del lato dell'esagono di base
- h l'altezza delle cellette

Possiamo calcolare

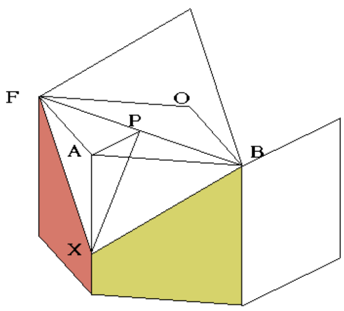


$$PX = \sqrt{x^2 + \frac{d^2}{4}} \tag{1}$$

$$BF = d\sqrt{3} \tag{2}$$

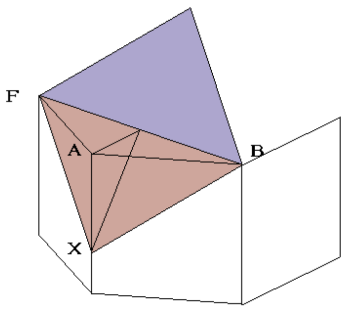
$$PF = d\frac{\sqrt{3}}{2} \tag{3}$$

L'area di ciascuno dei due trapezi è data da



$$\frac{h + h - x}{2}d \tag{4}$$

L'area del rombo è



$$2\frac{d\sqrt{3}}{2}\sqrt{x^2+\frac{d^2}{4}} \qquad (5)$$

L'area totale di ogni elemento è

$$\begin{aligned} a(x) = 2\frac{h+h-x}{2}d + 2\frac{d\sqrt{3}}{2}\sqrt{x^2+\frac{d^2}{4}} = \\ (2h-x)d + d\sqrt{3}\sqrt{x^2+\frac{d^2}{4}} = \\ 2hd - xd + d\sqrt{3}\sqrt{x^2+\frac{d^2}{4}} \quad (6) \end{aligned}$$

Poichè

$$2hd$$

è una quantità costante,

(dipende solo da h e d che sono fissati),

possiamo, per trovare il minimo di $a(x)$, limitarci a trovare il minimo di

$$b(x) = d\left(\sqrt{3}\sqrt{x^2 + \frac{d^2}{4}} - x\right) \qquad (7)$$

o meglio di

$$\frac{b(x)}{d} = \sqrt{3}\sqrt{x^2 + \frac{d^2}{4}} - x \qquad (8)$$

Dobbiamo in altre parole trovare il più piccolo tra quei valori y che possono essere assunti dall'espressione

$$\sqrt{3}\sqrt{x^2+\frac{d^2}{4}}-x \tag{9}$$

al variare di x.

È pertanto necessario trovare quei valori y per cui l'equazione

$$\sqrt{3}\sqrt{x^2+\frac{d^2}{4}}-x=y \tag{10}$$

ammette almeno una soluzione

Dovrà quindi essere

$$\begin{aligned}\sqrt{3}\sqrt{4x^2+d^2} &= 2(x+y) &(11)\\ 3(4x^2+d^2) &= 4(x^2+2xy+y^2) &(12)\\ 12x^2+3d^2 &= 4x^2+8xy+4y^2 &(13)\\ 8x^2-8xy+3d^2-4y^2 &= 0 &(14)\end{aligned}$$

Le soluzioni di 14 sono

$$x = \frac{4y \pm \sqrt{16y^2 - 24d^2 + 32y^2}}{8} = \\ = \frac{4y \pm \sqrt{48y^2 - 24d^2}}{8} = \quad (15)$$

Tali soluzioni sono reali se

$$48y^2 - 24d^2 \geq 0 \quad (16)$$

cioè se

$$y^2 \geq \frac{d^2}{2} \quad (17)$$

e la 17 è soddisfatta per valori esterni all'intervallo

$$\left(-\frac{d}{\sqrt{2}}, \frac{d}{\sqrt{2}}\right)$$

Ma y rappresenta un'area e pertanto deve essere positivo; quindi la 14 ammette soluzioni x in corrispondenza dei valori di

$$y \geq \frac{d}{\sqrt{2}}$$

tali che

$$y \in \left(\frac{d}{\sqrt{2}}, +\infty\right)$$

È quindi chiaro che il minimo valore di y è

$$y = \frac{d}{\sqrt{2}}$$

che corrisponde ad un valore di x dato da

$$x = \frac{4y \pm \sqrt{0}}{8} = \frac{y}{2} = \frac{d}{2\sqrt{2}} \tag{18}$$

In corrispondenza di tale valore di x si ha

$$AX = \frac{d\sqrt{2}}{4}$$

$$PX = \sqrt{\frac{d^2}{8} + \frac{d^2}{4}} = \sqrt{\frac{3}{8}} = \frac{d\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$$

$$PF = \frac{d\sqrt{3}}{2}$$

da cui

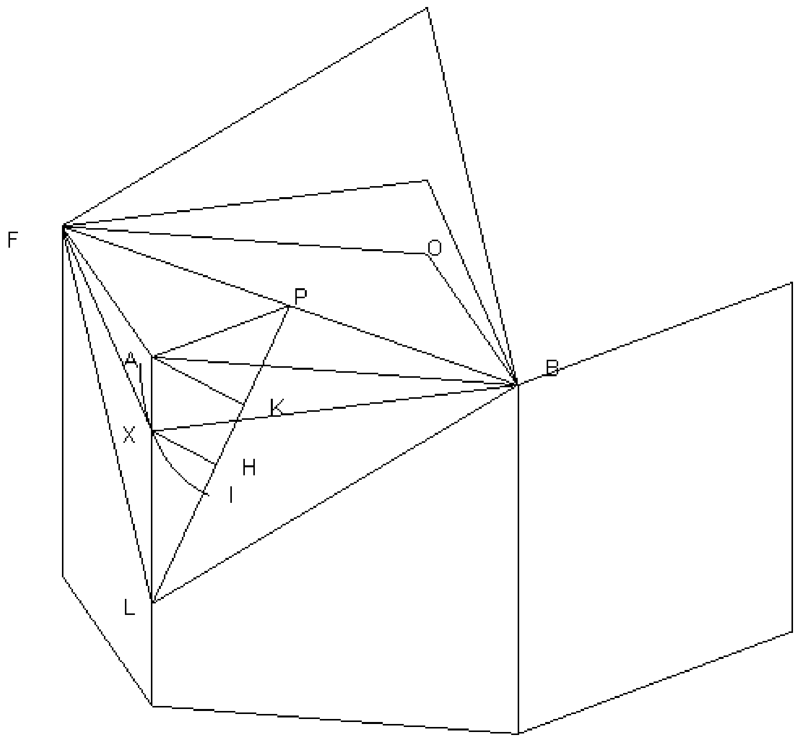
$$\mathrm{arctan}\, \alpha = \frac{PF}{PX} = \sqrt{2}$$

e quindi

$$\alpha = 109^o\ 28'\ 16.394''$$

La soluzione di McLaurin

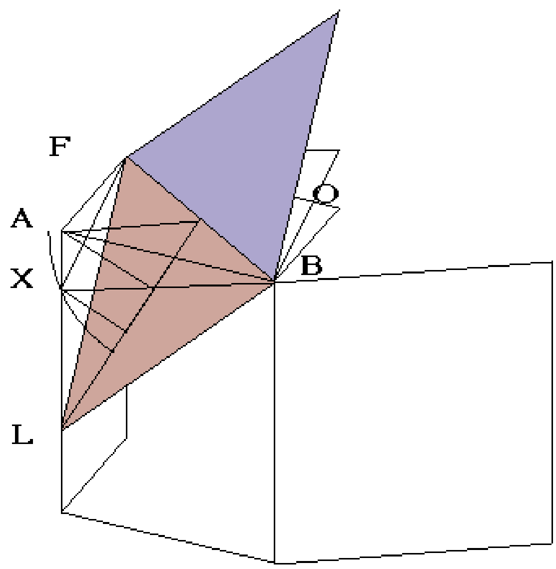
McLaurin risolse questo problema per via geometrica. usando la seguente costruzione



Il punto L è fissato sullo spigolo che contiene A in modo che

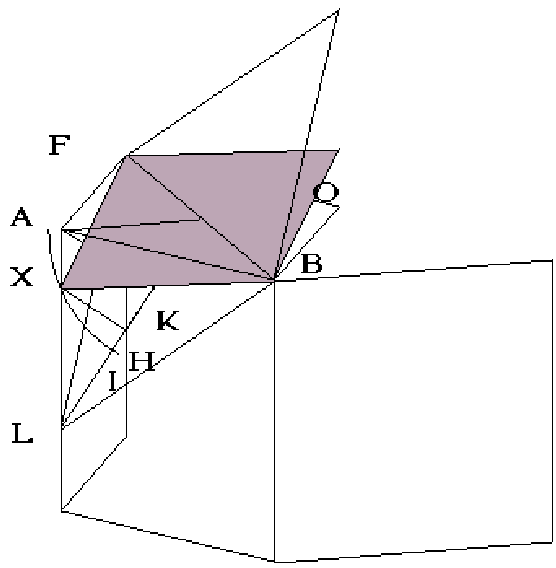
$$\frac{AL}{LP} = \rho$$

Il rombo indicato in figura è individuato dai punti F, B, ed L.



Il punto X è scelto arbitrariamente su AL.

Il rombo indicato in figura è variabile con x ed è individuato dai punti F, B ed X.

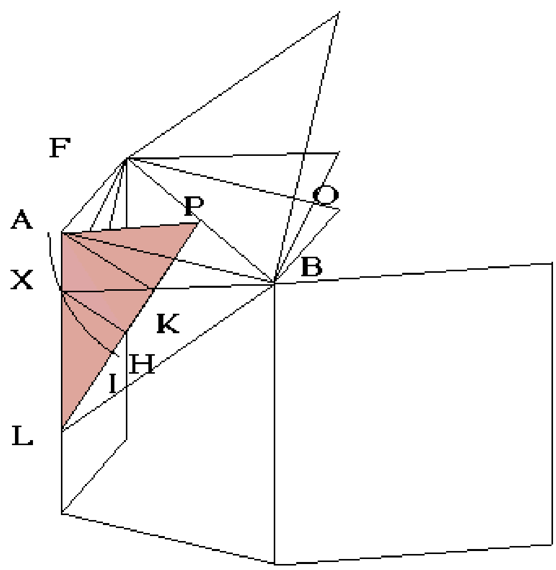


Sia

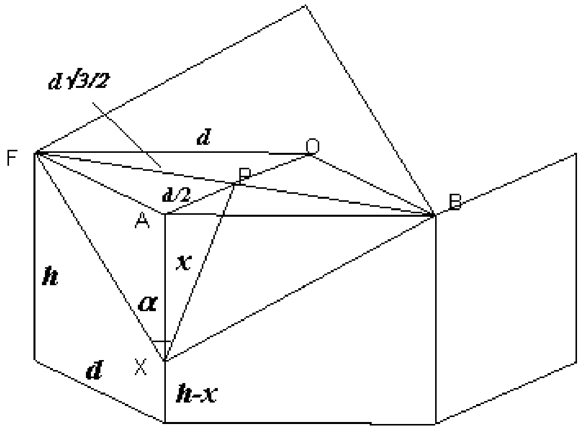
- K la proiezione di A su LP

- H la proiezione di X su LP

- I tale che $PI = PX$ (I è l'intersezione di LP con il cerchio di centro P e raggio PX)



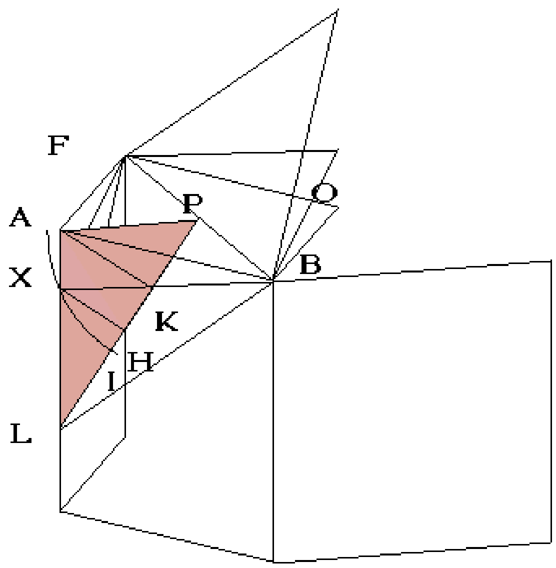
L'area da minimizzare è

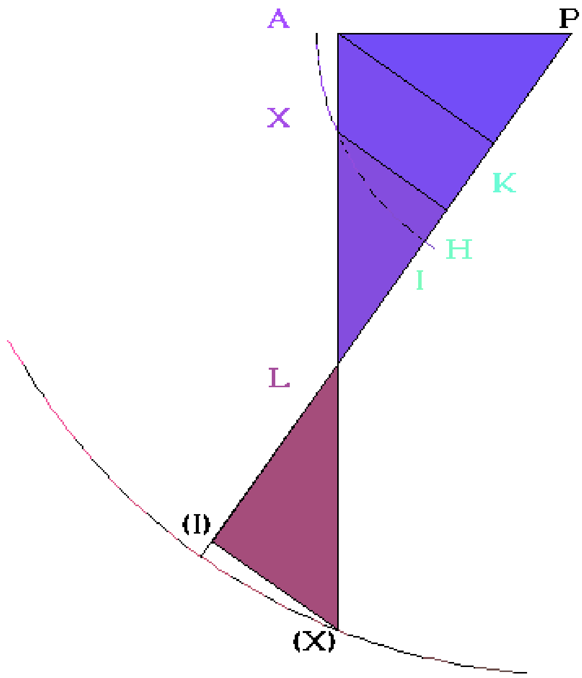


$$(2h - AX)d + PX\sqrt{3}d = 2hd + d(PX\sqrt{3} - AX) \tag{19}$$

Dovremo quindi, per trovare l'area minima, cercare di rendere minima la quantità

$$PX\sqrt{3} - AX \tag{20}$$





Se osserviamo che i triangoli LHX e LKA sono simili otteniamo

$$\frac{LH}{LX} = \frac{LK}{LA} \tag{21}$$

e, per la similitudine tra i triangoli LKA ed ALP,

$$\left(\frac{LH}{LX} =\right) \frac{LK}{LA} = \frac{LA}{LP} = \rho \tag{22}$$

Per la proprietà dello scomporre otteniamo

$$\frac{LK - LH}{LA - LX} = \frac{LK}{LA} = \frac{LA}{LP} = \rho \qquad (23)$$

Ma

$$LK - LH = HK \qquad (24)$$

$$LA - LX = AX \qquad (25)$$

e quindi

$$\frac{HK}{AX} = \frac{LK}{LA} = \rho \qquad (26)$$

da cui

$$AX = \frac{1}{\rho} HK \qquad (27)$$

Ne viene che

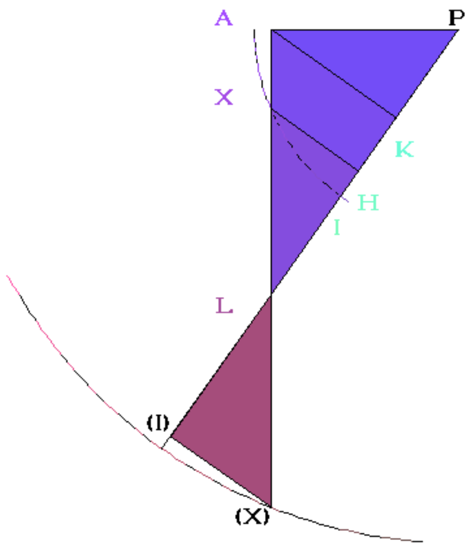
$$PX\sqrt{3} - AX = PX\sqrt{3} - \frac{1}{\rho}HK \qquad (28)$$

e se poniamo

$$\rho = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

avremo che

$$\begin{aligned} PX\sqrt{3} - AX = PX\sqrt{3} - HK\sqrt{3} = \\ \sqrt{3}(PX - HK) \\ \sqrt{3}(PI - HK) \\ \sqrt{3}(IH + KP) \quad (29) \end{aligned}$$



Quando x varia sullo spigolo AL tra A ed L, anche I varierà tra P ed L, mentre K ed H sono fissi.

Quindi

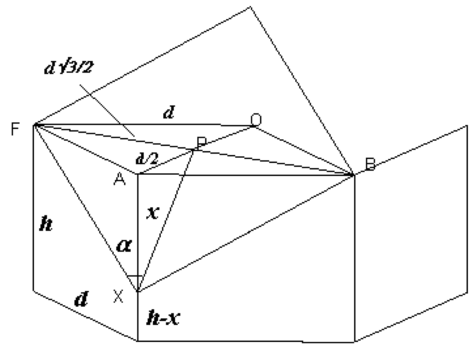
$$\sqrt{3}(IH + KP) \tag{30}$$

è minimo per

$$HI = 0$$

e ciò accade se

$$H \equiv I$$



Ma

$$H \equiv I \Rightarrow L \equiv X \Rightarrow AX = AL$$

e

$$\frac{AL}{LP} = \rho = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

da cui

$$LP = \sqrt{3}AL \qquad \text{e} \qquad AL = \frac{1}{\sqrt{3}}LP$$

Si ha

$$LP^2 - \frac{LP^2}{3} = AP^2 \qquad \text{e} \qquad \frac{2}{3}LP^2 = \frac{d^2}{4}$$

si conclude

$$LP^2 = \frac{3}{8}d^2 \qquad \text{e} \qquad LP = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}d$$

e si ottiene

$$AL = \frac{LP}{\sqrt{3}} = \frac{d}{2\sqrt{2}}$$

Qualche problema di Calcolo delle Variazioni

Consideriamo un cubo perfettamente liscio ed un elastico.

E consideriamo il problema di disporre l'elastico sul cubo in modo che non scivoli via.

È facile intuire che l'elastico si disporrà in modo da minimizzare la la sua lunghezza, compatibilmente con i vincoli che sono opposti dal cubo.

Inoltre, si immagina facilmente e si verifica con altrettanta facilità che se spostiamo l'elastico dalla posizione che ha assunto, esso tenderà a riassumere tale posizione.

L'elastico infatti si dispone lungo una curva sul cubo che ha la proprietà di essere di lunghezza localmente minima.

Una tale curva si chiama

Geodetica sul Cubo

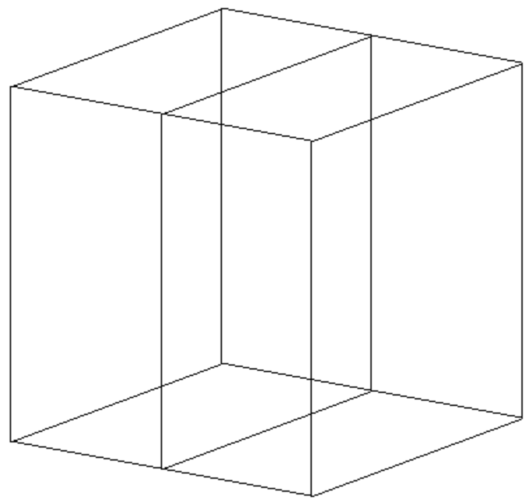
Per studiare le geodetiche sul cubo dobbiamo innanzi tutto osservare che su ognuna delle facce piane una geodetica deve coincidere con un segmento di retta;

Inoltre se sviluppiamo il cubo e consideriamo le tracce dei singoli segmenti relativi alle singole facce, essi devono risultare allineati:

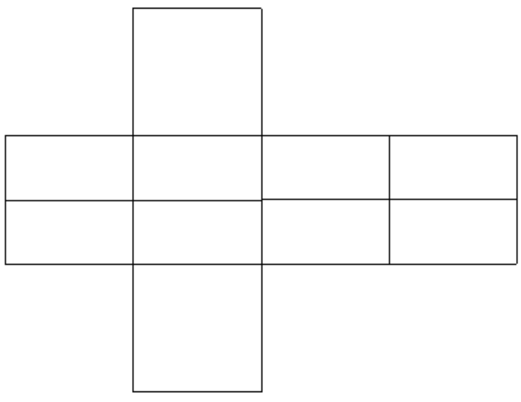
In caso contrario la lunghezza della curva non sarebbe minima.

Mentre gli estremi del segmento che ne risulta costituito devono corrispondersi su uno spigolo del cubo.

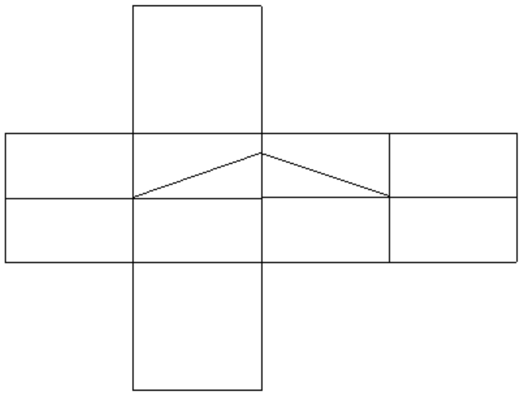
Per capire di cosa si tratta consideriamo il caso più comune in cui l'elastico è semplicemente posto in modo da appoggiarsi sulle quattro facce laterali del cubo



Se sviluppiamo il cubo possiamo osservare che l'elastico disegna sullo sviluppo finale un segmento di retta con gli estremi su due spigoli che si corrispondono.



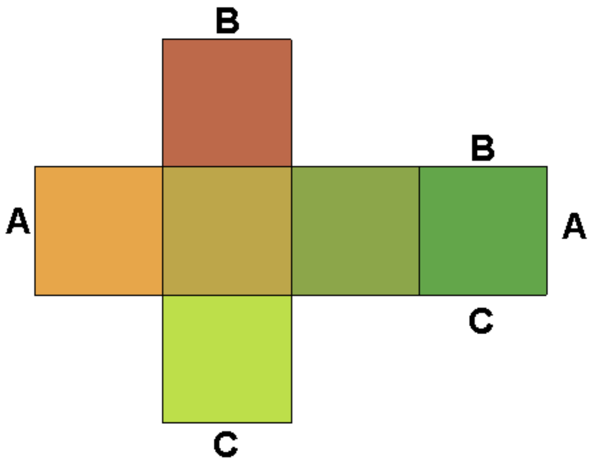
È ovvio che se la spezzata sullo sviluppo non è rettilinea, la lunghezza aumenta e quindi non è localmente minima.

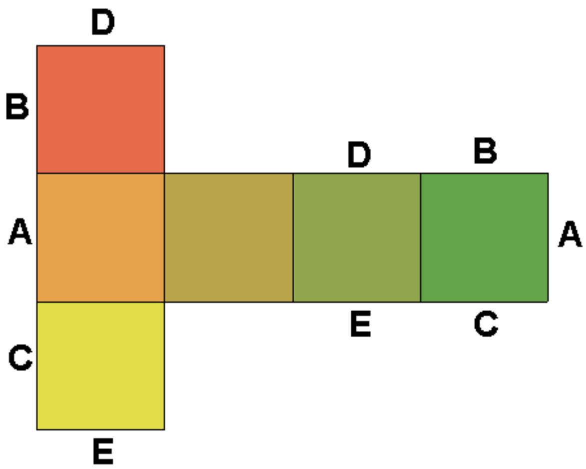


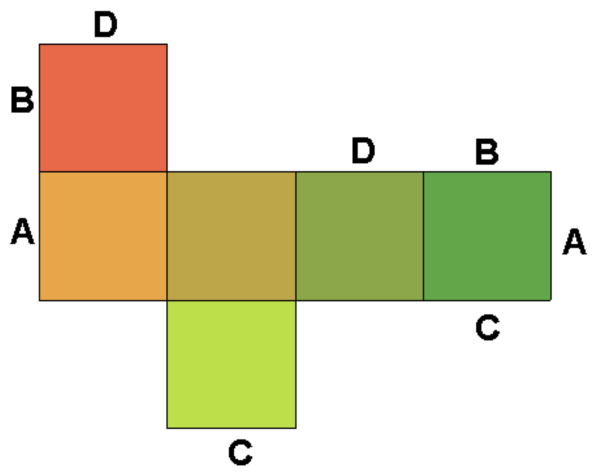
Si può verificare, con una certa difficoltà, che gli sviluppi possibili del cubo sono 11 e sono i seguenti

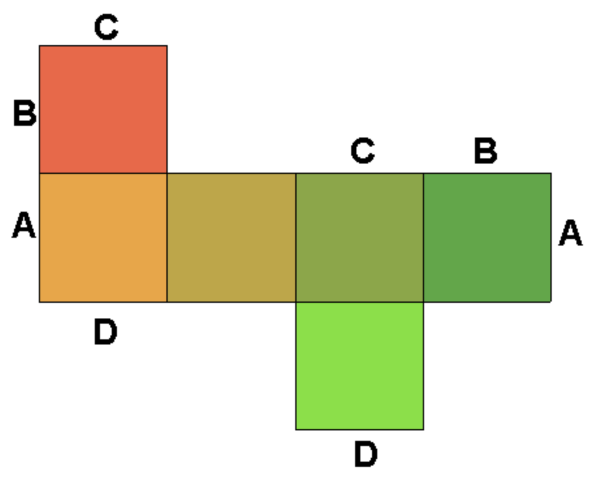
Esaminando tali sviluppi si possono trovare le geodetiche sul cubo.

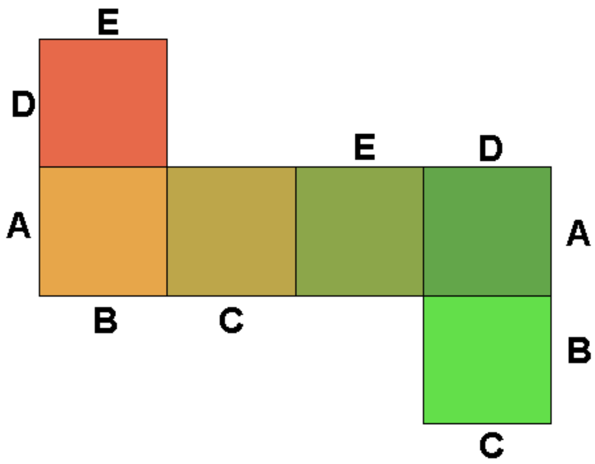
A questo scopo occorre trovare sviluppi sui quali si possano congiungere gli spigoli che si corrispondono mediante un segmento che non fuoriesce dallo sviluppo stesso.

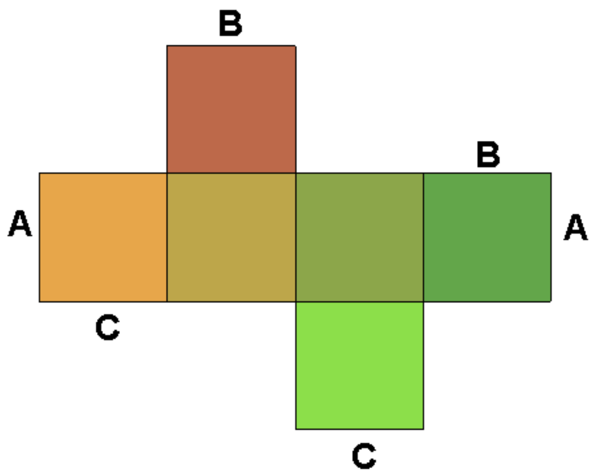

B
B
A
A
C
C

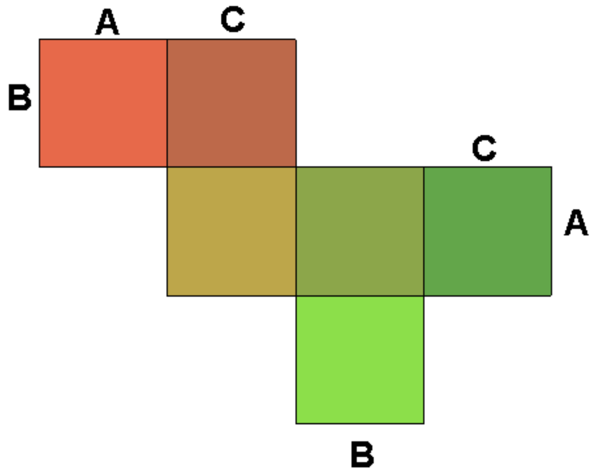

D
B
D
B
A
A
E
C
C
E

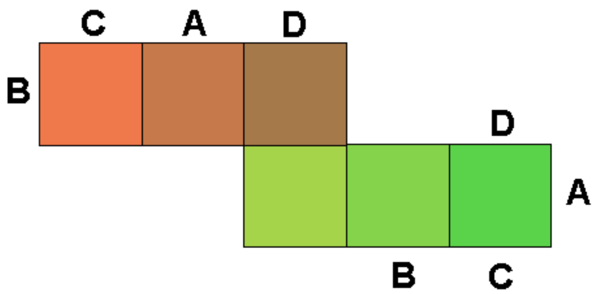

D
B
D
B
A
A
C
C

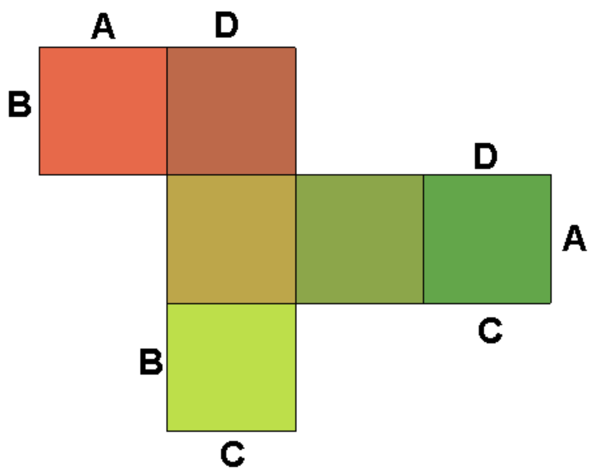

C
B
C
B
A
A
D
D

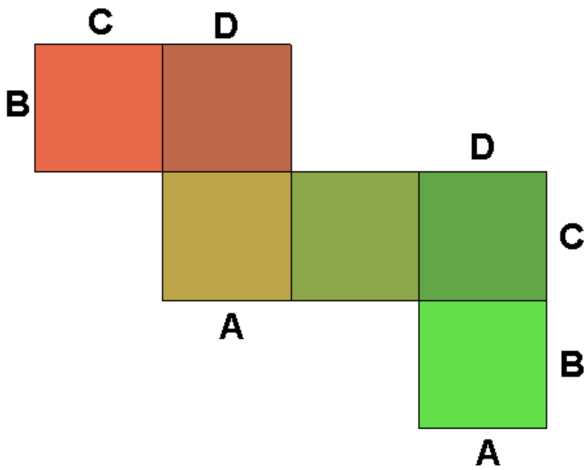

E
D
E
D
A
A
B
C
B
C

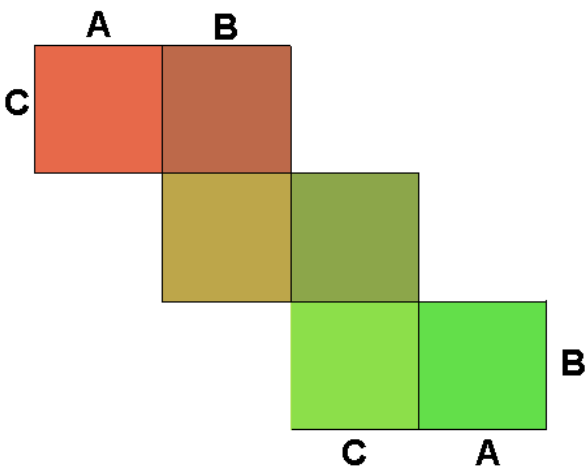

B
B
A
A
C
C


A
C
B
C
A
B


C
A
D
B
D
A
B
C


A
D
B
D
A
C
B
C


C
D
B
D
C
A
B
A

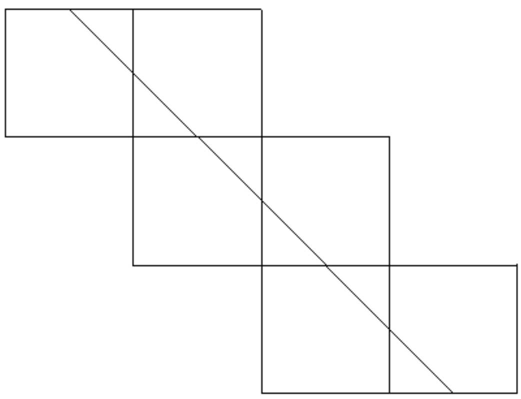

A
B
C
B
C
A

Tra gli sviluppi illustrati i primi 6 consentono geodetiche che passano per quattro facce di lunghezza 4ℓ dove ℓ è la lunghezza dello spigolo.

Degli altri solo gli ultimi due consentono di trovare geodetiche di lunghezza

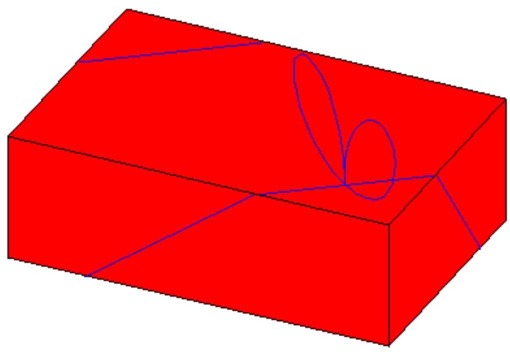
$$3\sqrt{2}\ell \qquad \text{e} \qquad 2\sqrt{5}\ell$$

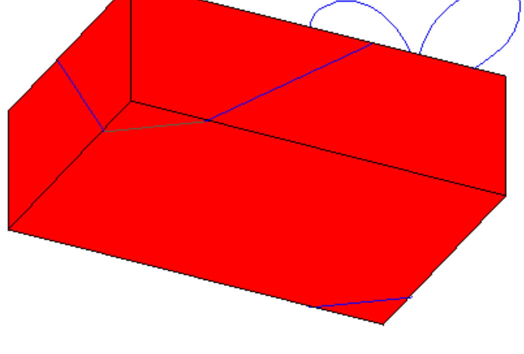
rispettivamente



Come confezionare una scatola di cioccolatini

Un problema simile a quello incontrato studiando le geodetiche sul cubo si incontra quando si confeziona una scatola a forma di parallelepipedo come in figura

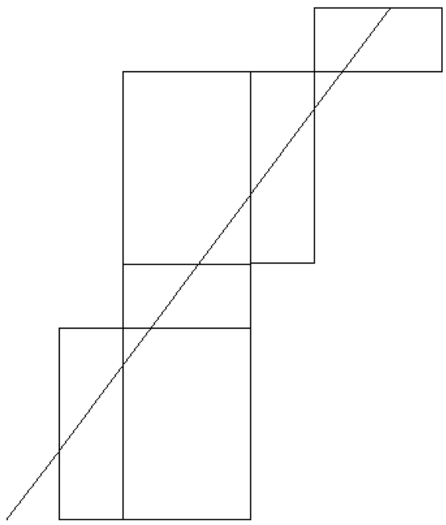




Anche in questo caso possiamo rappresentare la situazione usando uno sviluppo della scatola.

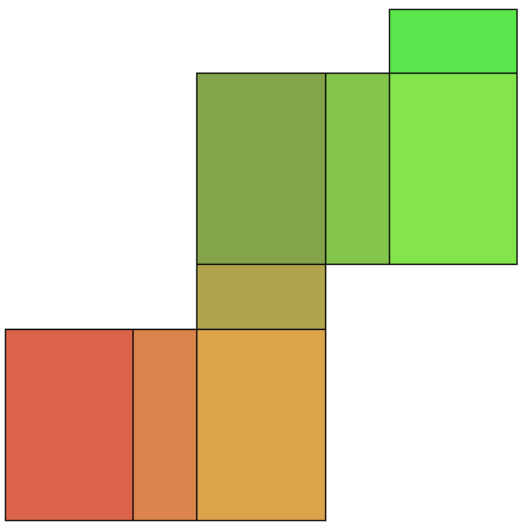
Possiamo seguire lo sviluppo della scatola

Su tale sviluppo il nastro sarà rappresentato come segue

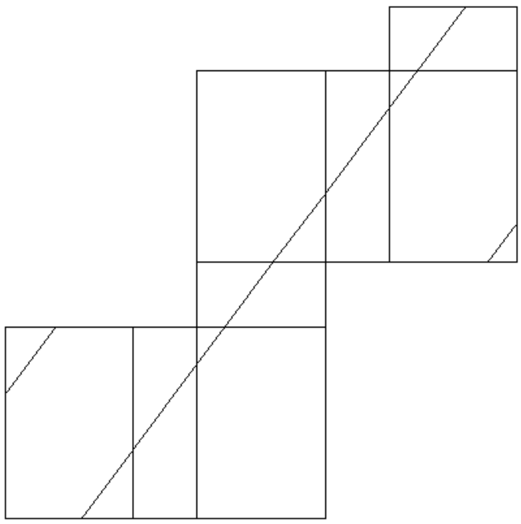


Tuttavia, è opportuno considerare due volte sia la faccia superiore che la faccia inferiore e considerare il seguente sviluppo della scatola.

in corrispondenza del quale si ottiene

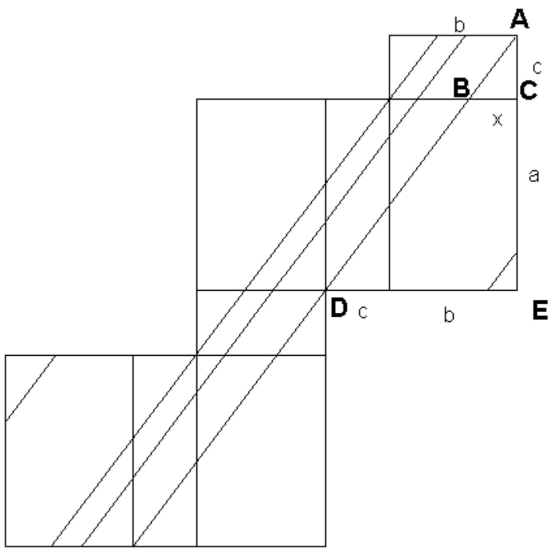


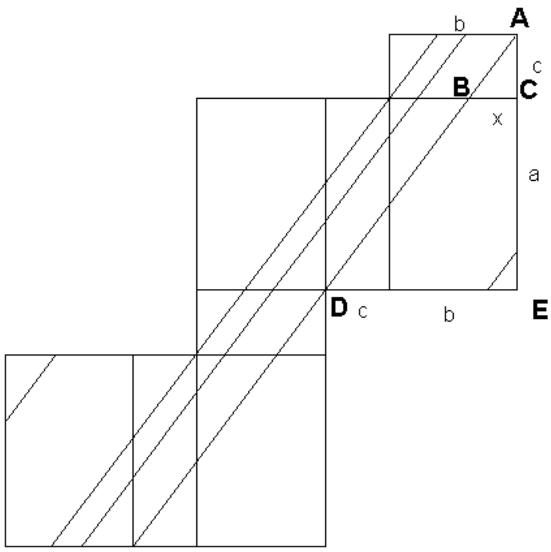
e sulla quale il nastro lascia la seguente traccia



Si può legare il nastro attorno alla scatola se il medesimo non esce dallo sviluppo.

Per stabilire quando ciò accade possiamo calcolare la lunghezza del segmento x indicato in figura ed imporre che sia minore di b





Avremo, dalla similitudine dei triangoli ABC ed ADE, che

$$\frac{c}{x} = \frac{a+c}{b+c} \qquad \text{da cui} \qquad x = c\frac{b+c}{a+c}$$

e possiamo richiedere che $x < b$ da cui

$$c\frac{b+c}{a+c} < b$$

cioè se e solo se

$$bc + c^2 < ab + bc$$

ed infine se e solo se

$$c^2 < ab$$

Potremo quindi confezionare la scatola se e solo se i lati soddisfano la relazione

$$c^2 < ab$$

inoltre si vede che la lunghezza del nastro è

$$2\sqrt{(a+c)^2 + (b+c)^2}$$

nel caso in cui il nastro passi due volte sulle facce di lati a e b che indicheremo come facce $a-b$.

Naturalmente se il nastro passa due volte per la faccia $a - c$ avremo che deve risultare

$$b^2 < ac$$

e la sua lunghezza è

$$2\sqrt{(a+b)^2 + (c+b)^2}$$

Mentre se passa due volte per la faccia $b - c$ deve risultare

$$a^2 < bc$$

e la sua lunghezza è

$$2\sqrt{(b+a)^2 + (c+a)^2}$$

Se

$$a = b = c$$

non è possibile confezionare la scatola, mentre se

$$c \leq b \leq a$$

essendo almeno una disuguaglianza stretta.

avremo

$$c^2 \leq bc \leq ac \leq ab$$

mentre non è possibile che si abbia contemporaneamente

$$\begin{cases} c^2 < ab \\ b^2 < ac \\ a^2 < bc \end{cases}$$

In tal caso infatti

$$c^2 b < ab^2 < a^2 c < bc^2$$

il che non è possibile.

tuttavia è possibile che due disuguaglianze siano contemporaneamente verificate ed in tal caso la lunghezza del nastro è minima se il nastro passa due volte sulla faccia di lati maggiori, Infatti la lunghezza è

$$\begin{cases} 2\sqrt{(a+c)^2+(b+c)^2}, & \text{se } c^2 < ab \text{ faccia a-b} \\ 2\sqrt{(a+b)^2+(c+b)^2}, & \text{se } b^2 < ac \text{ faccia b-c} \\ 2\sqrt{(b+a)^2+(c+a)^2}, & \text{se } a^2 < bc \text{ faccia a-c} \end{cases}$$

e se $c < b < a$ si ha

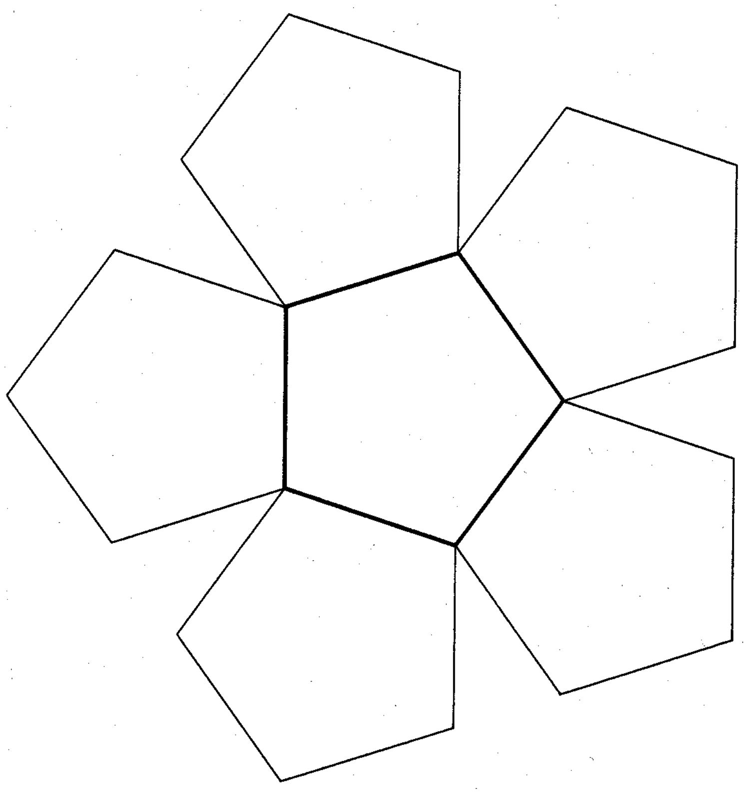
$$\begin{aligned} & 2\sqrt{(a+c)^2+(b+c)^2} < \\ & \qquad < 2\sqrt{(a+b)^2+(c+b)^2} < \\ & \qquad\qquad < 2\sqrt{(b+a)^2+(c+a)^2} \quad (31) \end{aligned}$$

Geodetiche sul dodecaedro

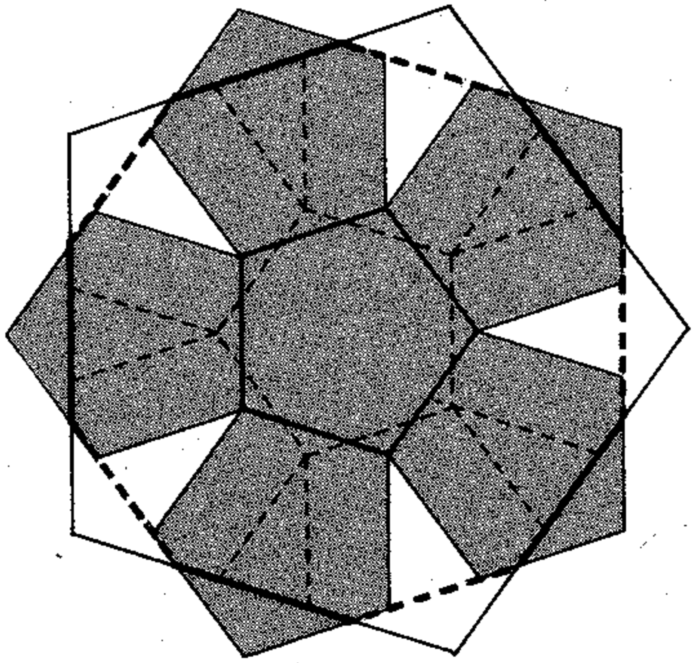
Steinhaus ideò un curioso gadget basato sul concetto di geodetica.

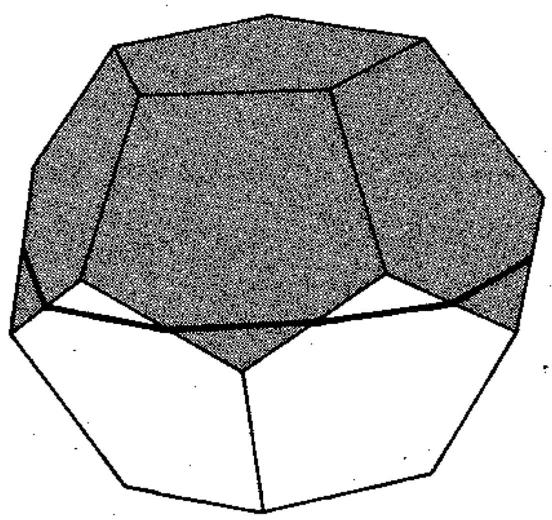
Si tratta di un dodecagono regolare cioè di un poliedro regolare costituito da dodici facce ciascuna delle quali è un pentagono regolare.

Il dodecagono è realizzato sovrapponendo due sviluppi come quelli indicati in figura.



Tali sviluppi devono essere sovrapposti in modo che i vertici liberi dei dodecagoni si alternino ed un elastico deve essere passato alternativamente sopra e sotto i vertici liberi.

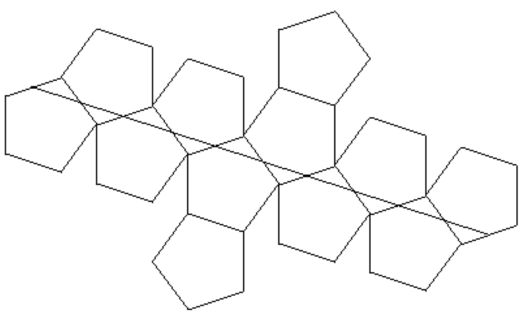




A questo scopo è necessario tenere fermi i due sviluppi.

Quando l'elastico è lasciato libero di agire, i due sviluppi si chiuderanno a formare un dodecagono regolare.

L'elastico si dispone lungo una linea geodetica sul dodecaedro, come mostra la figura seguente.



Qualche cenno storico

Gio Domenico Cassini
(1625 -1712)

Nacque a Perinaldo in provincia di Imperia l'8 giugno 1625; dopo aver compiuto gli studi classici a Genova si dedicò alla matematica ed alla stronomia. Nel 1649 si trasferì a Bologna dove ricoprì la cattedra di astronomia.

Divenne tanto famoso che Luigi XIV lo chiamò a capo del nuovo osservatorio astronomico di Parigi, dove Morì nel 1712.

Giacomo Filippo Maraldi
(1665 - 1729)

Nipote di Cassini fu da quest'ultimo chiamato a Parigi per collaborare all'attività dell'Osservatorio che dirigeva. e più tardi collaborò anche con il figlio di Cassini Jacques.

Nel 1701 venne a Roma per lavorare al calendario di Papa Clemente XI.

Si Occupò di Cartografia e dell'estensione del meridiano di Parigi

Gabriel Cramer
(1704 - 1752)

Compì studi in analisi e sulla teoria dei determinanti

Gabriel Koenigs
(1858 - 1931)

Si occupò di meccanica ed analisi.

Colin Maclaurin
(1698 - 1746)

Nel 1742 McLaurin pubblicò il suo "Trattato sulle flussioni", la prima esposizione sistematica dei metodi di Newton, scritta per contestare gli attacchi di Berkeley al calcolo per la sua mancanza di fondazioni rigorose.

René-Antoine Ferchault de Réaumur
(1683 - 1757)

Réaumur ideò la scala termometrica che porta il suo nome, si occupò di migliorare le tecniche per la produzione dell'acciao e del ferro, scoprì il fenomeno della rigenerazione delle appendici perse dei granchi.

Nel 1710 fu incaricato da Luigi XIV di compilare una descrizione delle risorse naturali ed industriali della Francia.

Studiò la composizione della porcellana cinese e ideò una formula per la produzione della cosiddetta porcellana Réaumur.

Scoprì i succhi gastrici e studiò il loro ruolo nella digestione del cibo.

Hugo Steinhaus
(1887 - 1972)

Studiò matematica a Gottinga sotto la guida di David Hilbert

Fu docente all'Università di Breslavia.

Si occupò di calcolo delle probabilità, di analisi funzionale, di teoria della misura e di matematica applicata.

Fu insignito per i suoi studi di matematica applicata della laurea honoris causa in medicina.