Prima Prova Scritta 12/03/1998

Si considerino le funzioni

$$f(x) = \sin x^3 \qquad g(x) = e^{x^2}$$

A_2○ **Scrivere gli sviluppi di McLaurin di** $\sin x$ **e** e^x **di ordine** n **con il resto nella forma di Peano.**

B_2○ **Scrivere gli sviluppi di McLaurin di** f **e** g **di ordine** 6 **con il resto nella forma di Peano.**

C_2○ **Scrivere gli sviluppi di McLaurin di** $f(x)g(x)$ **di ordine** 6 **con il resto nella forma di Peano.**

D_2○ **Calcolare, al variare di** α **reale**

$$\lim_{x\to 0} \frac{(e^{x^2}-1)\sin x^3}{x^\alpha}$$

E_2○ **Determinare l'ordine di infinitesimo di** $(e^{x^2}-1)\sin x^3$ **nell'origine.**

Seconda Prova Scritta 19/03/1998

Si considerino le funzioni

$$f(x) = \ln(1+x) \qquad g(x) = (\sin x)^2 \qquad h(x) = \ln\left(1 + \frac{(\sin x)^2}{10}\right)$$

A_3○ **Determinare il polinomio di McLaurin di f che approssima f a meno di $\frac{1}{200}$ sull'intervallo $[0, \frac{1}{10}]$.**

B_3○ **Determinare l'errore che si commette sostituendo ad $h(x)$ il valore $\frac{(\sin x)^2}{10}$ per $x \in \mathbb{R}$**

C_3○ **Trovare lo sviluppo di McLaurin di g di ordine 2 e stimare il resto di Lagrange corrispondente per $x \in \left[-\frac{1}{10}, \frac{1}{10}\right]$**

D_3○ **Stimare l'errore che si commette sostituendo $h(x)$ con $\frac{x^2}{10}$ per $x \in \left[-\frac{1}{10}, \frac{1}{10}\right]$**

Terza Prova Scritta 26/03/1998

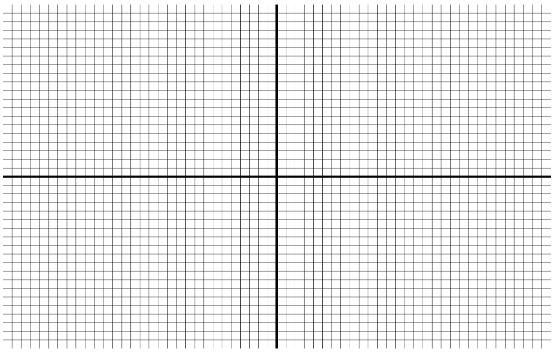
Si consideri la funzione

$$f(x) = (1 + x) \arctan x$$

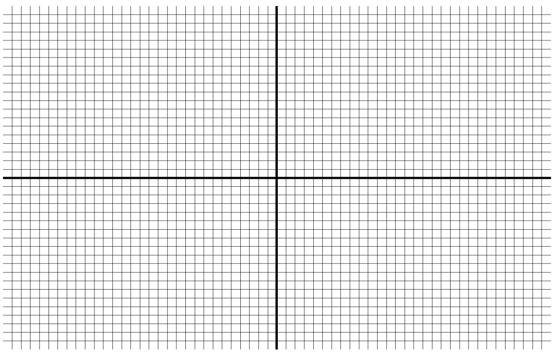
A_1○ **Calcolare la derivata prima di** f $\quad f'(x) =$

B_1○ **Calcolare la derivata seconda di** f $\quad f''(x) =$

C_2○ **Disegnare il grafico di** f'

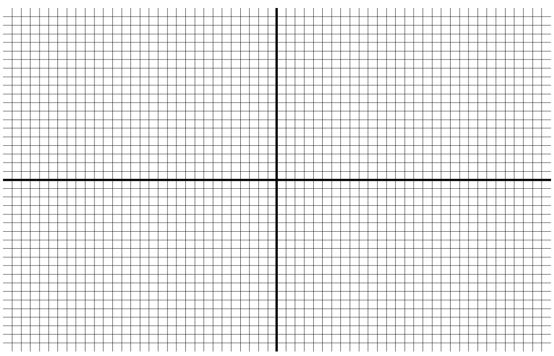


D_2○ **Disegnare il grafico di** f



E_2○ **Precisare dove** f **è convessa e dove** f **è concava**

E_2○ **Determinare la retta tangente al grafico di** f **nei punti in cui** f'' **si annulla e stabilire la posizione di tale retta rispetto al grafico.**



Quarta Prova Scritta 16/04/1998

Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x \in [0,1] \\ ax + b & x \in (1,2] \end{cases}$$

A_2◯ **Determinare i valori di $a, b \in \mathbb{R}$ in corrispondenza dei quali f è integrabile su $[0,2]$**

B_2◯ **Scrivere le somme superiori $U_1(f, P_n)$ della funzione f sull'intervallo $[0,1]$ rispetto alla partizione**

$$P_n = \{\frac{k}{n} : k = 0, 1, 2, ..., n\}$$

$U_1(f, P_n) =$

C_2◯ **Scrivere le somme superiori $U_2(f, Q_n)$ della funzione f sull'intervallo $[1,2]$ rispetto alla partizione**

$$Q_n = \{1 + \frac{k}{n} : k = 0, 1, 2, ..., n\}$$

$U_2(f, Q_n) =$

D_2◯ **Scrivere le somme superiori $U(f, P_n \cup Q_n)$ della funzione f sull'intervallo $[0,2]$ rispetto alla partizione $P_n \cup Q_n$**

$U(f, P_n \cup Q_n) =$

E_2◯ **Calcolare $\int_0^2 f(x)dx$ mediante il limite di $U(f, P_n \cup Q_n)$ per n che tende ad infinito, precisando le ragioni per cui tale limite fornisce l'integrale richiesto.**

Quinta Prova Scritta 23/04/1998

Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \arctan x + \dfrac{1}{x^2 - 1} & x < 3 \\ \sin^2(x-1) + a & x \geq 3 \end{cases}$$

A_2○ **Determinare una primitiva di f su $(3, +\infty)$ precisando dove è definita.**

B_2○ **Determinare una primitiva di f su $(-\infty, 3)$ precisando dove è definita.**

C_2○ **Determinare per quali $a \in \mathbb{R}$ f ammette primitiva su $\mathbb{R}$ e determinarne una precisando dove è definita.**

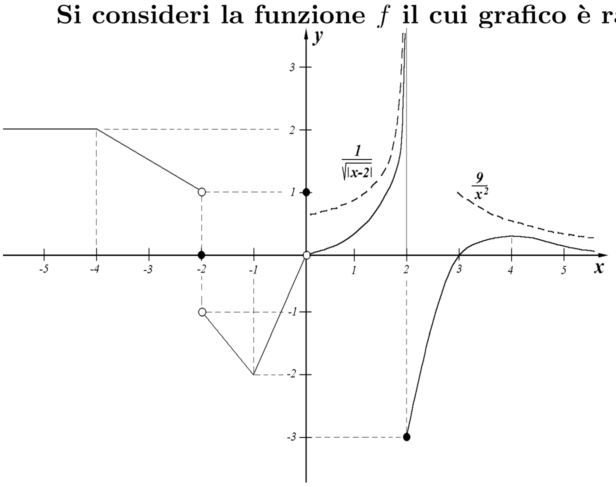
D_2○ **Per i valori di $a \in \mathbb{R}$ per i quali f ammette primitiva su $\mathbb{R}$ determinare tutte le primitive di f precisando dove sono definite.**

E_2○ **Calcolare al variare di $a \in \mathbb{R}$ $\int_2^4 f(x)dx$**

$\int_2^4 f(x)dx =$

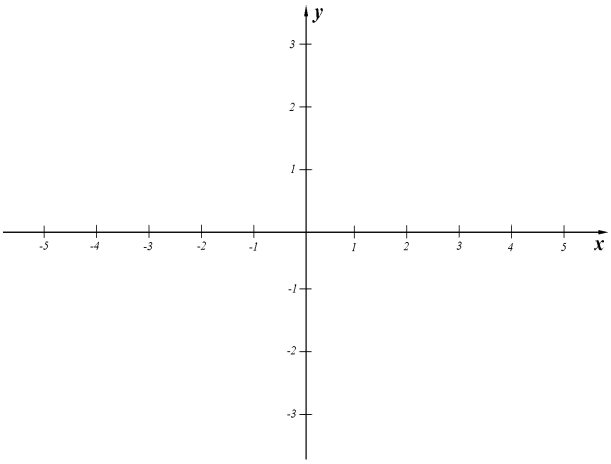
Sesta Prova Scritta 29/04/1998

Si consideri la funzione f il cui grafico è rappresentato di seguito



A_5 ◯ **Disegnare il grafico della funzione**

$$F(x) = \int_1^x f(t)dt$$



B_2 ◯ **Precisare dove F è derivabile**

C_2 ◯ **Calcolare, se esistono, $F'(0)$, $F'(0-)$, $F'(0+)$.**

D_1 ◯ **Calcolare**

$$F(x) = \int_{-10}^{-4} f(t)dt$$

Settima Prova Scritta 07/05/1998

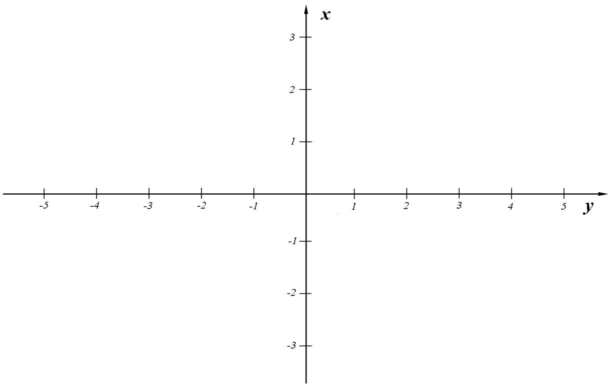
Si consideri il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = e^{y^2(x)} \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$$

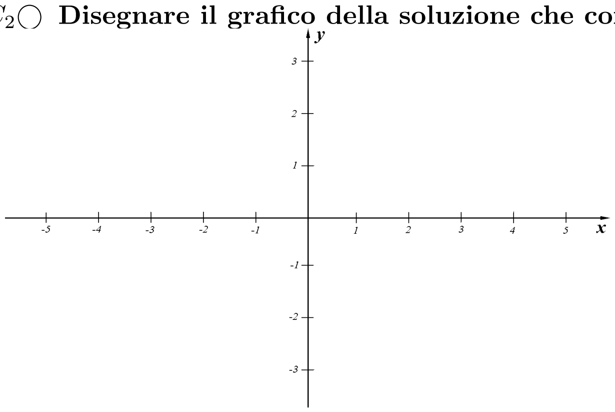
A_2○ **Stabilire esistenza ed unicità locale della soluzione del problema, al variare di** $x_0, y_0 \in \mathbb{R}$

B_3○ **Disegnare il grafico della funzione**

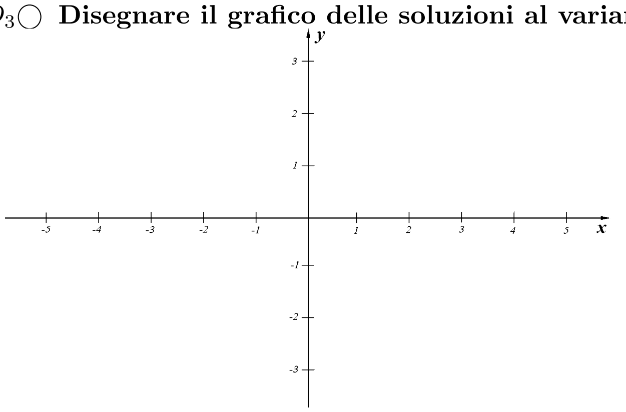
$$F(y) = \int_{y_0}^{y} e^{-t^2} dt$$



C_2○ **Disegnare il grafico della soluzione che corrisponde ai dati iniziali** $x_0 = 0$**,** $y_0 = 1$



D_3○ **Disegnare il grafico delle soluzioni al variare dei dati iniziali** x_0**,** y_0



Ottava Prova Scritta 07/05/1998

Si consideri il problema di Cauchy

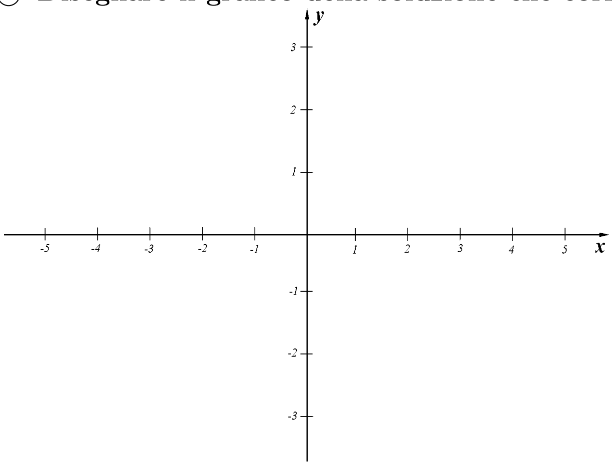
$$\begin{cases} y'(x) = f(y(x)) \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$$

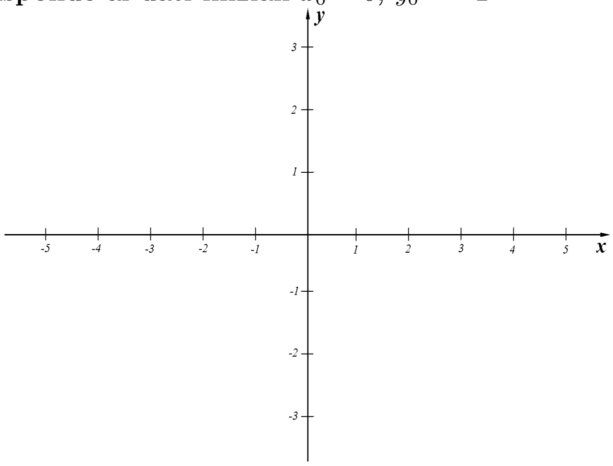
dove

$$f(y) = \begin{cases} 1 & y > 1 \\ \sqrt[3]{y} & -1 \leq y \leq 1 \\ -1 & y < -1 \end{cases}$$

A_2◯ **Disegnare il grafico della soluzione che corrisponde ai dati iniziali** $x_0 = 0$, $y_0 = \frac{\pi}{4}$

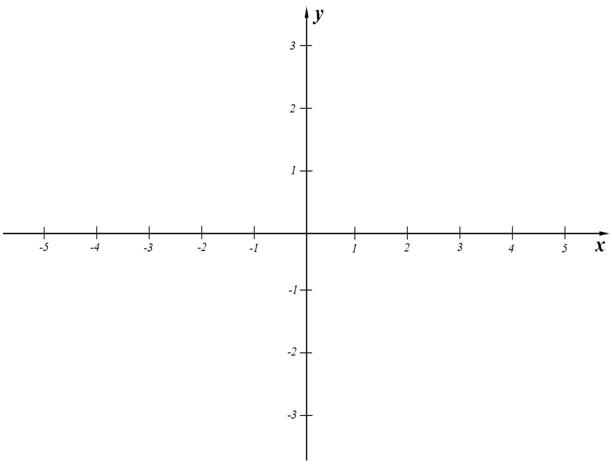
B_3◯ **Disegnare il grafico della soluzione che corrisponde ai dati iniziali** $x_0 = 0$, $y_0 = -2$

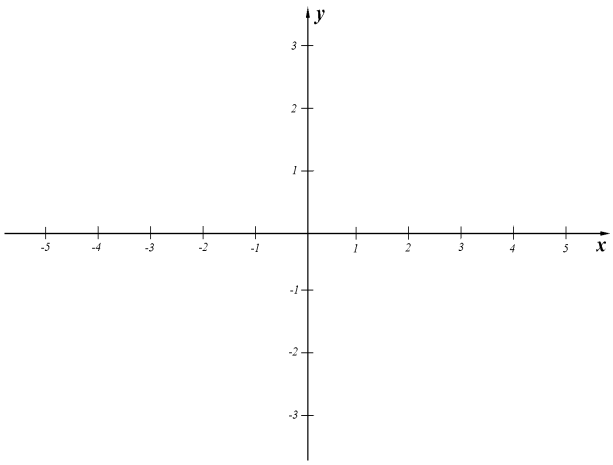




C_2◯ **Disegnare il grafico della soluzione che corrisponde ai dati iniziali** $x_0 = 0$, $y_0 = 2$

D_3◯ **Disegnare il grafico delle soluzioni al variare dei dati iniziali** x_0, y_0





Nona Prova Scritta 21/05/1998

Si consideri l'equazione differenziale

$$y''(x) - 2y'(x) + 2y(x) = e^x + \sin x$$

A_2◯ **Determinare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata**

B_2◯ **Determinare tutte le soluzioni dell'equazione completa**

C_2◯ **Determinare la soluzione dell'equazione completa tale che** $y(0) = y'(0) = 0$

D_2◯ **Scrivere il sistema di primo ordine equivalente all'equazione data**

E_2◯ **Scrivere tutte le soluzioni del sistema trovato e determinarne una matrice fondamentale.**

Decima Prova Scritta 02/06/1998

Si consideri la funzione

$$f(x, y) = x^3 + y^2$$

A_2◯ **Determinare massimi e minimi assoluti di** f **su** $\mathbb{R}^2$

B_2◯ **Determinare massimi e minimi assoluti di** f **sul triangolo delimitato dalle rette** $y = x$**,** $y = 2x - 2$**,** $y = 0$

C_2◯ **Disegnare le curve di livello di** f

D_2◯ **Calcolare la matrice Hessiana** $Hf(1, 0)$ **nel punto** $(1, 0)$

E_2◯ **Calcolare le derivate di** f **nel punto** $(2, 0)$ **rispetto ad ogni direzione** (a, b) **(**$f'((2, 0), (a, b))$**)**

Prima Prova Scritta 12/03/1998

Si considerino le funzioni

$$f(x) = \log(1 + x^4) \qquad g(x) = \cos(x)$$

A_4 ◯ **Scrivere gli sviluppi di McLaurin di f e g di ordine** 5

B_6 ◯ **Calcolare,**

$$\lim_{x \to 0} \frac{(g(x) - 1)^2 - f(x)}{x^4}$$

Seconda Prova Scritta 19/03/1998

Si consideri la funzione

$$f(x) = \arctan x$$

$A_3\bigcirc$ **Determinare il polinomio** $p(x)$ **di McLaurin di** f **del primo ordine**

$B_3\bigcirc$ **Scrivere il resto di Lagrange relativo al polinomio** $p(x)$ **di McLaurin di** f **del primo ordine**

$C_4\bigcirc$ **Determinare** δ **in modo che**

$$|f(x) - p(x)| \leq 10^{-3}$$

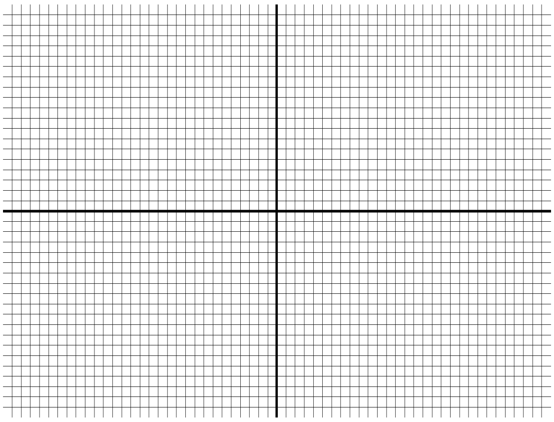
su $[-\delta, \delta]$

Terza Prova Scritta 26/03/1998

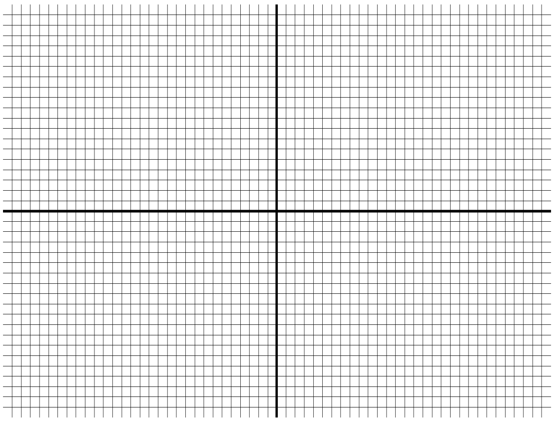
Si consideri la funzione

$$f(x) = x \log(1 + x)$$

A_4◯ **Disegnare il grafico di** f'



D_6◯ **Disegnare il grafico di** f



Quarta Prova Scritta 16/04/1998

Si consideri la funzione

$$f(x) = x^2 + x$$

A_5 ◯ **Scrivere le somme superiori** $U(f, P_n)$ **della funzione** f **sull'intervallo** $[0, 1]$ **rispetto alla partizione**

$$P_n = \left\{ \frac{k}{n} : k = 0, 1, 2, ..., n \right\}$$

$U(f, P_n) =$

B_5 ◯ **Calcolare** $\int_0^1 f(x)dx$ **mediante il limite di** $U(f, P_n)$ **per** n **che tende ad infinito, precisando le ragioni per cui tale limite fornisce l'integrale richiesto.**

Quinta Prova Scritta 23/04/1998

Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} 2ax + b & x > 0 \\ \log(1+x) & -1 < x \leq 0 \end{cases}$$

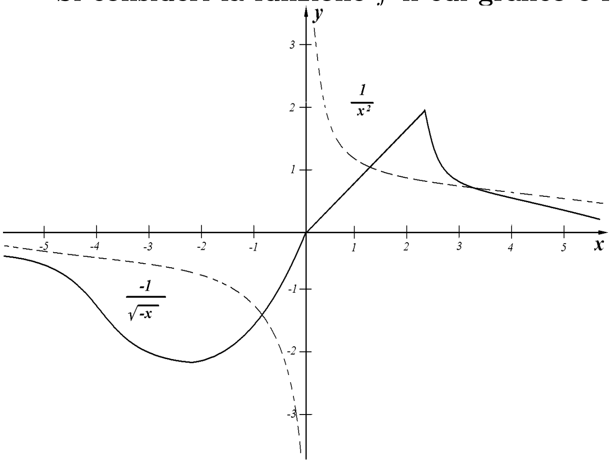
A_3◯ **Determinare** $a, b \in \mathbb{R}$ **in modo che** f **ammetta primitiva su** $(-1, +\infty)$

B_3◯ **Determinare una primitiva di** f **su** $(-1, +\infty)$**.**

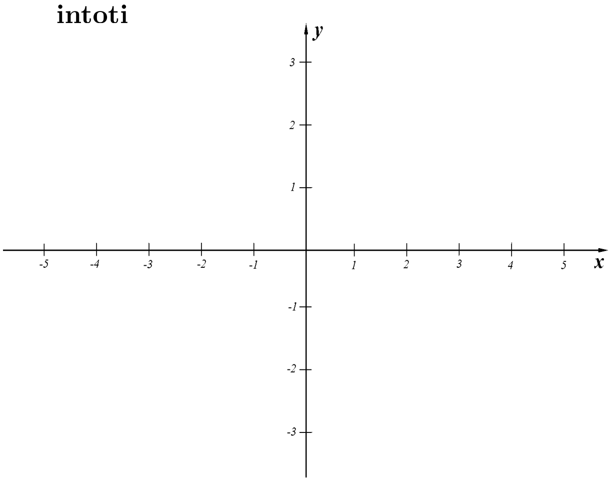
C_4◯ **Per i valori di** $a, b \in \mathbb{R}$ **per i quali** f **ammette primitiva su** $(-1, +\infty)$ **determinare tutte le primitive di** f

Sesta Prova Scritta 29/04/1998

Si consideri la funzione f il cui grafico è rappresentato di seguito



A_{10}○ **Disegnare il grafico della funzione $F(x) = \int_0^x f(t)dt$ precisando crescenza convessità ed asintoti**



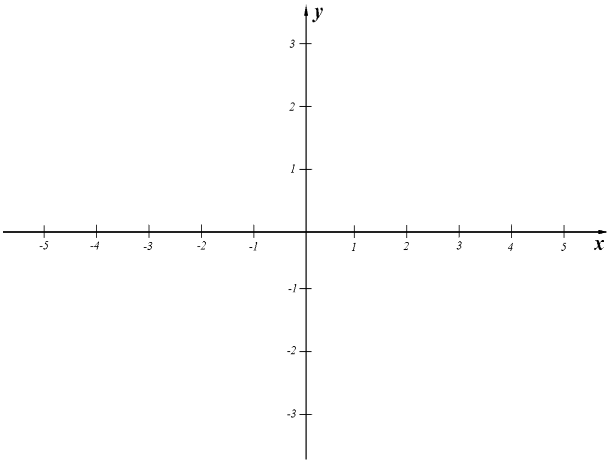
Settima Prova Scritta 07/05/1998

Si consideri il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = 1 + y^4(x) \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$$

A_4◯ **Stabilire esistenza ed unicità locale della soluzione del problema, al variare di** $x_0, y_0 \in \mathbb{R}$

B_6◯ **Disegnare il grafico delle soluzioni al variare dei dati iniziali** x_0, y_0

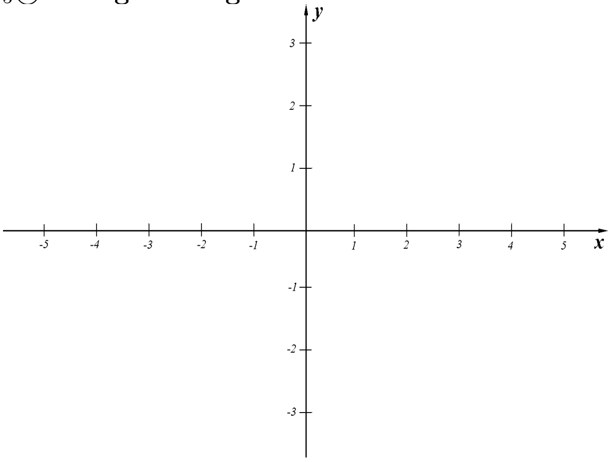


Ottava Prova Scritta 07/05/1998

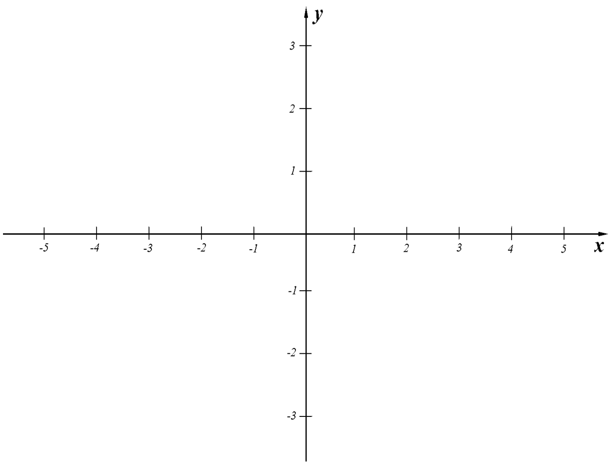
Si consideri il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = \sqrt{|y(x)|} \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$$

A_5○ **Disegnare il grafico della soluzione che corrisponde ai dati iniziali** $x_0 = 0$**,** $y_0 = 1$



B_5○ **Determinare tutte le soluzioni costanti e disegnare il grafico delle soluzioni al variare dei dati iniziali** x_0**,** y_0



Nona Prova Scritta 21/05/1998

Si consideri l'equazione differenziale

$$y''(x) - 3y'(x) + 2y(x) = e^x + x$$

A_3◯ **Determinare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata**

B_4◯ **Determinare tutte le soluzioni dell'equazione completa**

C_3◯ **Determinare la soluzione dell'equazione completa tale che** $y(0) = y'(0) = 0$

Decima Prova Scritta 02/06/1998

Si consideri la funzione

$$f(x,y) = xy^2 - x$$

A_4 ◯ **Determinare massimi e minimi assoluti di f sul triangolo delimitato dalle rette $y = 2 - x$, $y = 2$, $x = 2$**

B_3 ◯ **Disegnare le curve di livello di f**

C_3 ◯ **Calcolare le derivate di f nel punto $(1,1)$ rispetto ad ogni direzione (a,b) ($f'((1,1),(a,b))$)**

Esame giugno 11/06/1999

Si consideri la funzione

$$f(z) = \int_0^z e^{-t^2} dt$$

A_3○ **Studiare il grafico della funzione** f

B_3○ **Studiare il grafico della funzione per** $\frac{1}{f(s)} ds$

C_3○ **Studiare il grafico della funzione per**

$$\int_1^y \frac{1}{f(s)} ds$$

D_3○ **Disegnare il grafico della soluzione del problema di Cauchy**

$$\begin{cases} y'(x) = f(y(x)) \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$$

Si consideri l'equazione

$$y'''(x) + 27y(x) = 2e^{-3x} + 1$$

E_3○ **Determinare le soluzioni dell'equazione omogenea associata**

E_3○ **Determinare le soluzioni dell'equazione completa**

F_3○ **Scrivere un sistema del primo ordine equivalente all'equazione data.**

G_6○ **Determinare le soluzioni del sistema trovato precisando la matrice fondamentale del sistema omogeneo ad esso associato.**

Esame Luglio 25/06/1999

Si consideri il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''(x) = 1 + (y'(x))^2 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$

A_3◯ **Provare che la soluzione del problema è convessa dove è definita.**

B_3◯ **Provare che la soluzione ha un minimo locale in** 0

C_3◯ **Disegnare il grafico della soluzione del problema dato**

D_3◯ **Determinare esplicitamente tutte le soluzioni del'equazione differenziale data**

E_3◯ **Disegnare il grafico di tutte le soluzioni dell'equazione data.**
Si consideri

$$f(x) = \tan(x)$$

A_4◯ **Determinare una primitiva di** f

B_3◯ **Determinare tutte le primitive di** f

C_3◯ **Determinare l'area** a **della parte di piano delimitata dagli assi, dalla retta** $x = 1$ **e dal grafico della funzione** f

D_5◯ **Stabilire se esiste e determinare** $c \in [0, 1]$ **tale che** $f(c) = a$

Esame Luglio 16/07/1999

Si consideri il sistema

$$\begin{cases} y'(x) = 3y(x) - 2z(x) + e^x \\ z'(x) = 2y(x) - z(x) + x \end{cases}$$

A_3◯ **Determinare tutte le soluzioni del sistema omogeneo associato**

B_3◯ **Determinare tutte le soluzioni del sistema completo**

C_3◯ **Determinare tutte le soluzioni del sistema omogeneo tali che** $y(0) = 0$

D_3◯ **Determinare tutte le soluzioni del sistema completo tali che** $y(0) = 0$

E_3◯ **Precisare se le soluzioni ottenute in ciascuno dei punti precedenti è uno spazio vettoriale e, in caso affermativo trovarne la dimensione**
Si consideri

$$f(x) = \frac{2x}{1 + x^2}$$

A_4◯ **Disegnare il grafico di** f

B_3◯ **Disegnare il grafico di** $g(x) = f(E(x))$ **dove** E **indica la parte intera.**

C_3◯ **Disegnare il grafico di** $F(y) = \int_y^{+\infty} \frac{e^{-x}}{1+x^2} dx$

D_5◯ **Disegnare il grafico di** $F(y) = \int_{g(x)}^{+\infty} \frac{e^{-x}}{1+x^2} dx$

Esame Settembre 17/09/1999

Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{x^2+1} & x < 0 \\ 1 & 0 \le x < 1 \\ \dfrac{1}{x} & 1 \le x < 2 \\ \dfrac{10}{x^4} & x \ge 2 \end{cases}$$

A_5◯ **Disegnare il grafico di** f

B_5◯ **Disegnare il grafico di** f'

C_5◯ **Disegnare il grafico di** $\int_1^x f(t)dt$
Si consideri l'equazione differenziale

$$y'(x) = y^7(x) - 1$$

A_3◯ **Disegnare il grafico della soluzione tale che** $y(0) = 0$

B_2◯ **Disegnare il grafico della soluzione tale che** $y(0) = 1$

C_3◯ **Disegnare il grafico della soluzione tale che** $y(0) > 1$

D_3◯ **Disegnare il grafico della soluzione tale che** $y(0) < 1$

E_3◯ **Disegnare il grafico di tutte le soluzioni**

Esame Gennaio 17/01/2000

Si consideri la funzione

$$f(x) = \arctan(k(x^3 - x))$$

A_5◯ **Disegnare il grafico di** f

B_5◯ **Disegnare il grafico di** f'

C_5◯ **Disegnare il grafico di** $\int_0^x f(t)dt$

D_5◯ **Determinare il numero di soluzioni dell'equazione** $f(x) = 0$ **al variare di** k
Si consideri l'equazione differenziale

$$y'''(x) + y(x) = x$$

A_3◯ **Determinare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea**

B_3◯ **Determinare tutte le soluzioni dell'equazione completa**

C_4◯ **Stabilire se le soluzioni del problema completo costituiscono uno spazio vettoriale e, in caso affermativo, determinarne la dimensione.**

D_5◯ **Trovare tutte le soluzioni del problema completo tale che y(0)=0**

Esame Febbraio 2/02/2000

Si consideri la funzione

$$f(x) = \ln |1 - \frac{x^2}{k^2}|$$

$$g(x) = \arctan(x)$$

A_4 ◯ **Disegnare il grafico di** f

B_3 ◯ **Disegnare il grafico di** g

C_4 ◯ **Disegnare il grafico di** $g(f(x))$

D_4 ◯ **Disegnare il grafico di** $f(g(x))$
Si consideri l'equazione differenziale

$$\begin{cases} y'(x) = \dfrac{y(x)}{\sin y(x)} \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$$

A_3 ◯ **Studiare esistenza ed unicità della soluzione del problema assegnato**

B_3 ◯ **Scrivere la retta tangente al grafico della soluzione per** $x_0 = y_0 = 1$

C_4 ◯ **Disegnare il grafico delle soluzioni del problema per** $x_0 = y_0 = 1$

D_5 ◯ **Disegnare il grafico delle soluzioni del problema.**

Esame Febbraio 22/02/2000

Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{e^{-x}}{1 - x^2}$$

A_4○ **Disegnare il grafico di** f

B_3○ **Disegnare il grafico di** $g(x) = \int_0^x f(t)dt$

C_4○ **Disegnare il grafico di tutte le primitive di** f
Si consideri l'equazione

$$y(x) = 2 + \int_1^x \frac{1}{\sin(y(t))} dt$$

A_3○ **Studiare esistenza ed unicità della soluzione del problema assegnato**

B_3○ **Determinare la soluzione dell'equazione data**

C_4○ **Disegnare il grafico delle soluzioni dell'equazione**

D_5○ **Scrivere il polinomio di McLaurin di grado** 2 **della soluzione del problema**